

# Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung



1. In einer Urne befinden sich 3 schwarze und 1 weiße Kugel. Wir entnehmen der Urne eine Kugel, notieren die Farbe und legen die Kugel in die Urne zurück. Dieses *Zufallsexperiment* wiederholen wir 60mal. Dabei notieren wir beispielsweise 20mal eine weiße Kugel.

Der Anteil der weißen Kugeln beträgt also  $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ . Diese Zahl heißt *relative Häufigkeit*.

Wir hatten erwartet, dass die weiße Kugel ungefähr 15mal gezogen wird.

Für den *Erwartungswert* 15 stimmt das Verhältnis (weiße Kugeln/Gesamtanzahl)

mit dem Verhältnis in der Urne überein. Um den Erwartungswert schwanken die Häufigkeiten.

Was erwarten wir, falls das Zufallsexperiment 20mal (32mal) wiederholt wird?

2. In der Urne befinden sich nun 3 schwarze und 2 weiße Kugeln.



Was erwarten wir, falls das Zufallsexperiment 30mal (60mal, 1000mal, 1750mal, 2480mal) wiederholt wird?

Die *Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses* gibt für eine Versuchsreihe den zu erwartenden Anteil an, für den das Ereignis eintreffen wird. Für das Urnenexperiment mit 3 schwarzen und 2 weißen Kugeln heißt das:

$$P(\text{weiß}) = \frac{2}{5}, \quad P(\text{schwarz}) = \frac{3}{5}$$

Die Wahrscheinlichkeit (*engl. probability*) wird mit einem  $P$  abgekürzt. Die fünf Kugeln können durchnummeriert werden. Die Kugeln 1 und 2 seien weiß. Als Ergebnis des Zufallsversuchs nehmen wir die Kugelnummer. Das Ereignis *weiß* tritt ein, falls die Kugel 1 oder 2 gezogen wird.

Unter der Voraussetzung, dass alle Ergebnisse die gleiche Chance haben einzutreffen, gilt:

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, aus denen das Ereignis besteht}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

$$P(\text{Ereignis}) = \text{Anteil des Ereignisses an allen Ergebnissen}$$

3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Würfeln
  - a) eine Doppelsechs,
  - b) die Augensumme 6,
  - c) einen Pasch (gleiche Augenzahl) zu werfen?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Werfen einer Münze
  - a) 3mal Kopf,
  - b) genau 1mal Kopf zu werfen?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Familie mit 3 (4) Kindern
  - a) keinen Jungen,
  - b) genau ein Mädchen anzutreffen?



1. In einer Urne befinden sich 3 schwarze und 1 weiße Kugel. Wir entnehmen der Urne eine Kugel, notieren die Farbe und legen die Kugel in die Urne zurück. Dieses *Zufallsexperiment* wiederholen wir 60mal. Dabei notieren wir beispielsweise 20mal eine weiße Kugel.

Der Anteil der weißen Kugeln beträgt also  $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ . Diese Zahl heißt *relative Häufigkeit*.

Wir hatten erwartet, dass die weiße Kugel ungefähr 15mal gezogen wird.  $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$

Was erwarten wir, falls das Zufallsexperiment 20mal (32mal) wiederholt wird? 5 (8)



2. In der Urne befinden sich nun 3 schwarze und 2 weiße Kugeln.  
Was erwarten wir, falls das Zufallsexperiment 30mal (60mal, 1000mal, 1750mal, 2480mal) wiederholt wird? Erwartungswert für die Anzahl der weißen Kugeln:

$$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \quad (24, 400, 700, 992)$$

3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Würfeln

a) eine Doppelsechs,  $(6|6)$   $\frac{1}{36}$

b) die Augensumme 6,  $(5|1), (4|2), (3|3), (2|4), (1|5)$   $\frac{5}{36}$

c) einen Pasch (gleiche Augenzahl) zu werfen?  $(1|1), (2|2), (3|3), (4|4), (5|5), (6|6)$   $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Werfen einer Münze

a) 3mal Kopf,  $\frac{1}{8}$

b) genau 1mal Kopf zu werfen?  $\frac{3}{8}$

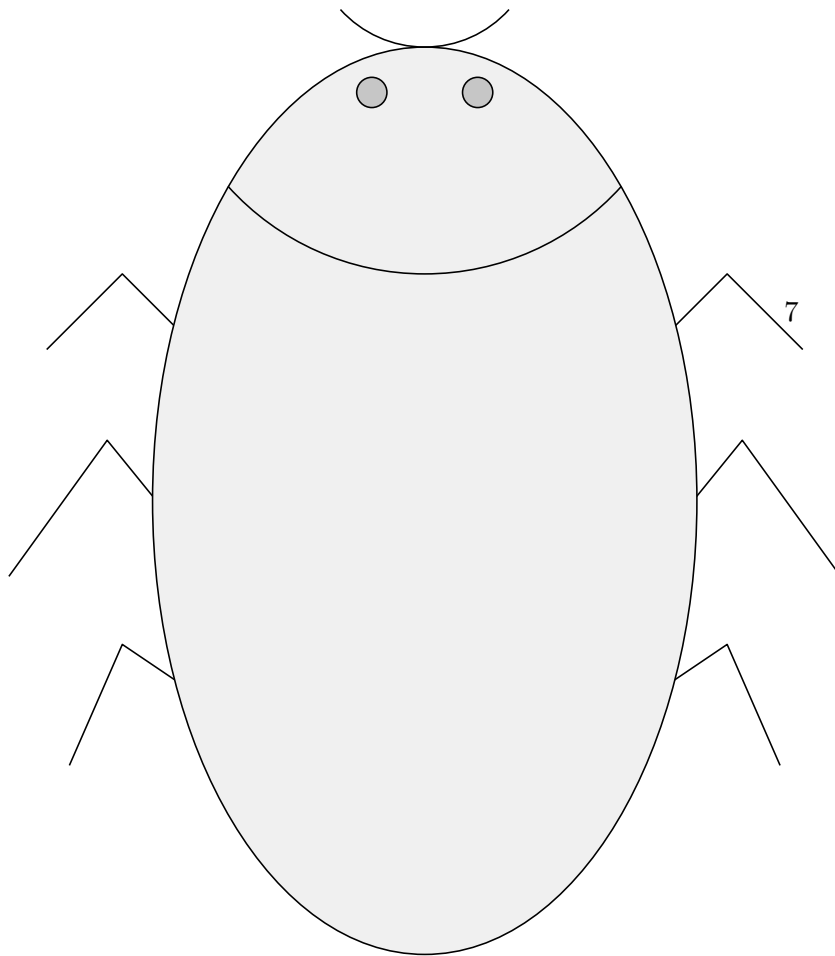
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Familie mit 3 (4) Kindern

a) keinen Jungen,  $\frac{1}{8} \left( \frac{1}{16} \right)$

b) genau ein Mädchen anzutreffen?  $\frac{3}{8} \left( \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \right)$

# Würfeln mit der Laus

Es wird reihum mit zwei Würfeln gewürfelt. Jeder zeichnet aber zunächst eine Laus, wobei es hier nur auf die Anzahl der Körperteile ankommt. Schreibe an die 11 Körperteile mögliche Augensummen, Wiederholungen sind erlaubt. Die gewürfelte Augensumme, bzw. das Körperteil, wird gestrichen. Gewonnen hat, dessen Laus verschwunden ist.



Änderungsmöglichkeiten:  
Das Streichen erfolgt bei allen in der Spielrunde.  
Statt der Summe ist die Differenz zu nehmen.

## Zweimaliges Würfeln oder das Werfen zweier Würfel

	1	2	3	4	5	6
1	(1 1)	(1 2)	(1 3)	(1 4)	(1 5)	(1 6)
2	(2 1)	(2 2)	(2 3)	(2 4)	(2 5)	(2 6)
3	(3 1)	(3 2)	(3 3)	(3 4)	(3 5)	(3 6)
4	(4 1)	(4 2)	(4 3)	(4 4)	(4 5)	(4 6)
5	(5 1)	(5 2)	(5 3)	(5 4)	(5 5)	(5 6)
6	(6 1)	(6 2)	(6 3)	(6 4)	(6 5)	(6 6)

Ermittle von den 36 Möglichkeiten die Anteile (in Prozent) der verschiedenen

- Augensummen,
- Differenzen (von der größeren Zahl wird die kleinere subtrahiert),
- Quotienten (größere Zahl wird durch kleinere dividiert, anschließend auf eine ganze Zahl gerundet).

## Zweimaliges Würfeln oder das Werfen zweier Würfel

	1	2	3	4	5	6
1	(1 1)	(1 2)	(1 3)	(1 4)	(1 5)	(1 6)
2	(2 1)	(2 2)	(2 3)	(2 4)	(2 5)	(2 6)
3	(3 1)	(3 2)	(3 3)	(3 4)	(3 5)	(3 6)
4	(4 1)	(4 2)	(4 3)	(4 4)	(4 5)	(4 6)
5	(5 1)	(5 2)	(5 3)	(5 4)	(5 5)	(5 6)
6	(6 1)	(6 2)	(6 3)	(6 4)	(6 5)	(6 6)

Ermittle von den 36 Möglichkeiten die Anteile (in Prozent) der verschiedenen

- a) Augensummen,
- b) Differenzen (von der größeren Zahl wird die kleinere subtrahiert),
- b) Quotienten (größere Zahl wird durch kleinere dividiert, anschließend auf eine ganze Zahl gerundet).

a)

Summe	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Häufigkeit	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
Anteil	2,8%	5,6%	8,3%	11,1%	13,9%	16,7%	13,9%	11,1%	8,3%	5,6%	2,8%

b)

Differenz	0	1	2	3	4	5
Häufigkeit	6	10	8	6	4	2
Anteil	16,7%	27,8%	22,2%	16,7%	11,1%	5,6%

c)

gerundeter Quotient	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	12	12	6	2	2	2
Anteil	33,3%	33,3%	16,7%	5,6%	5,6%	5,6%

Ein idealer Würfel wird zweimal jeweils zufällig geworfen  
und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.  
Ermittle die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Die Augensumme ist größer als 8.“

Ein idealer Würfel wird zweimal jeweils zufällig geworfen  
und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.  
Ermittle die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Die Augensumme ist größer als 8.“

$$P = \frac{5}{18}$$

(3,6) (6,3)  
(4,5) (5,4)  
(5,5)  
(4,6) (6,4)  
(5,6) (6,5)  
(6,6)