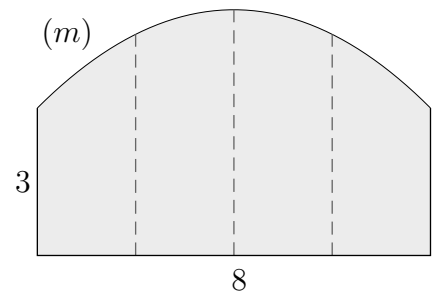
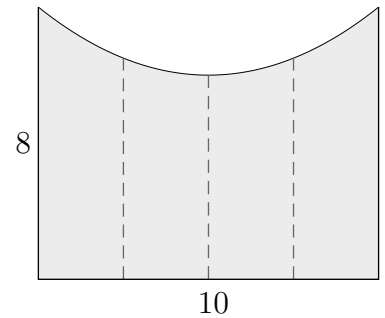


Parabeln Aufgaben

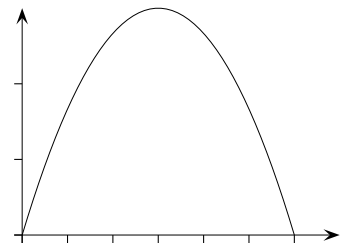
1. Die Fassade eines Gebäudes hat die Form eines Rechtecks mit einer aufgesetzten Parabel. Die Fassade hat an der höchsten Stelle eine Höhe von 5 m und eine Breite von 8 m . Die gestrichelten Linien haben gleichen Abstand, berechne ihre Länge.



2. Die Fassade eines Gebäudes hat die nebenstehende Form. Die Fassade hat an der niedrigsten Stelle eine Höhe von 6 m und eine Breite von 10 m . Die gestrichelten Linien haben gleichen Abstand, berechne ihre Länge.

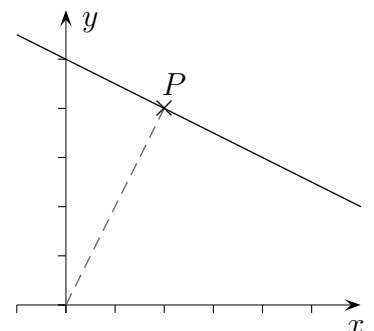


3. Der Sprung eines Frosches wird durch die Parabel $y = -\frac{1}{30}x^2 + 2x$ (Sprungweite x , Höhe y , in cm) beschrieben.
- Wie weit und wie hoch springt der Frosch?
 - Nach welcher Weite hat er die Höhe $h = \frac{45}{2}$ erreicht?



4. Der Sprung eines Flohs wird durch die Parabel $y = -\frac{1}{20}x(x-30)$ (Sprungweite x , Höhe y , in cm) beschrieben.
- Wie weit und wie hoch springt der Floh?
 - Nach welcher Weite hat er die Höhe $h = 10$ erreicht?

5. Nebenstehend ist der Verlauf $y = -\frac{1}{2}x + 5$ einer Straße gezeichnet. Welcher Punkt auf der Geraden hat zum Ursprung die kürzeste Entfernung und wie groß ist diese?



6. $y = -\frac{1}{3}x + 6$, wie Aufgabe 5.

Parabeln Aufgaben Lösungen

1. $y = -ax^2 + 5$, zu $x = 4$ gehört $y = 3 \implies a = \frac{1}{8}$, $y = -\frac{1}{8}x^2 + 5$, zu $x = 2$ gehört $y = \frac{9}{2} = 4,5$

alternative Schreibweise:

$$f(x) = ax^2 + 5, \quad f(4) = 3 \implies a = -\frac{1}{8}, \quad f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5, \quad f(2) = \frac{9}{2} = 4,5$$

2. $y = ax^2 + 6$, zu $x = 5$ gehört $y = 8 \implies a = \frac{2}{25}$, $y = \frac{2}{25}x^2 + 6$, zu $x = 2,5$ gehört $y = 6,5$

alternative Schreibweise:

$$f(x) = ax^2 + 6, \quad f(5) = 8 \implies a = \frac{2}{25}, \quad f(x) = \frac{2}{25}x^2 + 6, \quad f(2,5) = 6,5$$

3. a) Weite: 60 cm, maximale Höhe 30

b) $\frac{45}{2} = -\frac{1}{30}x^2 + 2x \iff x^2 - 60x + 675 = 0$

Für $x_1 = 15$ und $x_2 = 45$ hat er eine Höhe von $h = \frac{45}{2}$ (in cm).

4. a) Weite: 30 cm, maximale Höhe $\frac{45}{4}$

b) $10 = -\frac{1}{20}x(x - 30) \iff x^2 - 30x + 200 = 0$

Für $x_1 = 10$ und $x_2 = 20$ hat er eine Höhe von $h = 10$ (in cm).

5. $d(x) = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2}x + 5)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 5x + 25}$, Scheitel von $y = \frac{5}{4}x^2 - 5x + 25$ ist $S(2 | 20)$,

Schnittpunkt $P(2 | 4)$, kürzeste Länge $d = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 4,47$

oder Schnittpunkt mit der Geraden $y = 2x$ berechnen.

6. $d(x) = \sqrt{\frac{10}{9}x^2 - 4x + 36}$, Scheitel von $y = \frac{10}{9}x^2 - 4x + 36$ ist $S\left(\frac{9}{5} | \frac{162}{5}\right)$,

Schnittpunkt $P\left(\frac{9}{5} | \frac{27}{5}\right)$, kürzeste Länge $d = \frac{9}{5}\sqrt{10} = 5,69$

oder Schnittpunkt mit der Geraden $y = 2x$ berechnen.

Parabelgleichung Aufgaben

1. Eine Parabel verläuft durch die Punkte $A(-1 | 1)$ und $B(3 | 4)$, ihr Scheitel liegt auf der y -Achse. Wie lautet die Parabelgleichung?
2. Eine Parabel verläuft durch die Punkte $A(-2 | 1)$ und $B(4 | 4)$, ihr Scheitel liegt auf der y -Achse. Wie lautet die Parabelgleichung?

Parabelgleichung Aufgaben Lösungen

1. Eine Parabel verläuft durch die Punkte $A(-1 | 1)$ und $B(3 | 4)$, ihr Scheitel liegt auf der y -Achse. Wie lautet die Parabelgleichung?

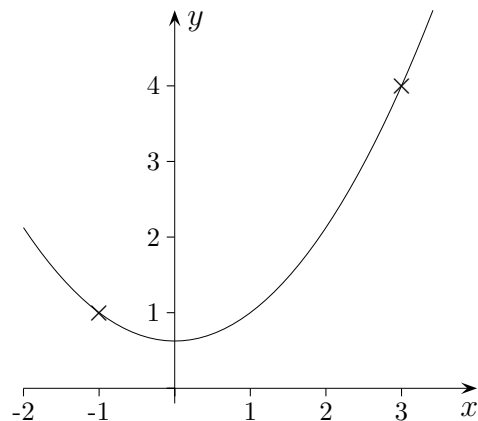
Der Ansatz lautet: $y = ax^2 + b$

Einsetzen der Koordinaten führt zum Gleichungssystem:

$$a + b = 1$$

$$9a + b = 4$$

Die Parabelgleichung lautet: $y = \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{8}$



2. Eine Parabel verläuft durch die Punkte $A(-2 | 1)$ und $B(4 | 4)$, ihr Scheitel liegt auf der y -Achse. Wie lautet die Parabelgleichung?

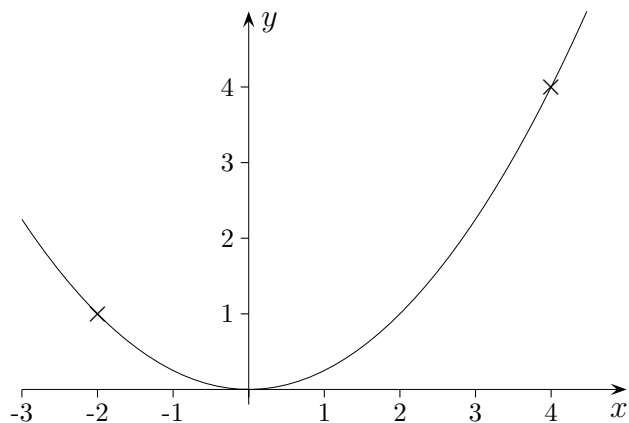
Der Ansatz lautet: $y = ax^2 + b$

Einsetzen der Koordinaten führt zum Gleichungssystem:

$$4a + b = 1$$

$$16a + b = 4$$

Die Parabelgleichung lautet: $y = \frac{1}{4}x^2$



Gateway Arch



Das Wahrzeichen der Stadt St. Louis ist der Gateway Arch, ein 192 m großer Bogen. Der parabelförmige Bogen kann durch $f(x) = -0,0208x^2 + 192$ beschrieben werden.

- a) Wie breit ist der Bogen am Boden?
- b) Während einer Flugshow möchte ein Flugzeug unter dem Bogen hindurchfliegen. Passt das Flugzeug mit einer Spannweite von 20 m in einer Höhe von 100 m hindurch, wenn es einen Sicherheitsabstand von 10 m zum Bogen einhalten muss?
- c) Welche maximale Flughöhe muss der Pilot mit den Sicherheitsbestimmungen einhalten?

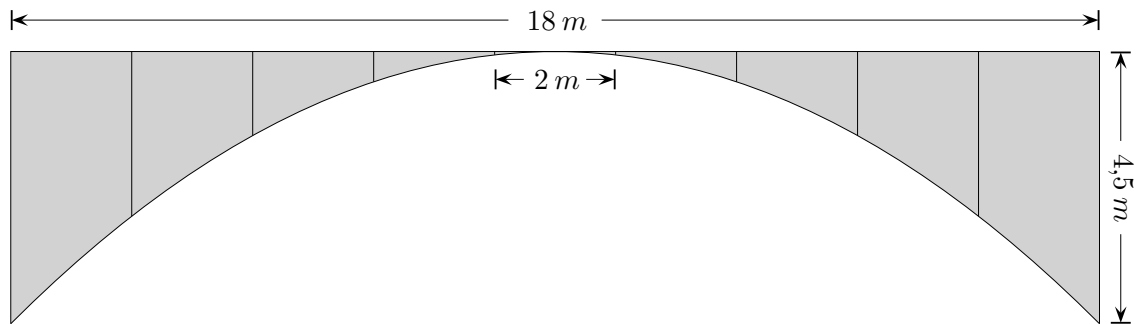
Gateway Arch



Das Wahrzeichen der Stadt St. Louis ist der Gateway Arch, ein 192 m großer Bogen. Der parabelförmige Bogen kann durch $f(x) = -0,0208x^2 + 192$ beschrieben werden.

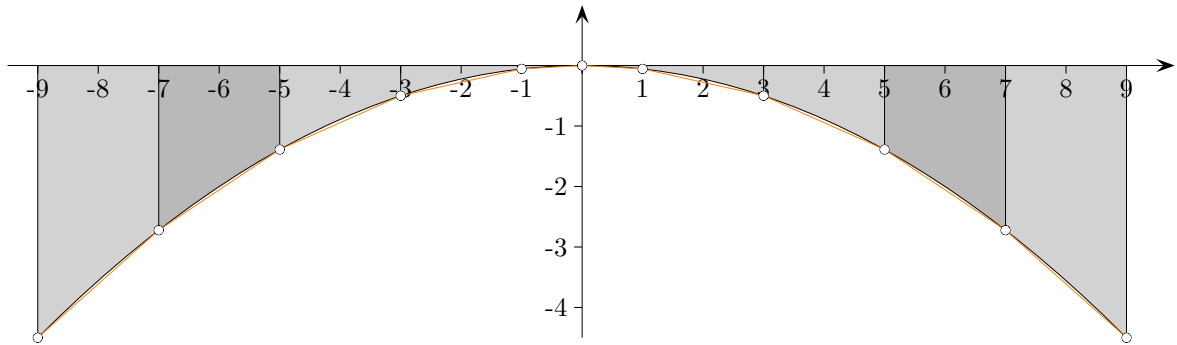
- a) Wie breit ist der Bogen am Boden? $192,15\text{ m}$
- b) Während einer Flugshow möchte ein Flugzeug unter dem Bogen hindurchfliegen. Passt das Flugzeug mit einer Spannweite von 20 m in einer Höhe von 100 m hindurch, wenn es einen Sicherheitsabstand von 10 m zum Bogen einhalten muss?
Breite der Brücke in einer Höhe von 100 m beträgt $133,01\text{ m}$.
- c) Welche maximale Flughöhe muss der Pilot mit den Sicherheitsbestimmungen einhalten?
Das Flugzeug kann höchstens in einer Höhe von $f(20) = 183,68\text{ m}$ fliegen (Symmetrie beachten).

Brückenberechnung



Für eine 18 m lange, parabelförmige Brücke werden in 2 m Abstand Stützpfiler benötigt. Die Höhe der beiden äußeren Stützpfiler beträgt $4,5\text{ m}$. Berechne die Länge der einzelnen Stützpfiler. Beschreibe, wie gute Näherungswerte für die Brückenbogenlänge und den Inhalt der Profilfläche ermittelt werden können.

Brückenberechnung



Für eine 18 m lange, parabelförmige Brücke werden in 2 m Abstand Stützpfeiler benötigt. Die Höhe der beiden äußeren Stützpfeiler beträgt 4,5 m. Berechne die Länge der einzelnen Stützpfeiler. Beschreibe, wie gute Näherungswerte für die Brückenbogenlänge und den Inhalt der Profilfläche ermittelt werden können.

$$f(x) = -ax^2, \quad f(9) = -4,5 \quad \implies \quad f(x) = -\frac{1}{18}x^2$$

Pfeilerlängen, von außen nach innen, jeweils doppelt
4,5 m, 2,72 m, 1,39 m, 0,5 m, 0,06 m

$L = \text{Summe der Abstände benachbarter Punkte} \times 2$ (siehe Zeichnung)

Die Aufgabe kann ergänzt werden (GeoGebra, Excel).

Hier erhalten wir $L = 20,64 \text{ m}$.

Bei feiner werdender Unterteilung strebt die Länge des Streckenzugs gegen 20,66 m (Grenzwert).

Die Profilfläche ist näherungsweise eine Summe von Trapezen.

Hier erhalten wir $A = 27,61 \text{ m}^2$.

Bei feiner werdender Unterteilung strebt die Summe der Trapezinhalte gegen 27 m^2 (Grenzwert).