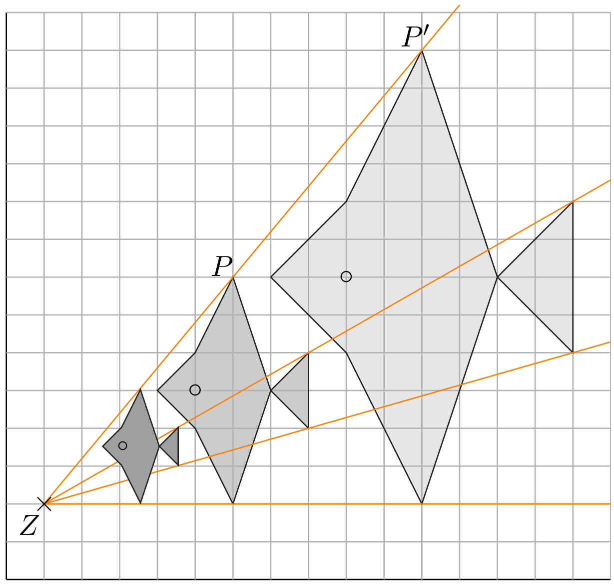
Zentrische Streckung



Z heißt Streckzentrum.

Für den Streckfaktor k gilt: $\overline{ZP'} = k \cdot \overline{ZP}$.

Bei einem negativen Streckfaktor liegt das Streckzentrum zwischen Figur und seinem Bild.

Das Bild ist eine ähnliche Figur.

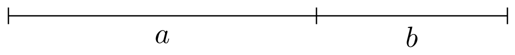
Man sagt auch:
Figur und Bild sind ähnlich mit dem Maßstab k.

1. *Bei einer zentrischen Streckung wird jede Strecke auf eine Strecke der k-fachen Länge abgebildet.*

2. *Die Längenverhältnisse und die Winkelgrößen verändern sich nicht.*

3. *Der Umfang eines Vielecks multipliziert sich mit k, der Flächeninhalt mit k^2.*

4. *Zwei Dreiecke sind schon ähnlich, wenn sie in der Größe von je zwei Winkeln übereinstimmen.*



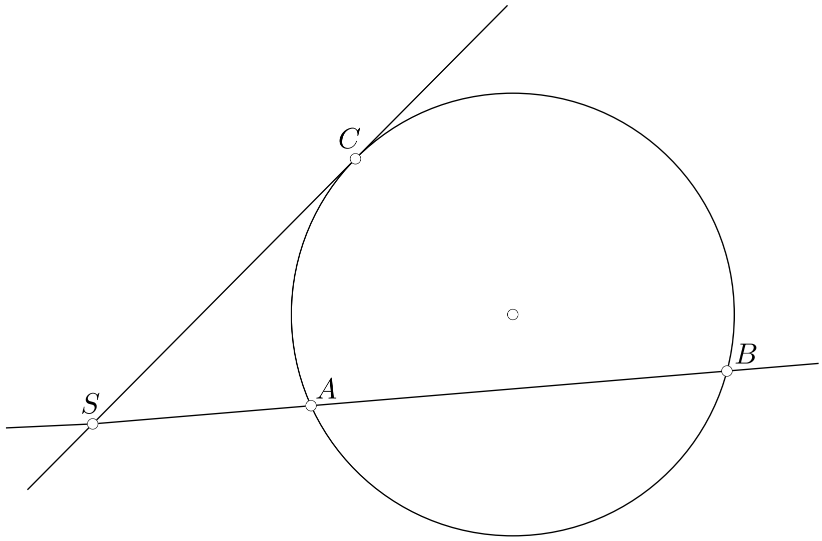
Die Teilung (genannt goldener Schnitt) einer Strecke in die Teilstrecken a und b gilt als ästhetisch besonders ansprechend, wenn sich a zu b genauso verhält wie $a + b$ zu a.
Berechne $\Phi = \dfrac{a}{b}$.

Bei antiken Statuen teilt der Bauchnabel die Körperlänge in diesem Verhältnis.
Finde heraus, um wieviel Prozent du hiervon abweichst.
Körpergröße $\widehat{=}\ a + b$, $a\ \widehat{=}$ Länge Boden-Bauchnabel

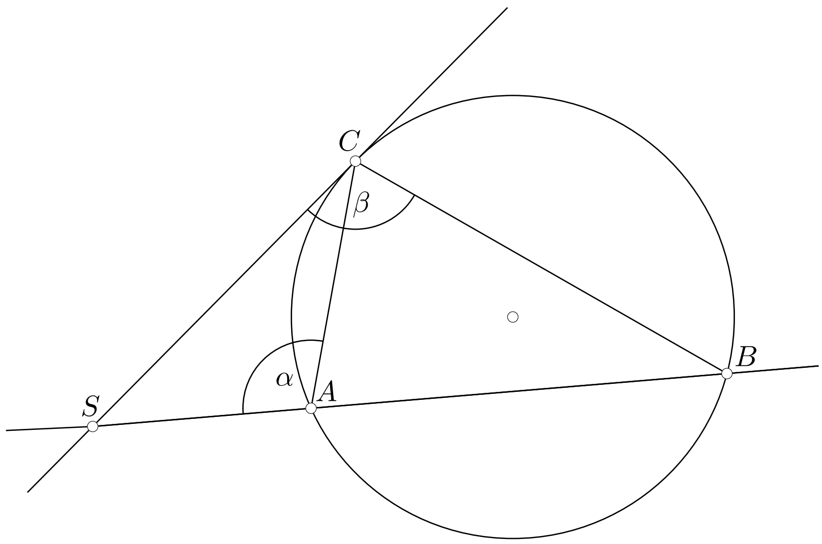
$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{a+b}{a} \\ \frac{a}{b} &= 1 + \frac{b}{a} \\ \Phi &= 1 + \frac{1}{\Phi} \end{aligned}$$

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0 \qquad\qquad \Phi \approx 1{,}6180 \quad \text{pos. Lösung}$$

Sekanten-Tangenten-Satz



Schneiden sich eine Sekante und eine Tangente in einem Punkt S, so gilt:
Das Produkt der Längen der Sekantenabschnitte (von S aus) ist gleich dem Quadrat der Länge des Tangentialabschnittes, d. h., in der Abbildung gilt: $\overline{SC}^2 = \overline{SA} \cdot \overline{SB}$

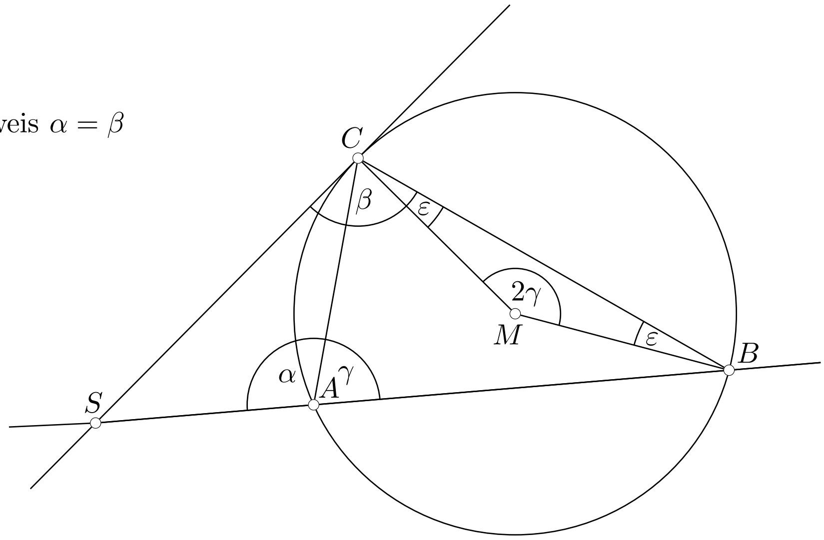


Wenn nachgewiesen werden kann, dass die Dreiecke SBC und SCA ähnlich sind ($\alpha = \beta$), dann folgt

$$\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SB}}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SC}^2 = \overline{SA} \cdot \overline{SB}$$

Nachweis $\alpha = \beta$

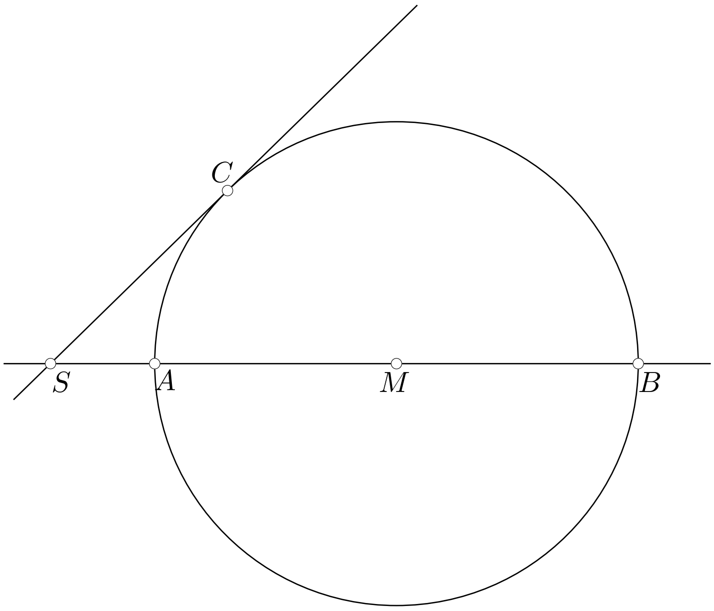


Für den Zusammenhang von γ und 2γ wird der → Umfangswinkelsatz verwendet.

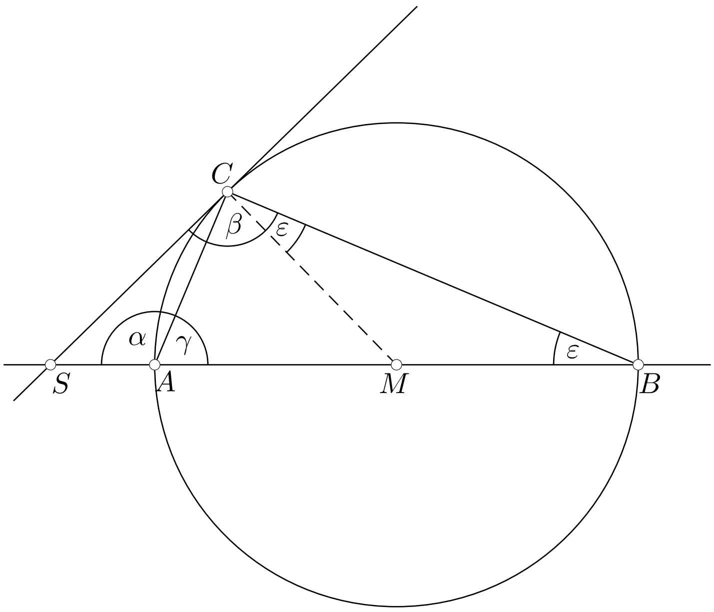
$$\alpha \;=\; 180^\circ - \gamma$$

$$\beta \;=\; 90^\circ + \varepsilon = 90^\circ + \frac{180^\circ - 2\gamma}{2} = 90^\circ + 90^\circ - \gamma$$

Sekanten-Tangenten-Satz Sonderfall



Falls die Sekante durch den Mittelpunkt des Kreises verläuft, wird zur Begründung von: Dreiecke SBC und SCA sind ähnlich ($\alpha = \beta$) und damit $\overline{SC}^2 = \overline{SA} \cdot \overline{SB}$ lediglich der Satz des Thales benötigt.



$\beta = 90^\circ + \varepsilon$	Tangente verläuft senkrecht zu MC
$\gamma = 90^\circ - \varepsilon$	Satz des Thales, $\triangle\, AMC$ ist gleichschenklig
$\alpha = 180^\circ - \gamma = 90^\circ + \varepsilon$	