

# Sinus- und Cosinussatz

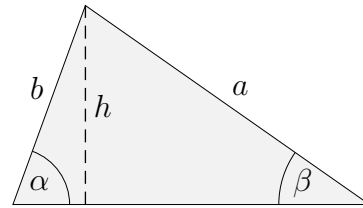
1. Von einem Dreieck sind gegeben:

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$\alpha = 70^\circ$$

$$\beta = 35^\circ$$

Gesucht:  $a$



Aus 1. \* folgt:  $\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

*Sinussatz:*

*Im Dreieck verhalten sich zwei Seiten wie die Sinuswerte der gegenüberliegenden Winkel.*

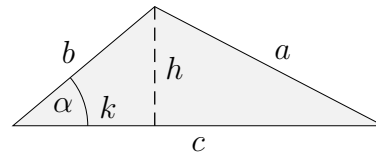
2. Von einem Dreieck sind gegeben:

$$c = 7 \text{ cm}$$

$$b = 3,5 \text{ cm}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

Gesucht:  $a$



Allgemein gilt:

$$\cos \alpha = \frac{k}{b}$$

$$k = b \cdot \cos \alpha$$

$$h^2 = b^2 - k^2$$

$$a^2 = (c - k)^2 + h^2$$

$$a^2 = c^2 - 2ck + k^2 + b^2 - k^2$$

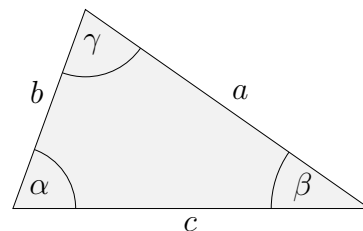
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

*Cosinussatz:*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$



Der Cosinussatz ist eine Verallgemeinerung des Satzes von Pythagoras.

# Sinus- und Cosinussatz

Aufgaben:

3. Von einem Dreieck sind gegeben:

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$\alpha = 65^\circ$$

$$\gamma = 80^\circ$$

Gesucht:  $c$

4. Gegeben sind:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 2 \text{ cm}$$

$$\gamma = 80^\circ$$

Gesucht:  $c$

5. Gegeben sind:

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$c = 5,5 \text{ cm}$$

$$\beta = 38^\circ$$

Gesucht:  $b, \alpha$

6. Gegeben sind:

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$\alpha = 42^\circ$$

Gesucht:  $\beta, c$

# Sinus- und Cosinussatz

Ergebnisse:

$$1. \quad \sin \alpha = \frac{h}{b}$$
$$h = b \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \beta = \frac{h}{a}$$
$$h = a \cdot \sin \beta$$

$$* \quad a \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \alpha$$
$$a = 6,55 \text{ cm}$$

$$2. \quad a = 4,87 \text{ cm}$$

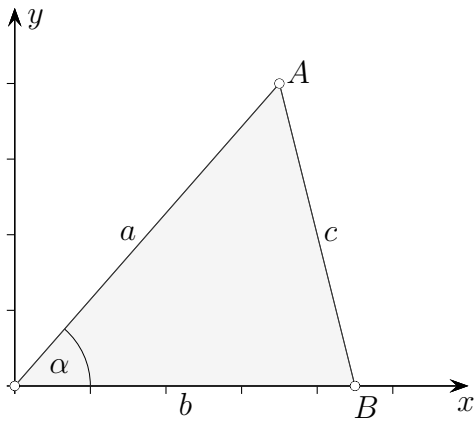
$$3. \quad c = 8,69 \text{ cm}$$

$$4. \quad c = 5,05 \text{ cm}$$

$$5. \quad b = 3,40 \text{ cm}$$
$$\alpha = 46,4^\circ$$

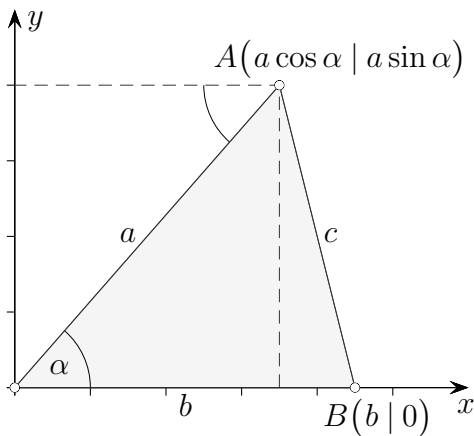
$$6. \quad \beta = 26,5^\circ$$
$$c = 8,34 \text{ cm}$$

# Cosinussatz



Gegeben:  $a, b, \alpha$

Wie lauten die Koordinaten von  $A$  und  $B$ ?



Beachte für die  $y$ -Koordinate von  $A$  das Wechselwinkelpaar.

Ermittle die Länge von  $c$ .

$$c = \sqrt{(b - a \cos \alpha)^2 + (a \sin \alpha)^2}$$

$$c^2 = b^2 - 2ab \cos \alpha + a^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

Pythagoras

$|a^2$  ausklammern, beachte  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$