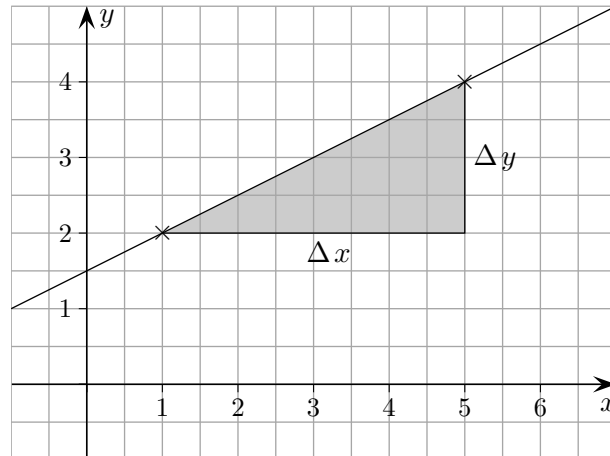


Geradengleichung

Unser Ziel ist es, die Geradengleichung $y = mx + b$ (auch ohne Zeichnung der Geraden) aufstellen zu können, wenn zwei Punkte gegeben sind, z.B. $A(1 | 2)$ und $B(5 | 4)$.



1. Schritt

Wir ermitteln die Steigung der Geraden.

Aus der Grafik lesen wir ab:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{5 - 1} \quad \Delta \text{ (Delta) soll an Differenz erinnern.}$$

Allgemein gilt:

Sind $A(x_1 | y_1)$ und $B(x_2 | y_2)$ zwei Punkte einer Geraden, so beträgt die Steigung m der Geraden:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte und auf ihre Lage kommt es nicht an, Koordinaten können auch negativ sein. Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (\text{Erweitere den Bruch mit } -1)$$

2. Schritt

Um b zu bestimmen, setzen wir die x - und die y -Koordinate eines Punktes (A oder B) in die Geradengleichung ein und lösen nach b auf, das m ist ja nun bekannt.

Eine Gerade mit der Gleichung $y = mx + b$ besteht bekanntlich aus allen Punkten $P(x | y)$, deren x - und y -Koordinate die Gleichung erfüllen.

Gib die Geradengleichung an.

a) $A(-3 | 1), \quad B(5 | 3)$

b) $A(4 | -3), \quad B(-4 | 2)$

c) $A(1,6 | 0,7), \quad B(5,3 | 4,8)$

d) $A(-5,3 | 2,7), \quad B(-1,2 | -4,9)$

Geradengleichung

Gib die Geradengleichung an.

a) $A(3 | 1), \quad B(8 | 4)$

b) $A(4 | -3), \quad B(-4 | 4)$

c) $A(1,9 | 0,7), \quad B(5,3 | 6,8)$

d) $A(-4,3 | 2,7), \quad B(-1,2 | -5,9)$

Ergebnisse

a) $y = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$

b) $y = -\frac{7}{8}x + \frac{1}{2}$

c) $y = 1,794x - 2,709$

d) $y = -2,774x - 9,229$

GTR:

Mit STAT | EDIT x -Werte in L1 und y -Werte in L2 eingeben,
STAT | CALC 4: LinReg(ax+b) aufrufen.

Mit LinReg(ax+b) Y1 wird das Ergebnis in Y1 für die Grafik gespeichert.
Y1 (oder Y2, ...) mit VARS | Y-VARS | 1: Function | wählen.

Für x - und y -Werte in L2 und L3 lautet die Anweisung:
LinReg(ax+b) L2, L3, Y1

Möglich wäre

a, b, ... als Bruch: VARS 5: Statistics | EQ a ENTER Math 1: Frac

Gerade Punktsteigungsform

Unser Ziel ist, die Gleichung einer Geraden auf einfache Weise aufstellen zu können, wenn zwei Punkte oder ein Punkt und die Steigung gegeben sind.

1. Schritt

Wir stellen eine Formel für die Steigung der Geraden auf.

Seien 2 Punkte $A(1,3 | 1,2)$ und $B(3,4 | 2,2)$ gegeben.
Wie lautet die Steigung m der Geraden?

Aus der Grafik 1 lesen wir ab:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2,2 - 1,2}{3,4 - 1,3} = 0,476$$

Δ (Delta) soll an Differenz erinnern.

Allgemein gilt:

Sind $A(x_1 | y_1)$ und $B(x_2 | y_2)$ zwei Punkte einer Geraden, so beträgt die Steigung m der Geraden:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte kommt es nicht an.

Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (\text{Warum?})$$

2. Schritt

Die Gleichungen der gezeichneten Geraden können sofort aufgestellt werden.

$$y = 2x \quad (\text{Grafik 2})$$

$$y = 2(x - 3) \quad (\text{Grafik 3, Verschiebung von } y = 2x \text{ um } 3 \text{ Einheiten nach rechts})$$

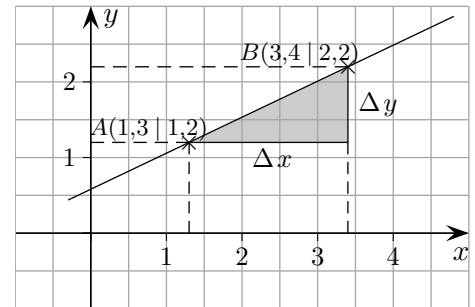
$$y = 2(x - 3) + 1 \quad (\text{Grafik 4, Verschiebung von } y = 2(x - 3) \text{ um } 1 \text{ Einheit nach oben})$$

Allgemein lautet die Geradengleichung (*Punktsteigungsform*), falls $A(x_0 | y_0)$ und die Steigung m gegeben sind:

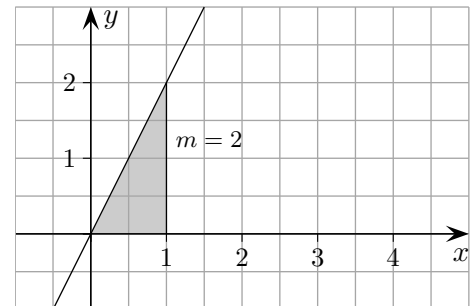
$$y = m(x - x_0) + y_0$$

Gib die Geradengleichung an.

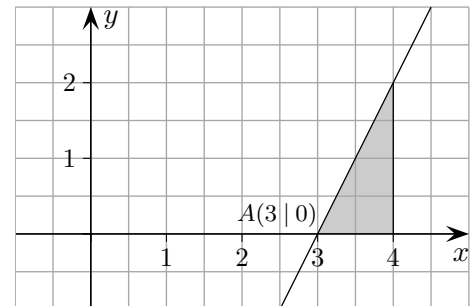
- a) $A(-3 | 1), B(5 | 3)$ b) $A(4 | -3), B(-4 | 2)$
c) $A(1,6 | 0,7), B(5,3 | 4,8)$ d) $A(-5,3 | 2,7), B(-1,2 | -4,9)$



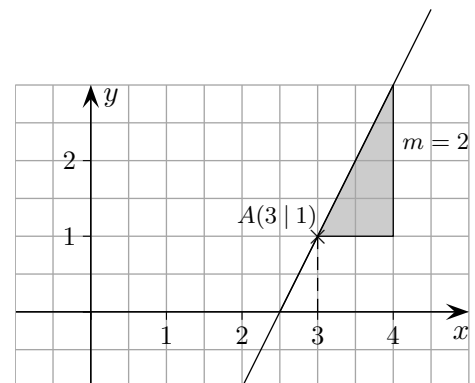
Grafik 1



Grafik 2



Grafik 3



Grafik 4

Gerade Punktsteigungsform

Lösungen

a) $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

b) $y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$

c) $y = 1,108x - 1,073$

d) $y = -1,854x - 7,124$

Punktsteigungsform, Ergänzung

Allgemeine Herleitung der *Punktsteigungsform* $y = m(x - x_0) + y_0$,
falls ein Punkt der Geraden $A(x_0 | y_0)$ und die Steigung m gegeben sind:

$$y = mx + b \quad \text{allgemeine Geradengleichung}$$

$$y_0 = mx_0 + b \quad \text{d.h. } A \text{ liegt auf der Geraden}$$

$$\implies b = y_0 - mx_0 \quad \text{nach } b \text{ aufgelöst}$$

$$y = mx + y_0 - mx_0 \quad b \text{ in die allgemeine Geradengleichung eingesetzt}$$

$$y = m(x - x_0) + y_0 \quad m \text{ ausgeklammert}$$