

Umstellen von Formeln und Gleichungen

1. *Das Zusammenfassen von Termen* bedeutet grundsätzlich ein Ausklammern, auch wenn man den Zwischenschritt nicht immer aufschreibt.

$$4a - 6a = (4 - 6)a = -2a$$

2. *Steht eine Variable, nach der aufgelöst werden soll, in einer Klammer*, so ist diese Klammer aufzulösen, hierbei ist ein Minuszeichen vor der Klammer zu beachten.

$$4(3 - a) - 3(a - 5) = -1 \quad a = ? \quad (a = 4)$$

3. *Sind in einer Gleichung Bruchterme vorhanden*, so sind beide Seiten der Gleichung mit dem Hauptnenner zu multiplizieren.

$$\frac{x}{2} - \frac{x-2}{5} = 4 \quad x = ? \quad (x = 12)$$

4. *Beim Dividieren bzw. Multiplizieren einer Gleichung* ist darauf zu achten, dass jeder einzelne Summand auf beiden Seiten der Gleichung dividiert bzw. multipliziert wird.

$$\begin{aligned} ax &= a^2 + 3a & |: a \\ x &= a + 3 \end{aligned}$$

5. *Kommt die Variable, nach der aufgelöst werden soll, mehrmals vor*, so werden alle Terme, die diese Variable enthalten, auf die linke Seite gebracht, dann wird die Variable ausgeklammert, zum Schluss muss noch durch den Klammerausdruck dividiert werden.

$$8U = aU + b \quad U = ?$$

$$\begin{aligned} 8U &= aU + b & | -aU \\ 8U - aU &= b \\ U(8 - a) &= b & | : (8 - a) \\ U &= \frac{b}{8 - a} \end{aligned}$$

6. Ein Bruchterm wie $\frac{-a}{b-c}$ kann durch Erweitern mit -1 vereinfacht werden:

$$\frac{-a}{b-c} = \frac{-a \cdot (-1)}{(b-c) \cdot (-1)} = \frac{a}{-b+c} = \frac{a}{c-b}$$

Tipp: In der Regel ist lediglich die letzte Umformung eine Division.

1. Stelle die Formel nach der angegebenen Variablen um:

a) $4b - 2(b - 4) = 2c \quad b = ?$ b) $2b = \frac{1}{3A} \quad A = ?$

c) $3A - kA = 1 \quad A = ?$ d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{a} = 3 \quad a = ?$

e) $V = \frac{2}{1+c} \quad c = ?$ f) $W = \frac{a}{b-k} \quad k = ?$

g) $2a = \frac{1}{x} - \frac{1}{b} \quad x = ?$ h) $c = \frac{a-b}{ab} \quad a = ?$

2. Löse die Gleichungen:

a) $(5x + 8)^2 - (3x + 9)^2 = (4x + 1)^2$ b) $2x(x - 5) - (x + 3)(2x - 2) + 36 = 0$

c) $\frac{1}{3}x = 8 - \frac{1}{7}(x - 4)$ d) $\frac{1}{6}x - \frac{1}{8}(x - 8) = 2$

Umstellen von Formeln und Gleichungen

1. *Das Zusammenfassen von Termen* bedeutet grundsätzlich ein Ausklammern, auch wenn man den Zwischenschritt nicht immer aufschreibt.

$$4a - 6a = (4 - 6)a = -2a$$

2. *Steht eine Variable, nach der aufgelöst werden soll, in einer Klammer*, so ist diese Klammer aufzulösen, hierbei ist ein Minuszeichen vor der Klammer zu beachten.

$$4(3 - a) - 3(a - 5) = -1 \quad a = ? \quad (a = 4)$$

3. *Sind in einer Gleichung Bruchterme vorhanden*, so sind beide Seiten der Gleichung mit dem Hauptnenner zu multiplizieren.

$$\frac{x}{2} - \frac{x-2}{5} = 4 \quad x = ? \quad (x = 12)$$

4. *Beim Dividieren bzw. Multiplizieren einer Gleichung* ist darauf zu achten, dass jeder einzelne Summand auf beiden Seiten der Gleichung dividiert bzw. multipliziert wird.

$$\begin{aligned} ax &= a^2 + 3a & |: a \\ x &= a + 3 \end{aligned}$$

5. *Kommt die Variable, nach der aufgelöst werden soll, mehrmals vor*, so werden alle Terme, die diese Variable enthalten, auf die linke Seite gebracht, dann wird die Variable ausgeklammert, zum Schluss muss noch durch den Klammerausdruck dividiert werden.

$$8U = aU + b \quad U = ?$$

$$\begin{aligned} 8U &= aU + b & | -aU \\ 8U - aU &= b \\ U(8 - a) &= b & | : (8 - a) \\ U &= \frac{b}{8 - a} \end{aligned}$$

6. *Ein Bruchterm wie $\frac{-a}{b-c}$ kann durch Erweitern mit -1 vereinfacht werden:*

$$\frac{-a}{b-c} = \frac{-a \cdot (-1)}{(b-c) \cdot (-1)} = \frac{a}{-b+c} = \frac{a}{c-b}$$

Tipp: In der Regel ist lediglich die letzte Umformung eine Division.

1. Stelle die Formel nach der angegebenen Variablen um:

a) $4b - 2(b - 4) = 2c \quad b = ?$	b) $2b = \frac{1}{3A} \quad A = ?$	a) $c - 4$	b) $\frac{1}{6b}$
c) $3A - kA = 1 \quad A = ?$	d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{a} = 3 \quad a = ?$	c) $\frac{1}{3-k}$	d) $\frac{4}{5}$
e) $V = \frac{2}{1+c} \quad c = ?$	f) $W = \frac{a}{b-k} \quad k = ?$	e) $\frac{2-V}{V}$	f) $\frac{Wb-a}{W}$
g) $2a = \frac{1}{x} - \frac{1}{b} \quad x = ?$	h) $c = \frac{a-b}{ab} \quad a = ?$	g) $\frac{b}{2ab+1}$	h) $\frac{b}{1-cb}$

2. Löse die Gleichungen:

a) $(5x + 8)^2 - (3x + 9)^2 = (4x + 1)^2$	b) $2x(x - 5) - (x + 3)(2x - 2) + 36 = 0$	a) 1	b) 3
c) $\frac{1}{3}x = 8 - \frac{1}{7}(x - 4)$	d) $\frac{1}{6}x - \frac{1}{8}(x - 8) = 2$	c) 18	d) 24

Umstellen von Formeln und Gleichungen

7. Kommt die Variable, nach der aufgelöst werden soll, lediglich im Nenner vor und befindet sich auf jeder Seite höchstens ein Bruchterm, so ist es vorteilhaft, die Kehrwerte beider Seiten zu gebilden.

$$b = \frac{c}{A-d} \quad A = ?$$

$$b = \frac{c}{A-d}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{A-d}{c} \quad | \cdot c$$

$$\frac{c}{b} = A-d \quad | + d$$

$$\frac{c}{b} + d = A$$

$$A = \frac{c}{b} + d$$

Beachte:

$$a = \frac{b}{A} + \frac{c}{A} \quad A = ?$$

$$a = \frac{b}{A} + \frac{c}{A}$$

falsch wäre: $\frac{1}{a} = \frac{A}{b} + \frac{A}{c}$

$$4 = 2 + 2$$

offensichtlich falsch wäre: $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

Umstellen von Formeln

1. Löse stets nach b auf: ($b = \dots$) Die rechte Seite darf kein b enthalten.
Das Ergebnis soll keine Klammern und Doppelbrüche enthalten.

a) $A = \frac{3}{3-b}$

b) $c = \frac{1}{3b} - \frac{c}{a}$

c) $\frac{b}{2-3ab} = 2$

d) $A = (2a-b) \cdot 2c$

e) $A = (a - \frac{b}{2}) \cdot c$

f) $3 - B \cdot (3 - 2b) = 1$

g) $2A - \frac{1}{3-b} = 1$

h) $2A \cdot (\frac{1}{2}b - 1) = 1$

i) $B = \frac{4}{a} - \frac{1-c}{b}$

j) $A = 2ab + bc + 2$

k) $C = a - \frac{a}{3}(2ab - 1)$

l) $A = \frac{1}{ab} - \frac{1-a}{b}$

Umstellen von Formeln Lösungen

1. Löse stets nach b auf: ($b = \dots$) Die rechte Seite darf kein b enthalten.
Das Ergebnis soll keine Klammern und Doppelbrüche enthalten.

$$\text{a) } A = \frac{3}{3-b} \qquad b = \frac{3A-3}{A}$$

$$\text{b) } c = \frac{1}{3b} - \frac{c}{a} \qquad b = \frac{a}{3ac+3c}$$

$$\text{c) } \frac{b}{2-3ab} = 2 \qquad b = \frac{4}{6a+1}$$

$$\text{d) } A = (2a-b) \cdot 2c \qquad b = \frac{4ac-A}{2c}$$

$$\text{e) } A = \left(a - \frac{b}{2}\right) \cdot c \qquad b = \frac{2ac-2A}{c}$$

$$\text{f) } 3 - B \cdot (3-2b) = 1 \qquad b = \frac{3B-2}{2B}$$

$$\text{g) } 2A - \frac{1}{3-b} = 1 \qquad b = \frac{6A-4}{2A-1}$$

$$\text{h) } 2A \cdot \left(\frac{1}{2}b - 1\right) = 1 \qquad b = \frac{2A+1}{A}$$

$$\text{i) } B = \frac{4}{a} - \frac{1-c}{b} \qquad b = \frac{ac-a}{aB-4}$$

$$\text{j) } A = 2ab + bc + 2 \qquad b = \frac{A-2}{2a+c}$$

$$\text{k) } C = a - \frac{a}{3}(2ab-1) \qquad b = \frac{4a-3C}{2a^2}$$

$$\text{l) } A = \frac{1}{ab} - \frac{1-a}{b} \qquad b = \frac{1-a+a^2}{Aa}$$

Umstellen von Formeln erste Schritte

1. Löse stets nach c auf: ($c = \dots$) Die rechte Seite darf kein c enthalten.
Das Ergebnis soll keine Klammern und Doppelbrüche enthalten.

a) $A = b \cdot c$

b) $A = \frac{a \cdot c}{2}$

c) $A = \frac{B}{c}$

d) $A = (1 - a) \cdot c$

e) $A = (a - b) \cdot 2c$

f) $B \cdot (1 - c) = 1$

g) $A - \frac{1}{2 - c} = 0$

h) $A \cdot \left(\frac{1}{2}c - 1\right) = 1$

i) $A = B - \frac{1 - c}{2}$

j) $A = ac + bc + c$

k) $C = 1 - \frac{1}{3}(2c - 1)$

l) $A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$

Umstellen von Formeln erste Schritte Lösungen

1. Löse stets nach c auf: ($c = \dots$) Die rechte Seite darf kein c enthalten.
Das Ergebnis soll keine Klammern und Doppelbrüche enthalten.

$$\text{a) } A = b \cdot c \qquad c = \frac{A}{b}$$

$$\text{b) } A = \frac{a \cdot c}{2} \qquad c = \frac{2A}{a}$$

$$\text{c) } A = \frac{B}{c} \qquad c = \frac{B}{A}$$

$$\text{d) } A = (1 - a) \cdot c \qquad c = \frac{A}{1 - a}$$

$$\text{e) } A = (a - b) \cdot 2c \qquad c = \frac{A}{2(a - b)}$$

$$\text{f) } B \cdot (1 - c) = 1 \qquad c = \frac{B - 1}{B} = 1 - \frac{1}{B}$$

$$\text{g) } A - \frac{1}{2 - c} = 0 \qquad c = \frac{2A - 1}{A} = 2 - \frac{1}{A}$$

$$\text{h) } A \cdot \left(\frac{1}{2}c - 1\right) = 1 \qquad c = \frac{2(A + 1)}{A} = 2 + \frac{2}{A}$$

$$\text{i) } A = B - \frac{1 - c}{2} \qquad c = 2A - 2B + 1$$

$$\text{j) } A = ac + bc + c \qquad c = \frac{A}{a + b + 1}$$

$$\text{k) } C = 1 - \frac{1}{3}(2c - 1) \qquad c = 2 - \frac{3C}{2}$$

$$\text{l) } A = \frac{(a + c) \cdot h}{2} \qquad c = \frac{2A - ah}{h} = \frac{2A}{h} - a$$

Doppelbrüche vereinfachen

$$\frac{\frac{1}{2} + 4a}{2} = \frac{1}{4} + 2a$$

Jeder Summand im Zähler wird durch 2 dividiert.

$$\frac{\frac{1}{2} + 4a}{\frac{1}{2}} = 1 + 8a$$

Jeder Summand im Zähler wird dividiert oder der Bruch wird erweitert, Zähler und Nenner werden mit 2 multipliziert.

Vereinfache

a) $\frac{1 + \frac{a}{3}}{a}$

b) $\frac{1 - \frac{a}{3}}{\frac{a}{6}}$

c) $\frac{1 + \frac{a}{3}}{1 + \frac{a}{6}}$

d) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{a}{4}}{1 + \frac{a}{8}}$

e) $\frac{8 + \frac{a}{2}}{4 - \frac{a}{5}}$

Doppelbrüche vereinfachen

$$\frac{\frac{1}{2} + 4a}{2} = \frac{1}{4} + 2a$$

Jeder Summand im Zähler wird durch 2 dividiert.

$$\frac{\frac{1}{2} + 4a}{\frac{1}{2}} = 1 + 8a$$

Jeder Summand im Zähler wird dividiert oder der Bruch wird erweitert, Zähler und Nenner werden mit 2 multipliziert.

Vereinfache

$$\text{a) } \frac{1 + \frac{a}{3}}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{1 - \frac{a}{3}}{\frac{a}{6}} = \frac{6}{a} - 2$$

$$\text{c) } \frac{1 + \frac{a}{3}}{1 + \frac{a}{6}} = \frac{6 + 2a}{6 + a}$$

$$\text{d) } \frac{\frac{1}{2} - \frac{a}{4}}{1 + \frac{a}{8}} = \frac{4 - 2a}{8 + a}$$

$$\text{e) } \frac{8 + \frac{a}{2}}{4 - \frac{a}{5}} = \frac{80 + 5a}{40 - 2a}$$