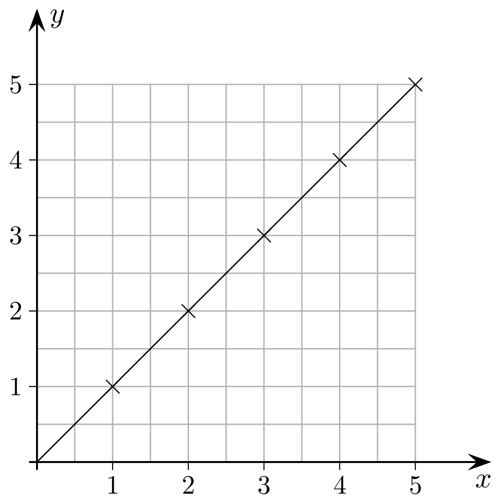
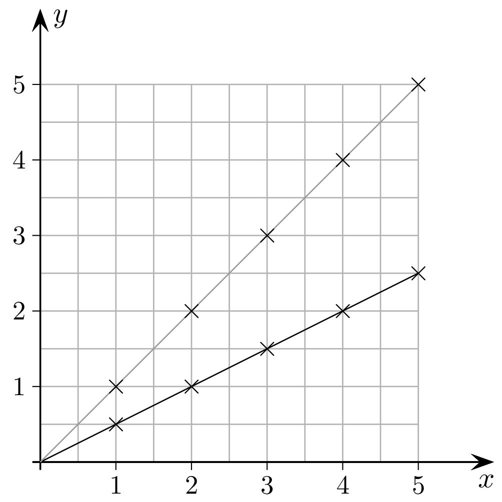
Geradengleichung

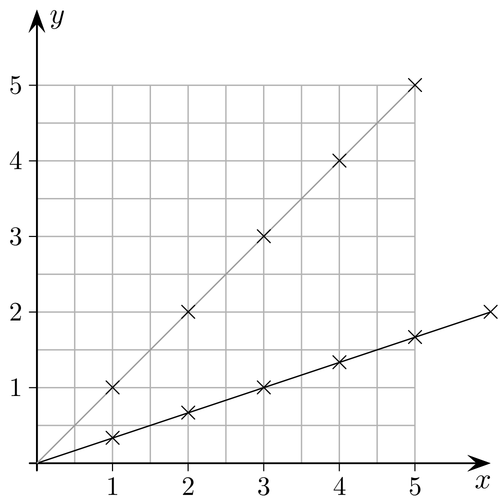
a)



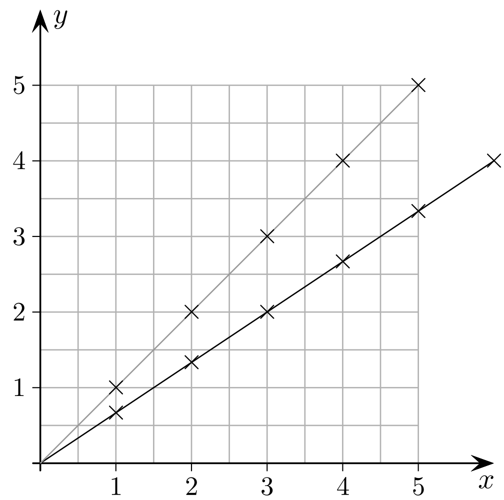
b)



c)



d)



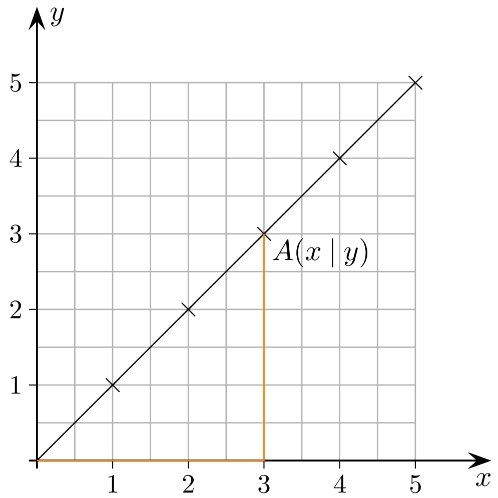
Welche Beziehung ($y = \ldots$) besteht zwischen den Koordinaten x und y der Punkte $A(x \mid y)$, die auf der Geraden liegen?

Tipp: Betrachte die Gerade unter a) und frage dich, wie sich die y-Werte verändert haben.

Geradengleichung

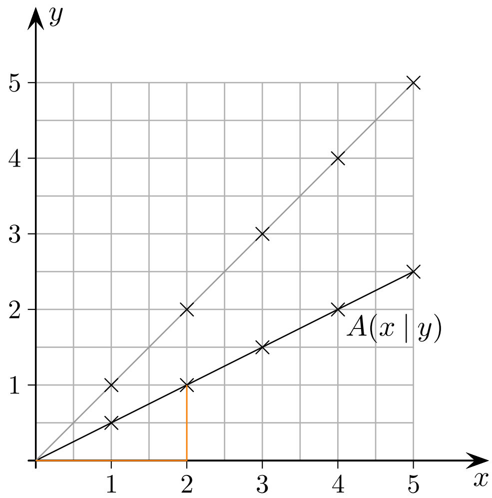
Welche Beziehung ($y = \ldots$) besteht zwischen den Koordinaten x und y der Punkte $A(x \mid y)$, die auf der Geraden liegen?

a)



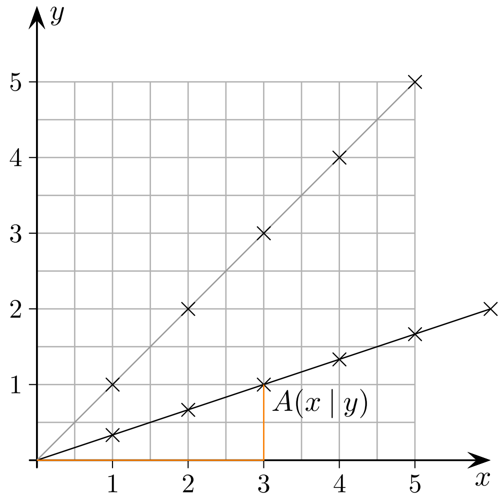
Die Koordinaten sind gleich: $y = x$

b)



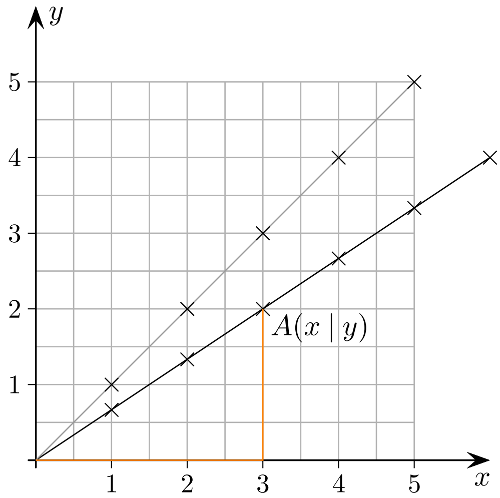
y ist halb so groß wie x: $y = \frac{1}{2}x$

c)



y ist ein Drittel von x: $y = \frac{1}{3}x$

d)



y ist zwei Drittel von x: $y = \frac{2}{3}x$

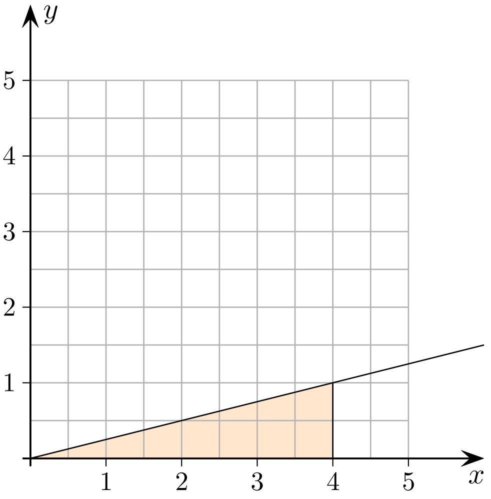
Zeichne die Geraden.

e) $y = \frac{1}{4}x$ f) $y = \frac{2}{5}x$ g) $y = 2x$

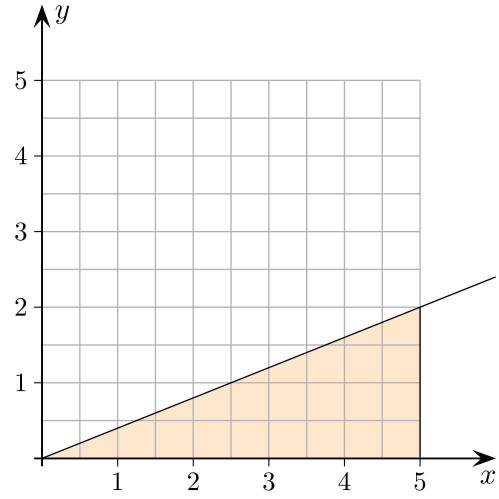
h) $y = \frac{3}{2}x$ i) $y = x + 2$ j) $y = \frac{1}{2}x - 2$

Geradengleichung

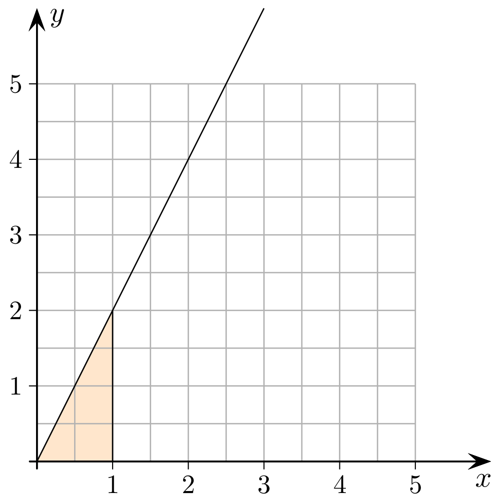
e)



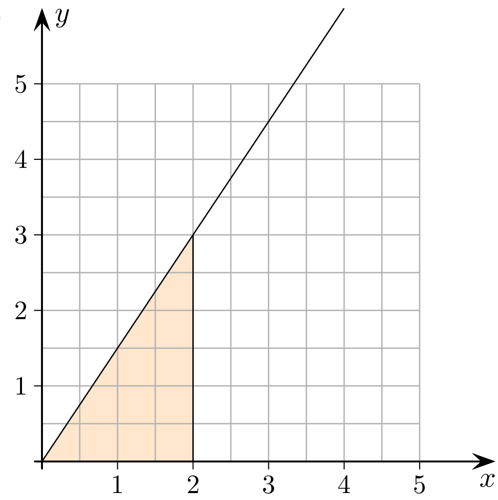
f)



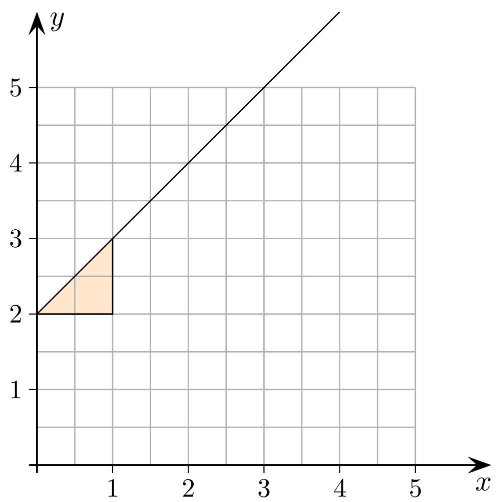
g)



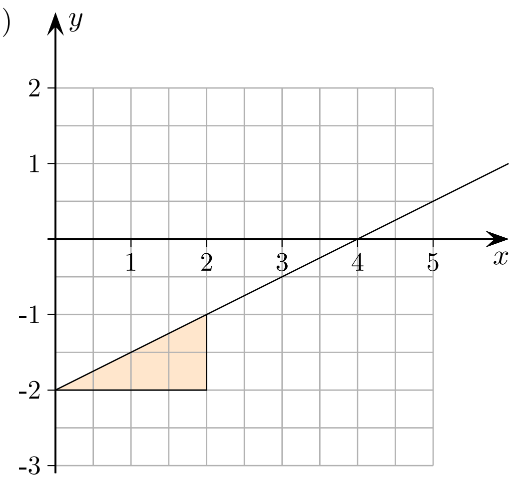
h)



i)



j)



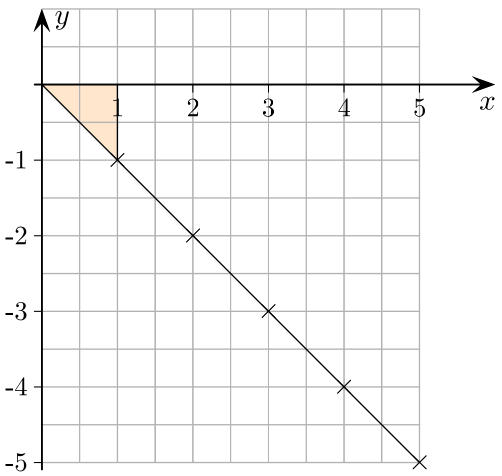
e) $y = \frac{1}{4}x$ f) $y = \frac{2}{5}x$ g) $y = 2x$

h) $y = \frac{3}{2}x$ i) $y = x + 2$ j) $y = \frac{1}{2}x - 2$

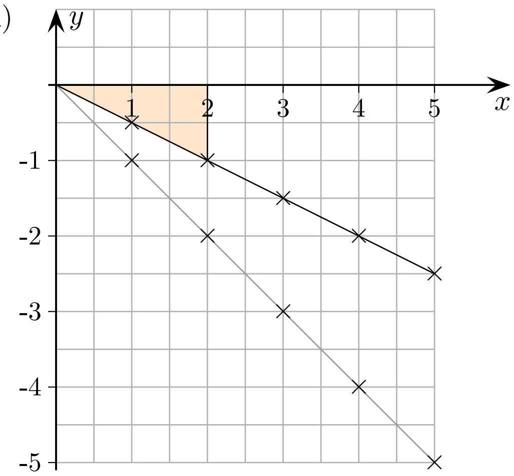
Geradengleichung

Welche Beziehung ($y = \ldots$) besteht zwischen den Koordinaten x und y der Punkte $A(x \mid y)$, die auf der Geraden liegen?
Tipp: Betrachte die Gerade unter k) und frage dich, wie sich die y-Werte verändert haben.

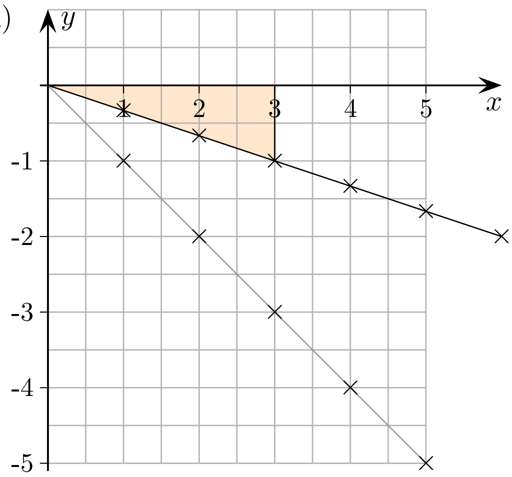
k)



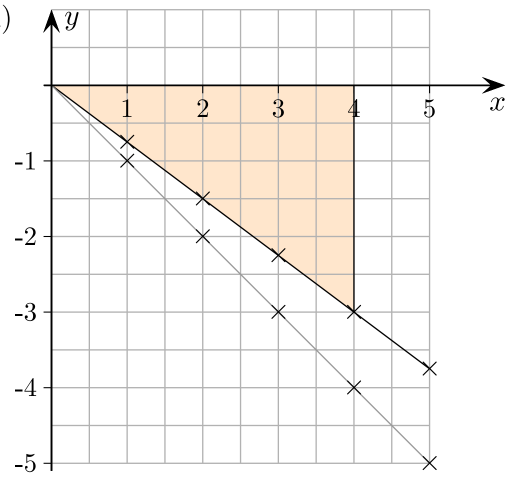
l)



m)



n)



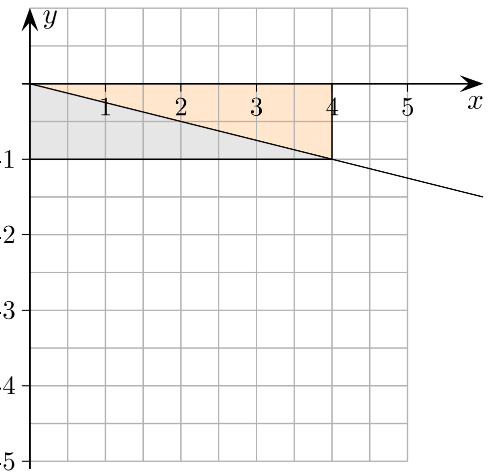
Zeichne die Geraden.

e) $y = -\frac{1}{4}x$ f) $y = -\frac{3}{5}x$ g) $y = -2x$

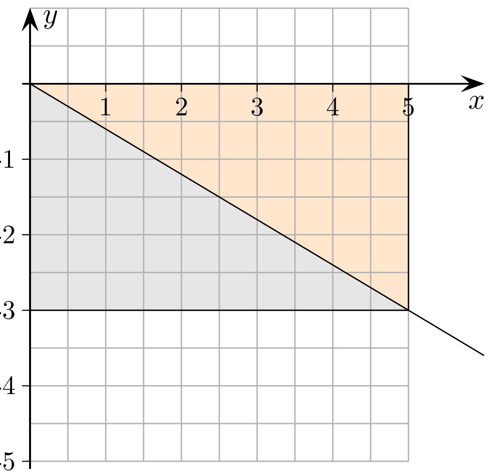
h) $y = -\frac{3}{2}x$ i) $y = -x + 1$ j) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

Geradengleichung

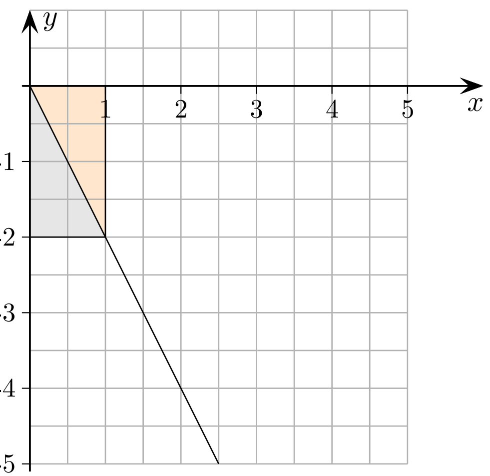
e)



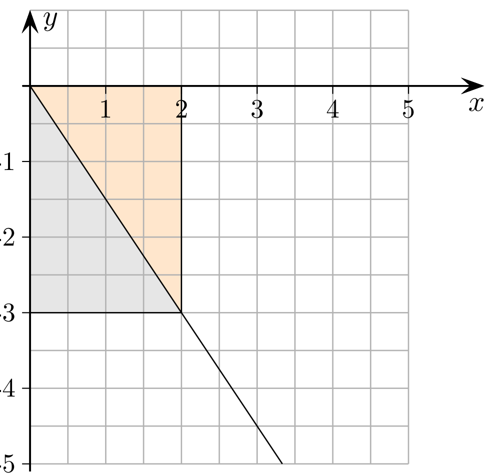
f)



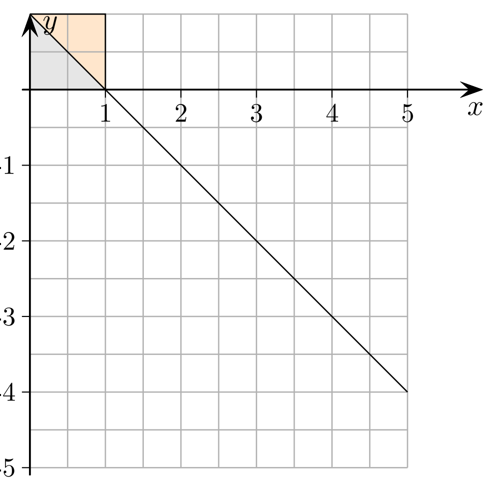
g)



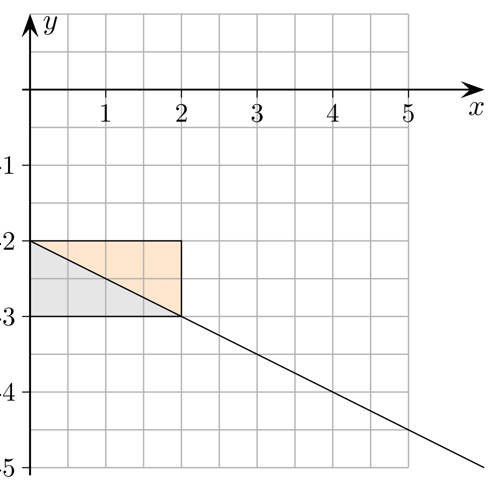
h)



i)



j)

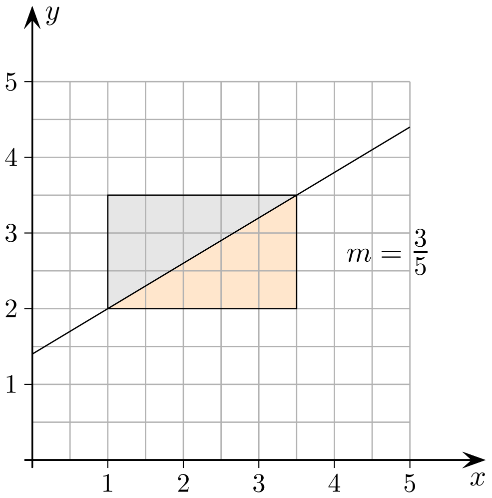


e) $y = -\frac{1}{4}x$ f) $y = -\frac{3}{5}x$ g) $y = -2x$

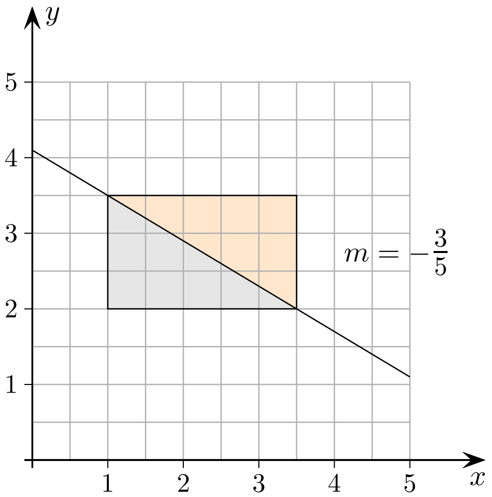
h) $y = -\frac{3}{2}x$ i) $y = -x + 1$ j) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

Steigung m

a)

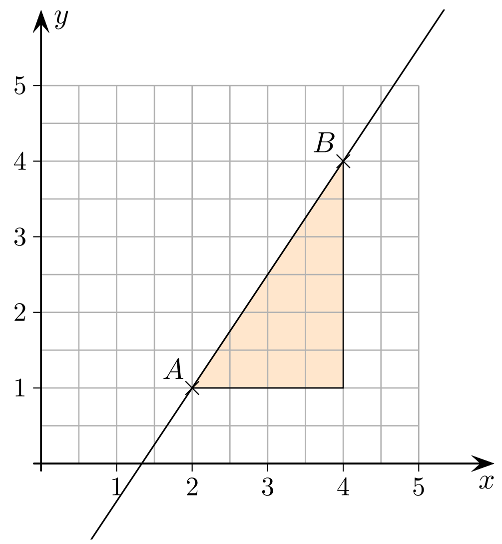


b)



2 Punkte sind gegeben. Wie lautet die Geradengleichung?

Eine Gerade verläuft durch die Punkte $A(2\,|\,1)$ und $B(4\,|\,4)$.
An diesem einfachen Beispiel wollen wir sehen, wie die Gleichung $y = mx + b$ der Geraden auch ohne Zeichnung ermittelt werden kann.



1. Zunächst ist die Steigung m der Geraden aus den Koordinaten der Punkte zu errechnen.

   $m = \dfrac{\text{Differenz der } y\text{-Werte}}{\text{Differenz der } x\text{-Werte}}$ Hierbei ist auf die Reihenfolge zu achten. $m = \dfrac{3}{2}$

2. In die Gleichung $y = mx + b$ (mit dem errechneten m) werden die Koordinaten eines Punktes eingesetzt, um b zu erhalten.

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$1 = \frac{3}{2} \cdot 2 + b$$

$$b = -2 \qquad\qquad y = \frac{3}{2}x - 2$$

Ermittle die Geradengleichungen:

a) $A(3\,|\,2)$, $B(4\,|\,6)$ b) $C(-2\,|\,1)$, $D(-1\,|\,6)$ c) $E(-3\,|\,3)$, $F(-2\,|\,-3)$

d) $G(2\,|\,1)$, $H(1\,|\,4)$ e) $M(5\,|\,1)$, $N(3\,|\,5)$ f) $P(1{,}3\,|\,6{,}7)$, $Q(2{,}2\,|\,5{,}8)$

Ermittle die Geradengleichungen:

a) $A(3\,|\,2), \quad B(4\,|\,6)$
$y = 4x - 10$

b) $C(-2\,|\,1), \quad D(-1\,|\,6)$
$y = 5x + 11$

c) $E(-3\,|\,3), \quad F(-2\,|\,-3)$
$y = -6x - 15$

d) $G(2\,|\,1), \quad H(1\,|\,4)$
$y = -3x + 7$

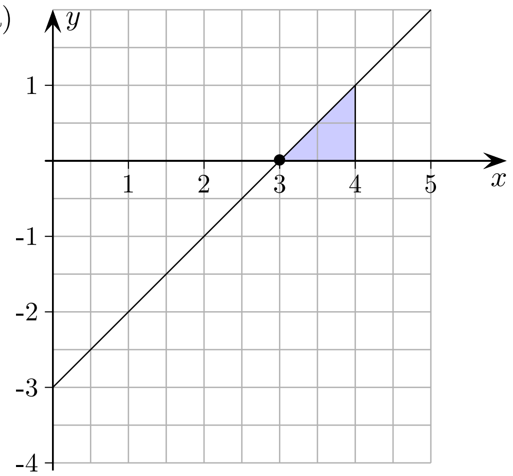
e) $M(5\,|\,1), \quad N(3\,|\,5)$
$y = -2x + 11$

f) $P(1{,}3\,|\,6{,}7), \quad Q(2{,}2\,|\,5{,}8)$
$y = -x + 8$

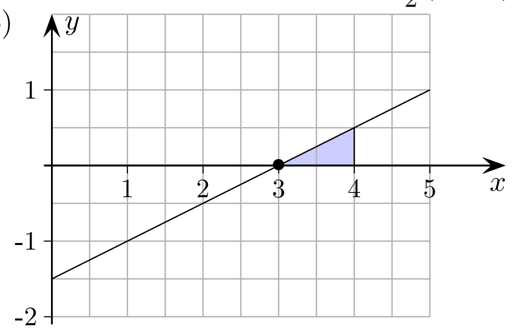
Punktsteigungsform

Erläutere das Folgende:

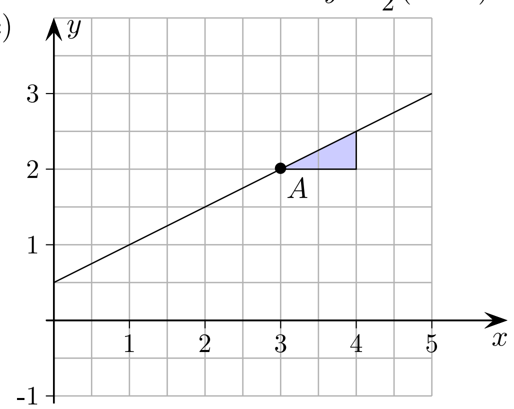
a) $y = x - 3$



b) $y = \frac{1}{2}(x - 3)$



c) $y = \frac{1}{2}(x - 3) + 2$



Für einen Punkt $A(x_0 \mid y_0)$ einer Geraden und deren Steigung m lautet die Geradengleichung:

$$y = m(x - x_0) + y_0$$

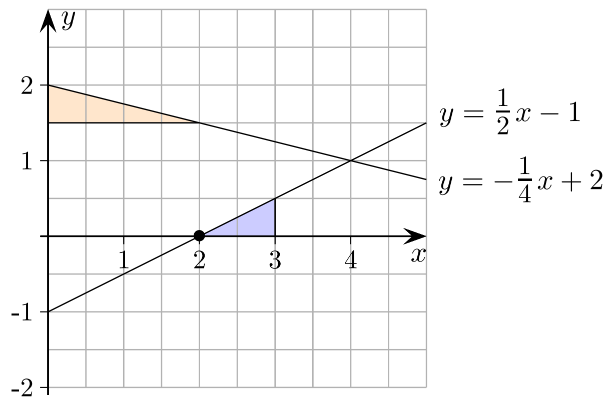
Wie gehe ich vor?

1. Wie weise ich nach, dass der Punkt $P(x_0 \mid y_0)$ auf der Geraden $y = mx + b$ liegt?

   Ich setze x_0 in die Geradengleichung ein. Die y-Werte müssen übereinstimmen.

2. Wie berechne ich die Nullstelle,
   die Stelle also, an der die Gerade $y = mx + b$ die x-Achse schneidet?

   Die Bedingung lautet: $y = 0$. Genau die Punkte $P(\ldots \mid 0)$ liegen auf der x-Achse.
   Die Gleichung $0 = mx + b$ ist daher nach x aufzulösen.



3. Gegeben ist eine Gerade $y = mx + b$. Von einem Punkt der Geraden ist eine Koordinate gegeben, $A(x_0 \mid \quad)$ oder $A(\quad \mid y_0)$. Wie erhalte ich die fehlende Koordinate?

   Die gegebene Koordinate wird in $y = mx + b$ eingesetzt.
   Die Gleichung wird dann nach der anderen fehlenden Variablen aufgelöst.

4. Gegeben sind 2 Punkte $A(x_0 \mid y_0)$ und $B(x_1 \mid y_1)$ einer Geraden $y = mx + b$.
   Wie ermittle ich die Steigung der Geraden?

   Die Steigung lautet: $m = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ Zeichne wenn nötig ein Steigungsdreieck.

5. Gegeben sind die Steigung m einer Geraden $y = mx + b$, sowie einer ihrer Punkte $P(x_0 \mid y_0)$.
   Wie ermittle ich die Geradengleichung?

   Die Geradengleichung lautet: $y = m(x - x_0) + y_0$ Siehe Punktsteigungsform.

6. Wie ermittle ich den Schnittpunkt der Geraden $y = m_1x + b_1$ und $y = m_2x + b_2$?

   Die Gleichung: $m_1x + b_1 = m_2x + b_2$ ist nach x aufzulösen (rechte und linke Seite stimmen für den Schnittpunkt überein). Den y-Wert erhalte ich, indem ...

Anmerkungen zur Didaktik

Geraden werden als Menge der Punkte $A(x \mid y)$ verstanden, zwischen deren Koordinaten x und y eine lineare Beziehung wie $y = 3x$, $y = 5x + 1$, usw. besteht. Dies wird man mit proportionalen und linearen Zuordnungen verknüpfen. Die Potenzen x^2, x^3, usw. tauchen zunächst nicht auf.
Die Bedeutung des allgemeinen Funktionsbegriffs kann an dieser Stelle nicht erkannt werden.
Eine Thematisierung unterbleibt daher. Gemäß der historischen Entwicklung bedarf es einer längeren, geduldigen Vorbereitung. Als Zwischenstufe kann die Schreibweise $x \longrightarrow mx + b$ dienen.
Sind in Sachaufgaben mehrere x_i und y_i zu handhaben, erscheint die Notation $f(x_i) = y_i$ zweckmäßig.
Beim Übergang zu Parabeln sind parallele Schreibweisen wie $y = x^2$ und $f(x) = x^2$ möglich.
Erst dann kann über die Eindeutigkeit der Zuordnung $x \longrightarrow y$ bzw. $y \longrightarrow x$ reflektiert werden.
Didaktischer Konsens war, Präzisierungen (Definitionen) am Ende einer Entwicklung zu formulieren.
Das Thema „Lineare Abhängigkeiten entdecken und Zusammenhänge beschreiben“ wird in Schulbüchern (Ni, Stand 2017) ohne Umschweife „Einführung in lineare Funktionen“ genannt. Achtklässlern wird gleich zu Beginn die Schreibweise $f(x) = mx + b$ zugemutet, im Glauben, hierdurch funktionales Denken zu vermitteln. Statt z. B. eine Abhängigkeit der Größen x und y mit $y = 2x$, d. h. y ist doppelt so groß wie x, zu beschreiben, wird die Funktion f mit $f(x) = 2x$ angegeben. x wird der Funktionswert $2x$ eindeutig zugeordnet. Bei der Behandlung von Gleichungssystemen geht man dann zur Schreibweise $y = mx + b$ über. Dies ist nun eine Gleichung mit zwei Variablen. Der Bezug zur linearen Funktion ist nicht offensichtlich und muss umständlich hergestellt werden.