

Ungleichungen

$$\begin{aligned}
 1. \quad 2x &> 5x - 6 && | \quad -5x \\
 -3x &> -6 && | \quad : (-3) \\
 x &< 2 \\
 L &= \{ x \mid x < 2 \}
 \end{aligned}$$

Die Lösungsmenge besteht aus allen Zahlen (allen x), die die Bedingung $x < 2$ erfüllen.

Übliche Schreibweise:

Vor der Bedingung steht ein senkrechter Strich.

$$\begin{aligned}
 2. \quad 3x - 10 &< 4x - 6 \\
 3. \quad 2 - 3(x - 2) &< 2 \\
 4. \quad 3x - (4x - 5) &2 < 5
 \end{aligned}$$

Lösungsidee:

Gehe wie beim Lösen von Gleichungen vor, beachte jedoch:

Beim Multiplizieren und Dividieren mit einer negativen Zahl kehrt sich das Kleiner- ($<$), bzw. Größerzeichen ($>$), um, wie an den folgenden Beispielen zu sehen ist:

$$\begin{aligned}
 2 < 5 & \quad | \cdot (-1) & \quad 3 > -2 & \quad | \cdot (-1) \\
 -2 > -5 & & \quad -3 < 2 &
 \end{aligned}$$

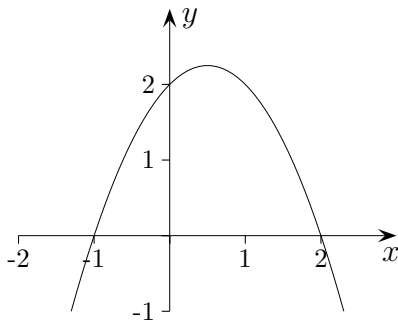
(Die Multiplikation mit -1 ist hier natürlich nicht begründet, es soll an diesen Beispielen lediglich gezeigt werden, was passieren kann, wenn mit negativen Zahlen multipliziert wird.)

Lösungen:

$$\begin{aligned}
 2. \quad L &= \{ x \mid -4 < x \} \\
 3. \quad L &= \{ x \mid 2 < x \} \\
 4. \quad L &= \{ x \mid 1 < x \}
 \end{aligned}$$

Quadratische Ungleichungen

$$1. \quad -x^2 + x + 2 < 0$$



$$f(x) = -x^2 + x + 2$$

Nullstellen: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$

$$L = \{ x \mid x < -1 \text{ oder } 2 < x \}$$

$$2. \quad x^2 - 4 \leq 0$$

$$3. \quad x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$4. \quad -x^2 + 3x + 4 < 0$$

$$5. \quad x^2 - 5x \leq 0$$

Lösungsidee:

Betrachte den Term mit x als Funktionsterm einer Parabel und bestimme die Nullstellen. Aus einer Skizze kann die Lösungsmenge dann abgelesen werden.

Überlege, für welche Bereiche die Funktionswerte oberhalb, bzw. unterhalb der x -Achse liegen.

Parabeln mit den Funktionsgleichungen $f(x) = x^2 \dots$ sind nach oben geöffnet,
Parabeln mit den Funktionsgleichungen $f(x) = -x^2 \dots$ sind nach unten geöffnet.

Lösungen:

$$2. \quad f(x) = x^2 - 4 \quad \text{Nullstellen: } x_1 = 2, x_2 = -2 \\ L = \{ x \mid -2 \leq x \leq 2 \}$$

$$3. \quad f(x) = x^2 - 3x - 4 \quad \text{Nullstellen: } x_1 = -1, x_2 = 4 \\ L = \{ x \mid -1 < x < 4 \}$$

$$4. \quad f(x) = -x^2 + 3x + 4 \quad \text{Nullstellen: } x_1 = -1, x_2 = 4 \\ L = \{ x \mid x < -1 \text{ oder } 4 < x \}$$

$$5. \quad f(x) = x^2 - 5x \quad \text{Nullstellen: } x_1 = 0, x_2 = 5 \\ L = \{ x \mid 0 \leq x \leq 5 \}$$