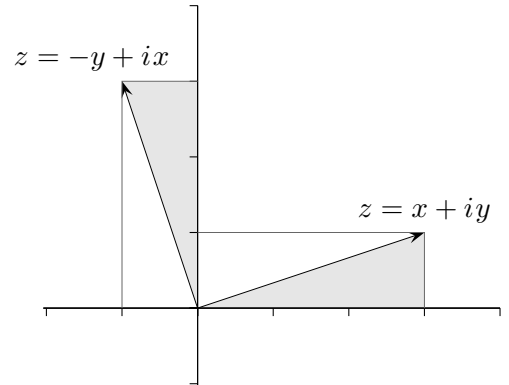


Veranschaulichung der komplexen Multiplikation

Die Multiplikation komplexer Zahlen kann veranschaulicht werden. Betrachten wir zunächst die Multiplikation einer Zahl z mit i .

$$zi = (x + iy)i = -y + ix$$

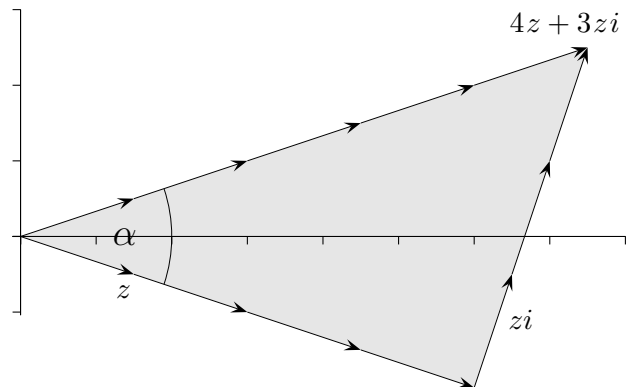
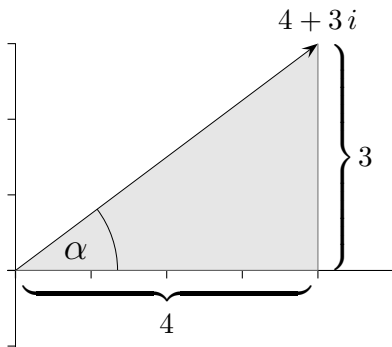
Aus der nebenstehenden Zeichnung ist zu entnehmen, dass dies einer Drehung von z um 90° entspricht.



Um den allgemeinen Zusammenhang zu erkennen, multiplizieren wir eine komplexe Zahl z mit $4 + 3i$

$$z(4 + 3i) = 4z + 3zi$$

und sehen uns in der Zeichnung das Zustandekommen von $4z + 3zi$ an.



Die beiden Dreiecke sind ähnlich.

Das rechte Dreieck hat die Seitenlängen $4|z|$, $3|z|$ und $|4 + 3i||z|$ ($= 5|z|$). Durch die Multiplikation mit $4 + 3i$ wird z um α gedreht und um 5 gestreckt.

Aufg.

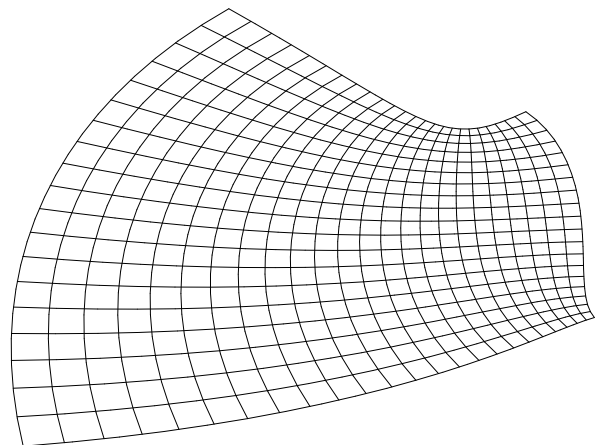
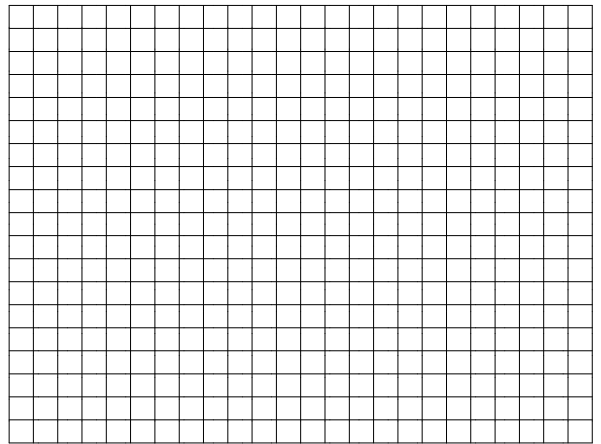
Formuliere das Ergebnis allgemein.

Anwendung auf differenzierbare Funktionen

Eine komplexe differenzierbare (analytische) Funktion ist lokal eine Drehstreckung, alle komplexen Zahlen $z_1 - z_0$, die von einem Punkt z_0 ausgehen, werden um denselben Betrag gestreckt und gedreht.

$$f'(z_0) \approx \frac{f(z_1) - f(z_0)}{z_1 - z_0}$$

$$f(z_1) - f(z_0) \approx f'(z_0) \cdot (z_1 - z_0)$$



Aufg.

Zeichne in die Grafiken eine mögliche Lage von z_0 , z_1 , $f(z_0)$ und $f(z_1)$ ein.

Beschreibe die Abbildung von kleinen Quadraten durch eine analytische Funktion.