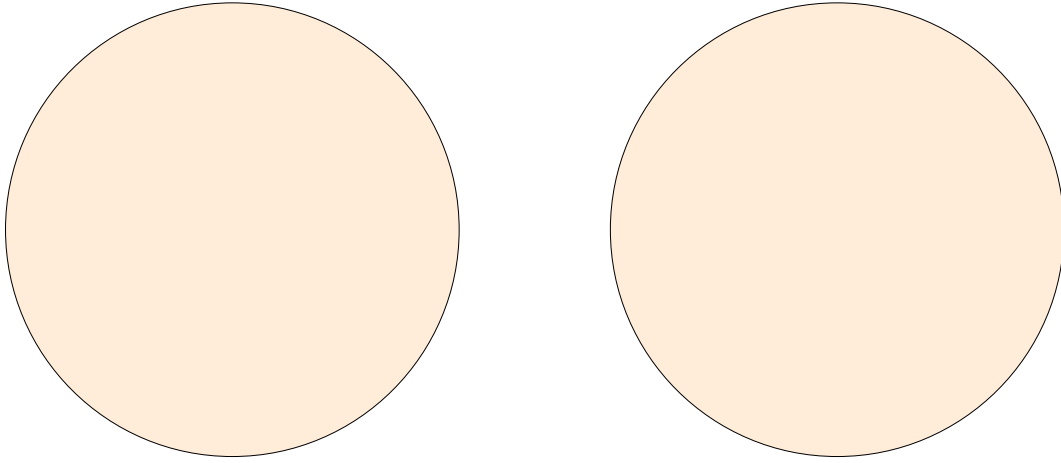


## Bruchrechnung    Anteile

1. Bruchrechnung    Wir teilen gerecht auf
2. Wir teilen einen Teil
3. Anteil von ...    Aufgabentyp 1
4. Welcher Anteil liegt vor?    Aufgabentyp 2
5. Wie groß ist das Ganze?    Aufgabentyp 3
6. Anteil von ...    Typ 1, 2, 3    Ergebnisse
7. Erweitern und Kürzen
8. Übungsblatt
9. Übungsblatt Ergebnisse
10. Multiplikation und Division
11. Multiplikation
12. Division
13. Erläutere
14. Der Kehrwert
15. Versteckte Klammern
16. Anteile und Verhältnisse
17. Anteile und Verhältnisse, Beispiele
18. Bemerkung

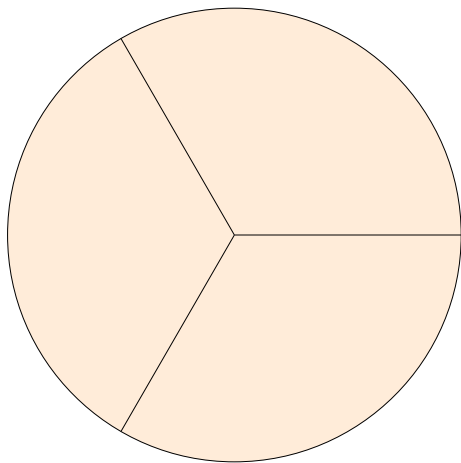
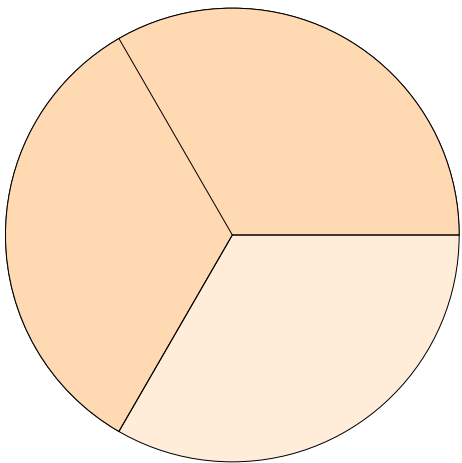
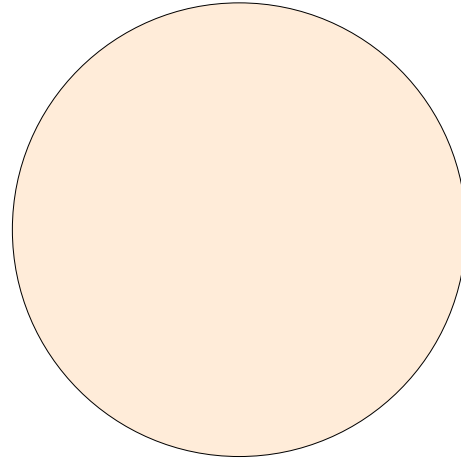
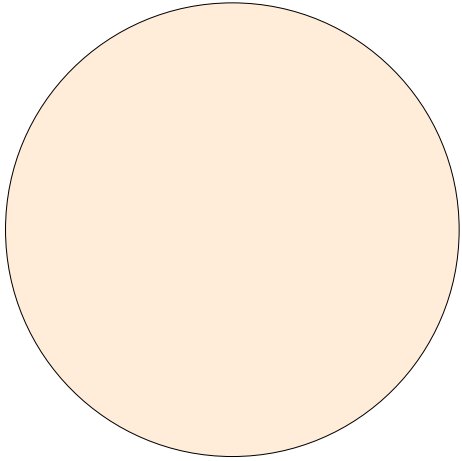
↑ Bruchrechnung Wir teilen gerecht auf

2 Minipizzen auf 3 Personen.



↑ Bruchrechnung Wir teilen gerecht auf

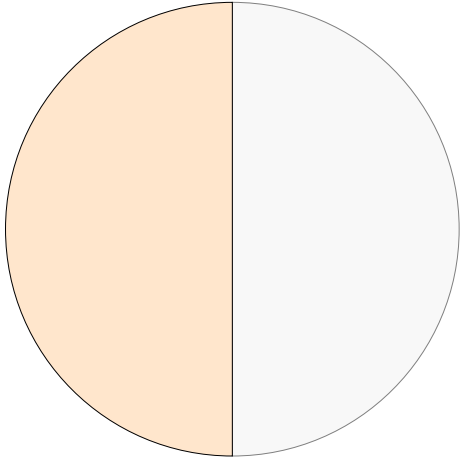
2 Minipizzen auf 3 Personen.



$$2 : 3 = (1 + 1) : 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

↑ Wir teilen einen Teil

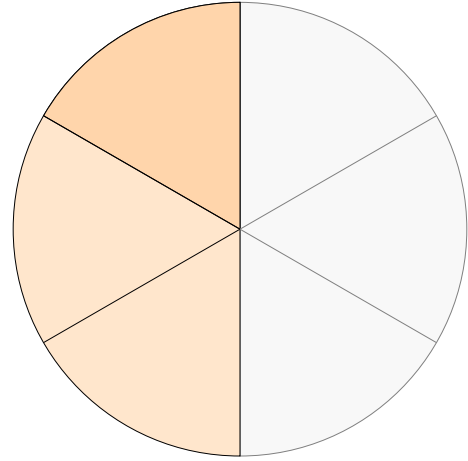
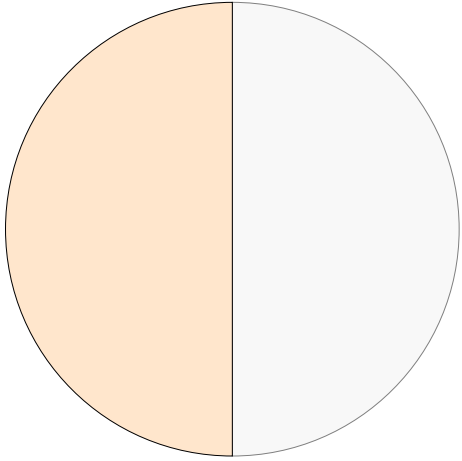
Eine halbe Minipizza auf 3 Personen.



$$\frac{1}{2} : 3 = ?$$

↑ Wir teilen einen Teil

Eine halbe Minipizza auf 3 Personen.



$$\frac{1}{2} : 3 = ?$$



	von
$\frac{3}{4}$	24 €
$\frac{1}{4}$	6 €
$\frac{3}{4}$	18 €

	von
$\frac{4}{5}$	60 €
$\frac{1}{5}$	12 €
$\frac{4}{5}$	48 €

	von
$\frac{3}{8}$	56 €
$\frac{1}{8}$	7 €
$\frac{3}{8}$	21 €

Rechne aus:

- a)  $\frac{3}{4}$  von 52 kg      b)  $\frac{5}{6}$  von 138 kg      c)  $\frac{3}{100}$  von 500 kg      d)  $\frac{4}{7}$  von 126 kg  
e)  $\frac{3}{5}$  von 95 m      f)  $\frac{7}{8}$  von 128 m      g)  $\frac{5}{100}$  von 900 m      h)  $\frac{11}{12}$  von 48 m



4 von 10 Äpfeln sind wurmstichig.

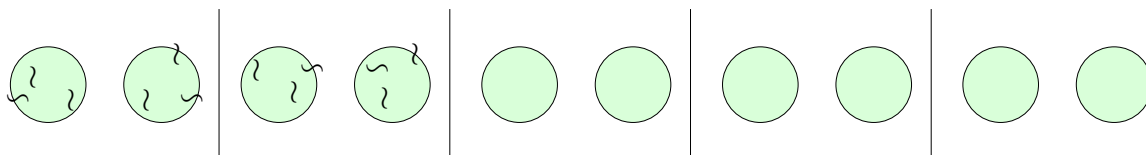
Der Anteil beträgt  $\frac{4}{10}$ ,

$\frac{1}{10}$  wäre 1 Apfel.

$\frac{4}{10}$  sind jedoch auch  $\frac{2}{5}$ .

Erläutere:

$$\frac{4}{10} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2 \cdot \bigcirc \bigcirc}{5 \cdot \bigcirc \bigcirc} = \frac{2}{5}$$



Bestimme den Anteil und vereinfache ihn:

- a) 8 kg von 12 kg    b) 14 kg von 21 kg    c) 30 kg von 54 kg    d) 24 kg von 40 kg  
 e) 20 m von 400 m    f) 60 m von 80 m    g) 80 m von 200 m    h) 50 m von 75 m



(vom Ganzen) sind

$\frac{3}{4}$	24 €
$\frac{1}{4}$	8 €
$\frac{4}{4}$	32 €

sind

$\frac{4}{5}$	40 €
$\frac{1}{5}$	10 €
$\frac{5}{5}$	50 €

sind

$\frac{3}{8}$	18 €
$\frac{1}{8}$	6 €
$\frac{8}{8}$	48 €

Rechne aus:

- a)  $\frac{3}{4}$  sind 27 kg      b)  $\frac{5}{6}$  sind 60 kg      c)  $\frac{4}{100}$  sind 8 kg      d)  $\frac{4}{7}$  sind 48 kg  
e)  $\frac{3}{5}$  sind 63 m      f)  $\frac{7}{8}$  sind 56 m      g)  $\frac{5}{100}$  sind 15 m      h)  $\frac{11}{12}$  sind 55 m





↑ Anteil von ... Typ 1 Ergebnisse

- a)  $\frac{3}{4}$  von 52 kg  
39 kg
- b)  $\frac{5}{6}$  von 138 kg  
115 kg
- c)  $\frac{3}{100}$  von 500 kg  
15 kg
- d)  $\frac{4}{7}$  von 126 kg  
72 kg
- e)  $\frac{3}{5}$  von 95 m  
57 m
- f)  $\frac{7}{8}$  von 128 m  
112 m
- g)  $\frac{5}{100}$  von 900 m  
45 m
- h)  $\frac{11}{12}$  von 48 m  
44 m

Welcher Anteil liegt vor? Typ 2

- a) 8 kg von 12 kg  
 $\frac{2}{3}$
- b) 14 kg von 21 kg  
 $\frac{2}{3}$
- c) 30 kg von 54 kg  
 $\frac{5}{9}$
- d) 24 kg von 40 kg  
 $\frac{3}{5}$
- e) 20 m von 400 m  
 $\frac{1}{20}$
- f) 60 m von 80 m  
 $\frac{3}{4}$
- g) 80 m von 200 m  
 $\frac{2}{5}$
- h) 50 m von 75 m  
 $\frac{2}{3}$

Wie groß ist das Ganze? Aufgabentyp 3

- a)  $\frac{3}{4}$  sind 27 kg  
36 kg
- b)  $\frac{5}{6}$  sind 60 kg  
72 kg
- c)  $\frac{4}{100}$  sind 8 kg  
200 kg
- d)  $\frac{4}{7}$  sind 48 kg  
84 kg
- e)  $\frac{3}{5}$  sind 63 m  
105 m
- f)  $\frac{7}{8}$  sind 56 m  
64 m
- g)  $\frac{5}{100}$  sind 15 m  
300 m
- h)  $\frac{11}{12}$  sind 55 m  
60 m

## ↑ Erweitern und Kürzen

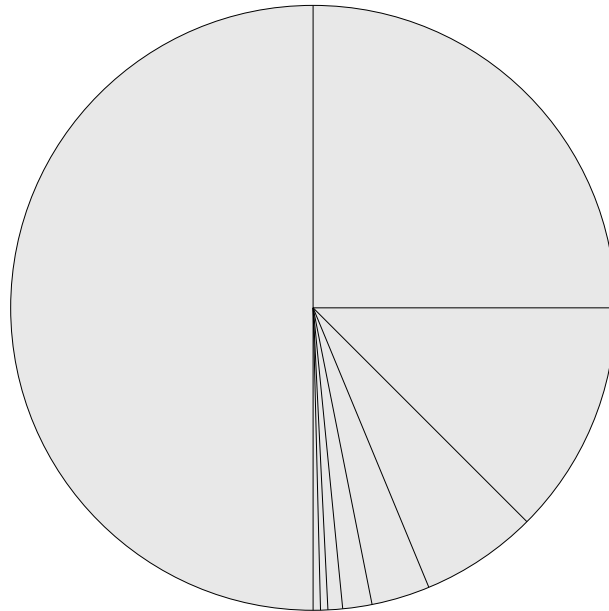
Erweitern (Einteilung wird verfeinert)



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{16}{32} = \frac{32}{64} = \frac{64}{128} = \frac{128}{256} = \frac{256}{512} = \frac{512}{1024} = \frac{1024}{2048} = \frac{2048}{4096}$$



Kürzen (Einteilung wird vergrößert)



Kürze soweit wie möglich.

a)  $\frac{16}{18}$

b)  $\frac{24}{36}$

c)  $\frac{12}{30}$

d)  $\frac{30}{40}$

## ↑ Übungsblatt

1. Rechne aus:

a)  $6 \cdot \frac{1}{3}$

b)  $5 \cdot \frac{4}{5}$

c)  $\frac{5}{6} \cdot 120$

d)  $\frac{1}{3} : 2$

e)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

f)  $2 : 5$

g)  $3 : \frac{1}{2}$

h)  $2 : \frac{1}{4}$

2. Erläutere von der 1. Aufgabe a), d) und g).

3. Rechne aus:

a)  $\frac{3}{4}$  von  $24 \text{ kg}$

b)  $\frac{5}{6}$  von  $60 \text{ kg}$

c)  $\frac{5}{100}$  von  $300 \text{ kg}$

4. Bestimme den Anteil und vereinfache ihn:

a)  $6 \text{ kg}$  von  $15 \text{ kg}$

b)  $12 \text{ kg}$  von  $22 \text{ kg}$

c)  $15 \text{ kg}$  von  $25 \text{ kg}$

5. Wie groß ist das Ganze?

a)  $\frac{3}{4}$  sind  $48 \text{ kg}$

b)  $\frac{5}{6}$  sind  $30 \text{ kg}$

c)  $\frac{3}{100}$  sind  $90 \text{ kg}$

6. Vergleiche ( $<$ ,  $=$ ,  $>$ ) die Brüche.

a)  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{7}{10}$

b)  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{5}{4}$

7. Ein Anzug kostet nur noch  $\frac{3}{4}$  des alten Preises. Bisher kostete er  $204 \text{ €}$ . Wie viel kostet er jetzt?

8. Eine Milchkanne ist zu  $\frac{2}{3}$  gefüllt und enthält  $24 \text{ Liter}$  Milch. Wie viel Liter fasst die Kanne?

9. Herr H. hat 2 Söhne. Von seinem Vermögen ( $50000 \text{ €}$ ) vererbt er  $\frac{3}{5}$  dem älteren Sohn.  
Wie viel Euro erbt der Jüngere?

1. Rechne aus:

a)  $6 \cdot \frac{1}{3} = 2$       b)  $5 \cdot \frac{4}{5} = 4$       c)  $\frac{5}{6} \cdot 120 = 100$       d)  $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$   
 e)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$       f)  $2 : 5 = \frac{2}{5}$       g)  $3 : \frac{1}{2} = 6$       h)  $2 : \frac{1}{4} = 8$

2. Erläutere von der 1. Aufgabe a), d) und g).  $\frac{1}{3}$  ist 6 mal in 2 enthalten.  
 ...

3. Rechne aus:

a)  $\frac{3}{4}$  von 24 kg sind 18 kg      b)  $\frac{5}{6}$  von 60 kg sind 50 kg      c)  $\frac{5}{100}$  von 300 kg sind 15 kg

4. Bestimme den Anteil und vereinfache ihn:

a) 6 kg von 15 kg sind  $\frac{2}{5}$       b) 12 kg von 22 kg sind  $\frac{6}{11}$       c) 15 kg von 25 kg sind  $\frac{3}{5}$

5. Wie groß ist das Ganze?

a)  $\frac{3}{4}$  sind 48 kg sind 64 kg      b)  $\frac{5}{6}$  sind 30 kg sind 36 kg      c)  $\frac{3}{100}$  sind 90 kg sind 3000 kg

6. Vergleiche (<, =, >) die Brüche.

a)  $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}$        $\frac{6}{10} < \frac{7}{10}$       b)  $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}$        $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$       c)  $\frac{4}{3}, \frac{5}{4}$        $\frac{16}{12} > \frac{15}{12}$

7. Ein Anzug kostet nur noch  $\frac{3}{4}$  des alten Preises. Bisher kostete er 204 €. Wie viel kostet er jetzt? 153 €

8. Eine Milchkanne ist zu  $\frac{2}{3}$  gefüllt und enthält 24 Liter Milch. Wie viel Liter fasst die Kanne? 36 Liter

9. Herr H. hat 2 Söhne. Von seinem Vermögen (50000 €) vererbt er  $\frac{3}{5}$  dem älteren Sohn. Wie viel Euro erbt der Jüngere? 20000 €

## ↑ Multiplikation und Division

Für  $\frac{1}{2}$  von 8 sind 4

schreiben wir kürzer

$$\frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

Für  $\frac{3}{4}$  von 8 sind 6

kürzer  $\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$

Für die Multiplikation

$$2 \cdot 3 = 6$$

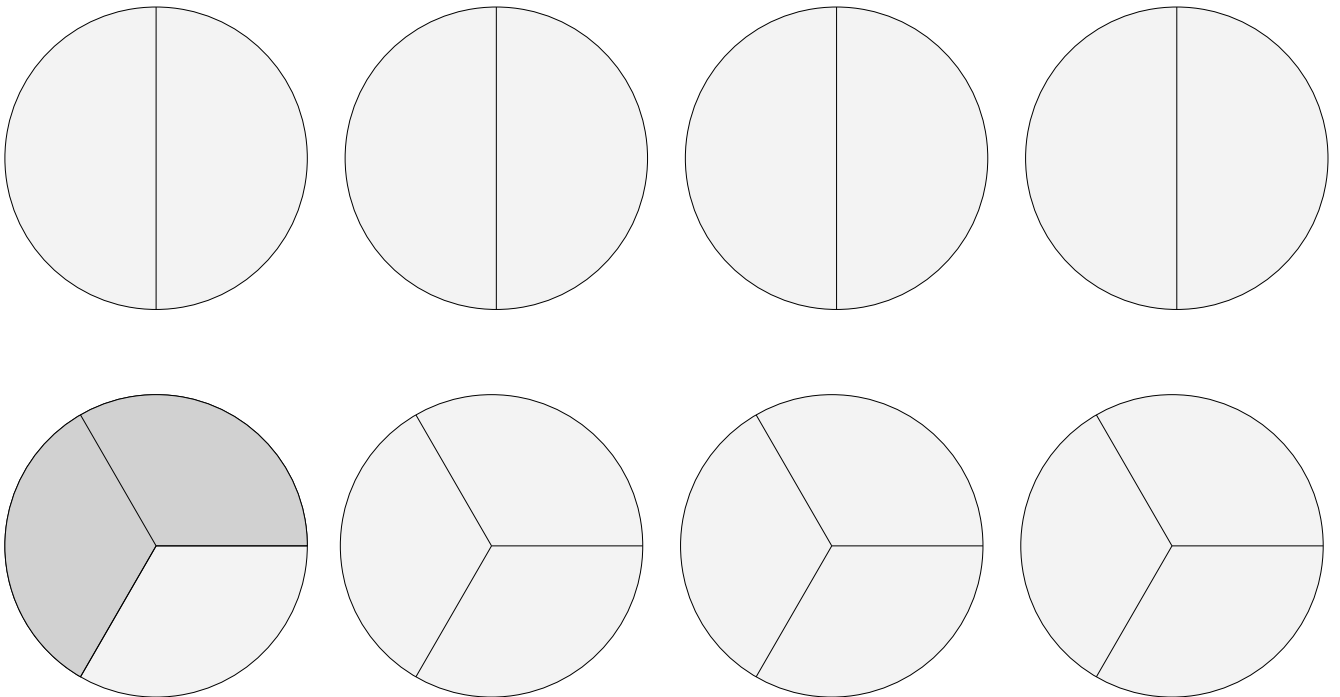
gelten  $6 : 3 = 2$

und  $6 : 2 = 3$

Überprüfe, ob dies auch für

$$\frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

und  $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$  gilt.



## ↑ Multiplikation

Veranschauliche und erkläre.

Rechenregeln für die Bruchrechnung (woher auch immer) sollen nicht verwendet werden.

1.  $6 \cdot \frac{1}{3} =$

$$6 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$6 \cdot \frac{3}{3} =$$

$$6 \cdot \frac{4}{3} =$$

$$6 \cdot \frac{5}{3} =$$

2.  $2 \cdot 4 =$

$$1 \cdot 4 =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 =$$

$$\frac{1}{4} \cdot 4 =$$

$$\frac{1}{8} \cdot 4 =$$

3.  $\frac{1}{4} \cdot 12 =$

$$\frac{2}{4} \cdot 12 =$$

$$\frac{3}{4} \cdot 12 =$$

$$\frac{4}{4} \cdot 12 =$$

$$\frac{5}{4} \cdot 12 =$$

4.  $2 \cdot \frac{1}{2} =$

$$1 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} =$$

$\frac{1}{4} \cdot 12$  bedeutet  $\frac{1}{4}$  von 12, also den 4. Teil von 12.

## ↑ Division

Veranschauliche und erläutere.

Rechenregeln f ur die Bruchrechnung (woher auch immer) sollen nicht verwendet werden.

1.  $4 : 2 =$

$2 : 2 =$

$1 : 2 =$

$\frac{1}{2} : 2 =$

$\frac{1}{4} : 2 =$

2.  $\frac{1}{2} : 3 =$

$\frac{2}{2} : 3 =$

$\frac{3}{2} : 3 =$

$\frac{4}{2} : 3 =$

$\frac{5}{2} : 3 =$

3.  $4 : \frac{1}{2} =$

$4 : 1 =$

$4 : 2 =$

$4 : 4 =$

$4 : 8 =$

$4 : 16 =$

4.  $2 : \frac{1}{2} =$

$1 : \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{8} : \frac{1}{2} =$

5.  $\frac{4}{3} : \frac{1}{3} =$

$\frac{2}{3} : \frac{1}{3} =$

$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} =$

$\frac{1}{6} : \frac{1}{3} =$

$\frac{1}{12} : \frac{1}{3} =$

$4 : 8 = \frac{1}{2}$  bedeutet 4 wird in 8 gleiche Teile geteilt oder 8 ist zur H alfte in 4 enthalten.

$\frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  bedeutet  $\frac{1}{2}$  ist zu einem Viertel in  $\frac{1}{8}$  enthalten.

$a : b = ?$  Falls  $b < a$  ist, frage dich Wie oft ist  $b$  in  $a$  enthalten?

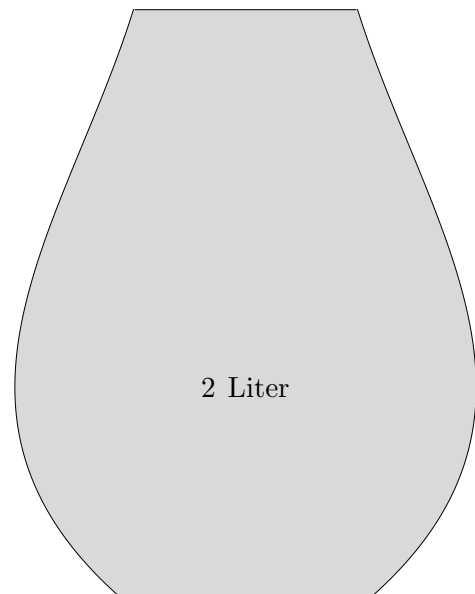
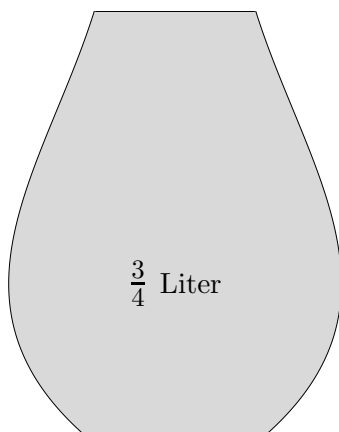
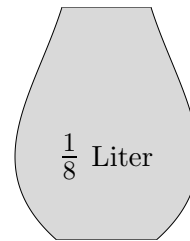
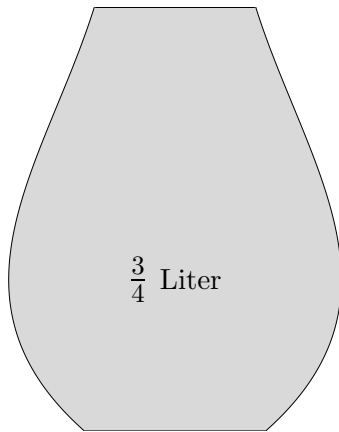
Falls  $b > a$  ist, frage dich Welcher Anteil von  $b$  ist in  $a$  enthalten?

↑ \_\_\_\_\_

© Roofs \_\_\_\_\_

↑ Division

Wie oft passt der Inhalt des rechten Gefäßes in das linke Gefäß?



a)  $\frac{3}{4}$  Liter :  $\frac{1}{8}$  Liter = 6

b)  $\frac{3}{4}$  Liter : 2 Liter =  $\frac{3}{8}$ , d. h.  $\frac{3}{8}$  von 2 Liter füllen das  $\frac{3}{4}$ -Liter-Gefäß.

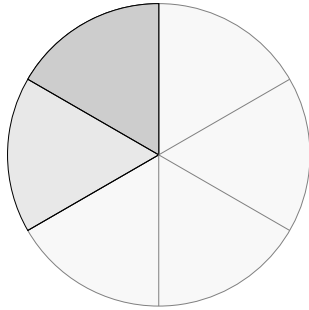
c)  $\frac{3}{4}$  Liter : 2 =  $\frac{3}{8}$  Liter Hier wird der Inhalt halbiert.

↑



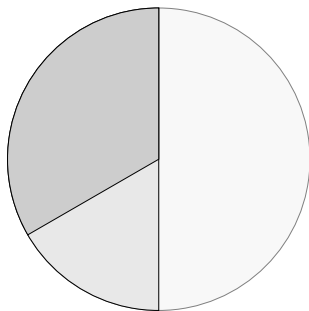
↑ Erläutere

$$\frac{1}{3} : 2 = ?$$

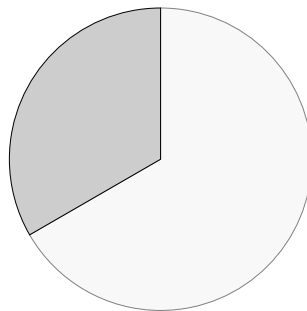


$$\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = ?$$



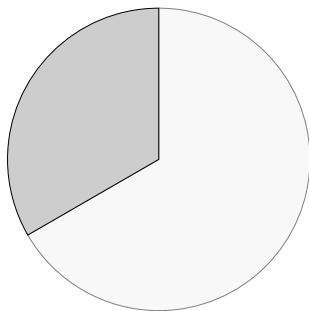
:



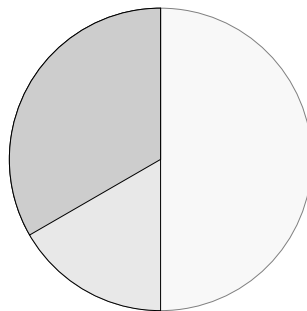
= ?

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = ?$$



:



= ?

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

↑

## ↑ Der Kehrwert

Suche die passende Zahl:

a)  $\frac{1}{2} \cdot \square = 10$

b)  $\frac{1}{4} \cdot \square = 8$

c)  $\frac{2}{5} \cdot \square = 20$

d)  $\frac{1}{4} \cdot \square = 8$

e)  $\frac{2}{3} \cdot \square = 1$

Es gilt  $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$  und damit  $\frac{3}{2} = 1 : \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$  ist der Kehrwert von  $\frac{3}{2}$  und umgekehrt.

Nun erkennen wir die Bedeutung des Kehrwerts:

$$4 : \frac{2}{3} = (1 + 1 + 1 + 1) : \frac{2}{3} = 4 \cdot \left(1 : \frac{2}{3}\right) = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

Rechne aus:

a)  $6 : \frac{3}{4}$

b)  $10 : \frac{5}{3}$

c)  $4 : \frac{2}{7}$

d)  $\frac{3}{5} : \frac{3}{10}$

e)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{9}$

f)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$

g)  $\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$

h)  $\frac{7}{4} : \frac{7}{8}$

## ↑ Der Kehrwert

Suche die passende Zahl:

a)  $\frac{1}{2} \cdot \square = 10$

b)  $\frac{1}{4} \cdot \square = 8$

c)  $\frac{2}{5} \cdot \square = 20$

d)  $\frac{1}{4} \cdot \square = 8$

e)  $\frac{2}{3} \cdot \square = 1$

Es gilt  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$ ,  $\frac{2}{3}$  ist der Kehrwert von  $\frac{3}{2}$  und umgekehrt.

$4 : \frac{1}{3} = 4 \cdot 3$ , da  $\frac{1}{3}$  3mal in 1 passt.

$4 : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{2}$ , da  $\frac{2}{3}$  doppelt so groß ist wie  $\frac{1}{3}$ .

Rechne aus:

a)  $6 : \frac{3}{4}$

b)  $10 : \frac{5}{3}$

c)  $4 : \frac{2}{7}$

d)  $\frac{3}{5} : \frac{3}{10}$

e)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{9}$

f)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$

g)  $\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$

h)  $\frac{7}{4} : \frac{7}{8}$

## ↑ Versteckte Klammern

Um  $4\frac{2}{3} \cdot 6$

auszurechnen, ist es nicht erforderlich, den gemischten Bruch umzuwandeln:

$$4\frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 6 = 28$$

$$4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3}$$

$$(4 + \frac{2}{3}) \cdot 6 = 4 \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 6 = 28$$

Hier liegt das gleiche Rechengesetz vor wie bei:

$$(4 + 5) \cdot 6 = 4 \cdot 6 + 5 \cdot 6 = 54$$

Wie verhält es sich nun mit:

$$2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} ?$$

Die Rechnung

$$~~2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = 2 \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}~~$$

ist falsch.

Überzeuge dich hiervon.

Doch woran liegt das?

$$2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = (2 + \frac{2}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{2})$$

Finde selbst eine Begründung, indem du untersuchst, wie 2 Summen

$$(2 + 5) \cdot (1 + 3) = \dots$$

multipliziert werden.

Wähle auch weitere Zahlenbeispiele, um deine Vermutung weiter abzusichern.

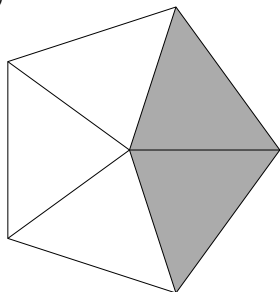
Berechne und begründe:

$$12\frac{6}{7} : 3$$

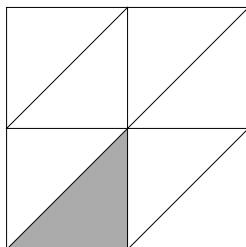
## ↑ Anteile und Verhältnisse

1. Welcher Anteil am Ganzen liegt vor?

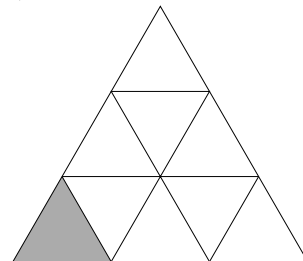
a)



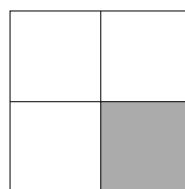
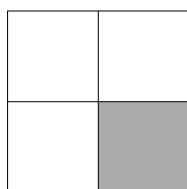
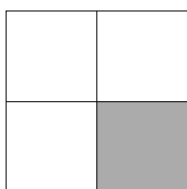
b)



c)



2. Vier Kinder teilen sich drei quadratische Tafeln Schokolade. Wieviel erhält jedes Kind?



Ersichtlich ist:  $3 : 4 = (1 + 1 + 1) : 4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Statt des Divisionszeichens kann daher auch ein Bruchstrich verwendet werden.

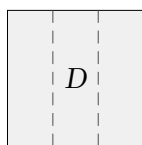
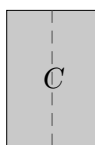
3. Größenvergleich



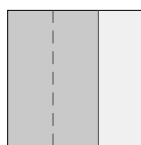
$B$  ist doppelt so groß wie  $A$ . Das Verhältnis von  $A$  zu  $B$  ist 1:2 (von  $B$  zu  $A$  entsprechend 2:1).

Wie groß ist das Verhältnis der kleineren zur größeren Fläche?

a)



b)



Die eine Fläche ist in der anderen enthalten.

Das Verhältnis der kleineren zur größeren Fläche ist in beiden Fällen 2:3, zwei Streifen stehen drei Streifen gegenüber. Was besagt der Quotient  $\frac{2}{3}$ ?

$$\frac{2}{3} \text{ von } D \text{ ergeben } C \quad \text{oder} \quad C = \frac{2}{3} \cdot D \quad \text{oder} \quad \frac{C}{D} = \frac{2}{3}$$

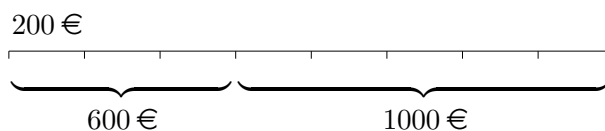
*Beachte:* Der Anteil der kleineren Fläche an der Gesamtfläche ist bei a) 2:5, bei b) jedoch 2:3. Diese beiden Fälle *enthalten/nicht enthalten* sind zukünftig sorgsam zu unterscheiden.

## ↑ Anteile und Verhältnisse, Beispiele

### 4. Teilungsverhältnis

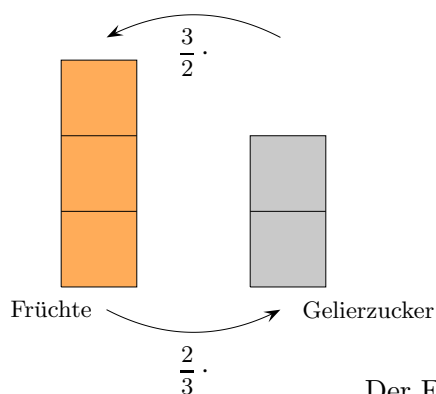
1600 € sollen auf zwei Personen im Verhältnis 3:5 aufgeteilt werden.

Der Geldbetrag ist in 8 gleiche Teile zu zerlegen. Die erste Person erhält 600 €, die zweite 1000 €.



### 5. Mischungsverhältnis

In einer Marmelade beträgt das Verhältnis von Früchten zu Gelierzucker 3:2.



Der Fruchtanteil beträgt  $\frac{3}{5}$ .

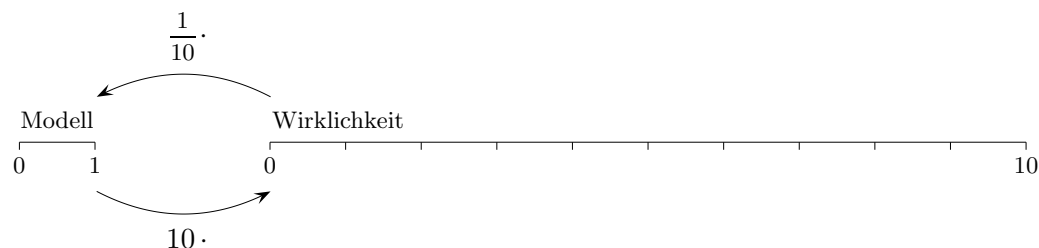
Für 600 g Früchte werden 400 g ( $= \frac{2}{3} \cdot 600$ ) Gelierzucker benötigt.

300 g Gelierzucker werden mit 450 g ( $= \frac{3}{2} \cdot 300$ ) Früchten gemischt.

### 6. Maßstab

Bei Vergrößerungen und Verkleinerungen wird ein Maßstab angegeben, d. h. das Größenverhältnis Bild (Modell) zu Original.

Bei einem Maßstab von 1:10 entspricht 1 cm am Modell 10 cm in der Wirklichkeit.



3 cm am Modell entsprechen 30 cm in der Wirklichkeit.

Unter einer Lupe mit dem Vergrößerungsverhältnis 5:1 erscheint ein 6 mm langer Käfer 3 cm lang.

Werden im Laufe der Mittelstufe Brüche bevorzugt unter dem Aspekt der nicht ausgeführten Division  $\frac{3}{7} = 3/7$  gesehen, kann auf den Zusammenhang

Sei  $k$  der Anteil von  $b$  an  $a$ , d.h.  $k \cdot a = b$  oder (gleichwertig)  $k = \frac{b}{a}$ .  
hingewiesen werden.

↑