

# Umfangswinkelsatz

Umfangswinkel zur selben Kreissehne sind gleich groß.  
(Die Winkel müssen auf derselben Seite der Sehne liegen.)

Jeder Umfangswinkel ist halb so groß wie der zugehörige Mittelpunktswinkel.

Beweis:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= 180^\circ - 2 \cdot \gamma_1 \\ \delta_2 &= 180^\circ - 2 \cdot \gamma_2 \\ \epsilon &= 360^\circ - \delta_1 - \delta_2 \\ \epsilon &= 360^\circ - (180^\circ - 2 \cdot \gamma_1) - (180^\circ - 2 \cdot \gamma_2) \\ \epsilon &= 360^\circ - 180^\circ + 2 \cdot \gamma_1 - 180^\circ + 2 \cdot \gamma_2 \\ \epsilon &= 2 \cdot \gamma_1 + 2 \cdot \gamma_2 \\ \epsilon &= 2 \cdot \underbrace{(\gamma_1 + \gamma_2)}_{\gamma}\end{aligned}$$

1. Aufg.

Welche Beziehung besteht zwischen den Winkeln  $\alpha$  und  $\gamma$ ?

2. Aufg.

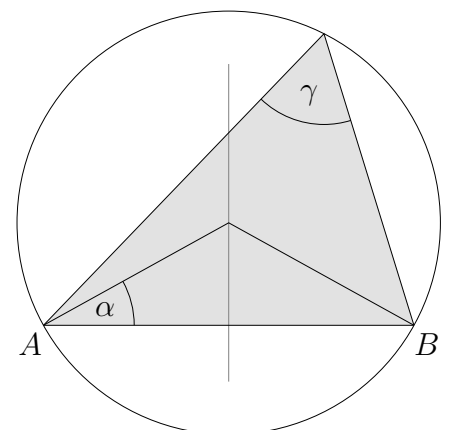
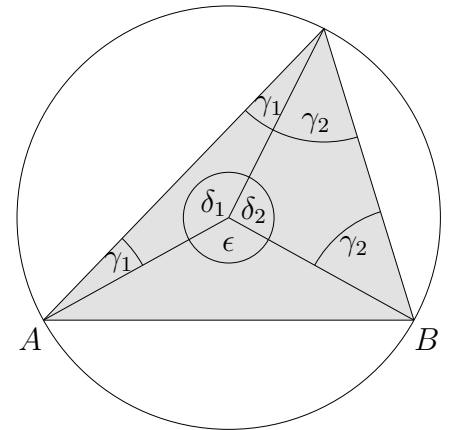
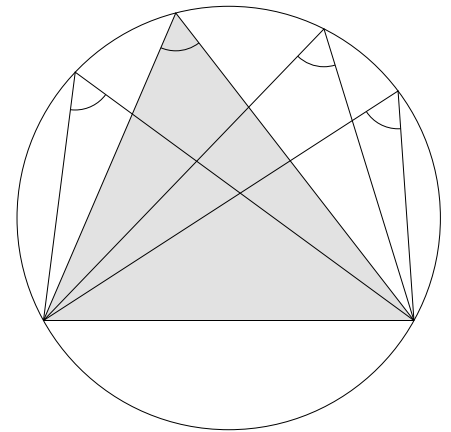
Ein Kapitän möchte die Position seines Schiffes bestimmen. Er sieht die Lichtstrahlen (Leuchfeuer) zweier Leuchttürme, die auf einer Seekarte  $7 \text{ cm}$  entfernt sind. Der Kapitän misst den Winkel, den die Lichtstrahlen miteinander einschließen, er beträgt  $60^\circ$ . Was kann der Kapitän daraus schließen?

Falls eine Strecke  $\overline{AB}$  gegeben ist und alle Punkte bestimmt werden sollen, von der aus die Strecke unter einem bestimmten Winkel  $\gamma$  gesehen wird, gehe folgendermaßen vor:

1. Zeichne die Strecke  $\overline{AB}$ .
2. Konstruiere die Mittelsenkrechte dieser Strecke.
3. Bestimme den Winkel  $\alpha$  und trage ihn an die Strecke  $\overline{AB}$  an.
4. Bestimme den Mittelpunkt des Kreises.
5. Von den Punkten des oberen Kreisbogens aus wird die Strecke unter dem gegebenen Winkel gesehen.

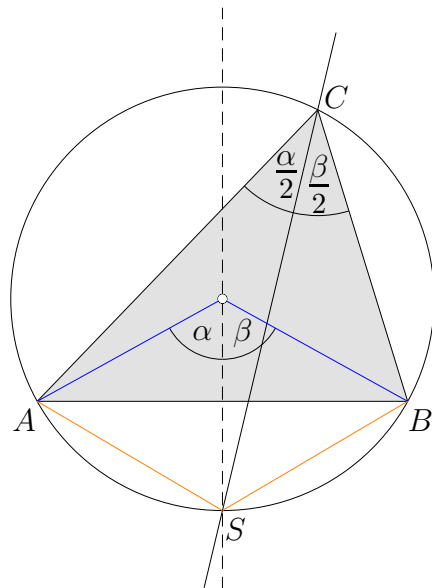
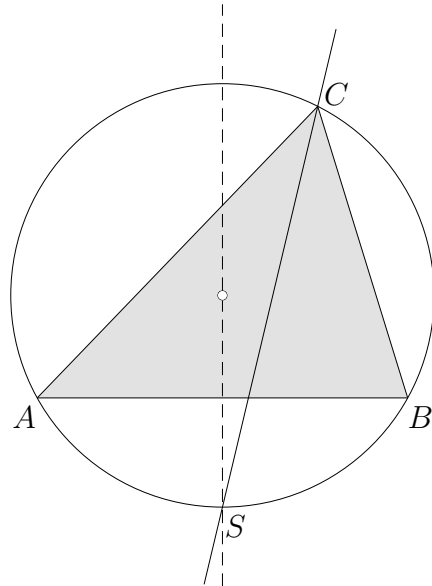
3. Aufg.

Text wie die 2. Aufgabe. Die Endpunkte der Strecke sind nun  $A(0 \mid 2)$  und  $B(0 \mid 12)$ ,  $\gamma = 52^\circ$ .



# Südpolsatz

In einem Dreieck wird der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten einer Seite mit dem Umkreis Südpol  $S$  genannt. Die Winkelhalbierende durch die gegenüberliegende Ecke verläuft durch  $S$ .



Siehe Umfangswinkelsatz.  
Aus Symmetriegründen gilt  $\alpha = \beta$ .  
 $S$  liegt damit auf der Winkelhalbierenden.  
Anders formuliert:  
Die Winkelhalbierende verläuft durch  $S$ .