



Mathematik I

Aufgaben A 1 – 3

Haupttermin

RAUMGEOMETRIE

A 1.1 Einzeichnen des Trapezes $A_2B_2C_2D$

1

L 3
K 4

A 1.2 $\tan \varphi = \frac{\overline{DC_n}}{3 \text{ cm}}$

$\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$

$\varphi \in]0^\circ; 53,13^\circ[$

$\tan \varphi = \frac{4 \text{ cm}}{\overline{SA_n}}$

$\overline{SA_n}(\varphi) = \frac{4}{\tan \varphi} \text{ cm}$

$\varphi \in]0^\circ; 53,13^\circ[$

2

L 3
L 4
K 5

A 1.3 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{A_nB_n}^2 \cdot \overline{SA_n} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{DC_n}^2 \cdot \overline{SD}$

$V(\varphi) = \left(\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{4}{\tan \varphi} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot 3 \right) \text{ cm}^3$

$\varphi \in]0^\circ; 53,13^\circ[$

$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{64}{\tan \varphi} - 27 \cdot \tan^2 \varphi \right) \text{ cm}^3$

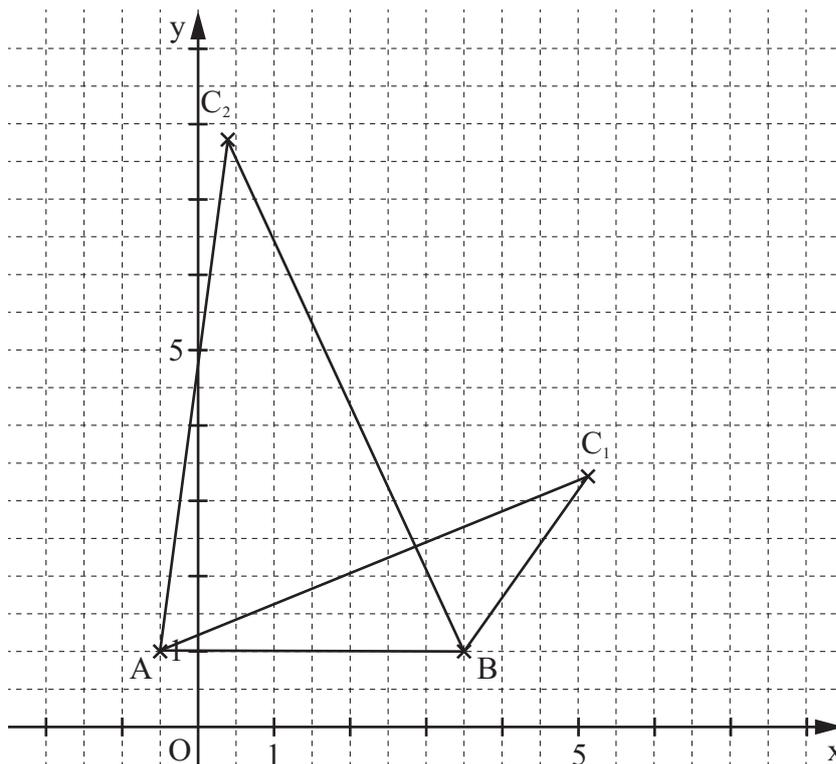
2

L 3
L 4
K 2

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 $\overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} 5,6 \\ 2,3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC_2} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 6,8 \end{pmatrix}$



3

L 3
K 4
K 5

<p>A 2.2 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AC_n}$</p> $\overrightarrow{OC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 8 \cdot \cos \varphi - 0,5 \\ \frac{1}{\cos \varphi} + 1 \end{pmatrix} \quad \varphi \in [0^\circ; 90^\circ[\quad C_n \left(8 \cdot \cos \varphi - 1 \mid \frac{1}{\cos \varphi} + 2 \right)$	1	L 4 K 2 K 5
<p>A 2.3 $\begin{cases} x = 8 \cdot \cos \varphi - 1 \\ \wedge y = \frac{1}{\cos \varphi} + 2 \end{cases}$</p> <p>...</p> <p>Trägergraph: $y = \frac{8}{x+1} + 2$</p> <p style="text-align: right;">$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \varphi \in [0^\circ; 90^\circ[$</p> <p style="text-align: right;">$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$</p>	2	L 4 K 2 K 5
<p>A 2.4 Für C_3 gilt: $x_{C_3} = 1,5$.</p> $8 \cdot \cos \varphi - 1 = 1,5$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 71,8^\circ$ <p>Für die Länge der Strecke $[AC_3]$ gilt:</p> $\overline{AC_3} = \sqrt{(8 \cdot \cos 71,8^\circ - 0,5)^2 + \left(\frac{1}{\cos 71,8^\circ} + 1\right)^2} \text{ LE} \quad \overline{AC_3} = 4,7 \text{ LE}$ <p>Wegen $\overline{AB} \neq \overline{AC_3}$ ist das Dreieck ABC_3 nicht gleichseitig.</p>	3	L 3 L 4 K 1 K 2
FUNKTIONEN		
<p>A 3.1 Einzeichnen des Dreiecks $A_1B_1C_1$</p>	1	L 3 K 4
<p>A 3.2 $\overline{A_nB_n}(x) = [4 \cdot 0,5^x - (4 \cdot 0,5^{x+2} - 3)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R} \quad \overline{A_nB_n}(x) = (3 \cdot 0,5^x + 3) \text{ LE}$</p>	2	L 4 K 2 K 5
<p>A 3.3 $15 = 0,5 \cdot (3 \cdot 0,5^x + 3) \cdot 3$</p> <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -1,22$ <p style="text-align: right;">$x \in \mathbb{R}$</p> <p style="text-align: right;">$\mathbb{I} = \{-1,22\}$</p>	2	L 2 L 4 K 2 K 5
		19

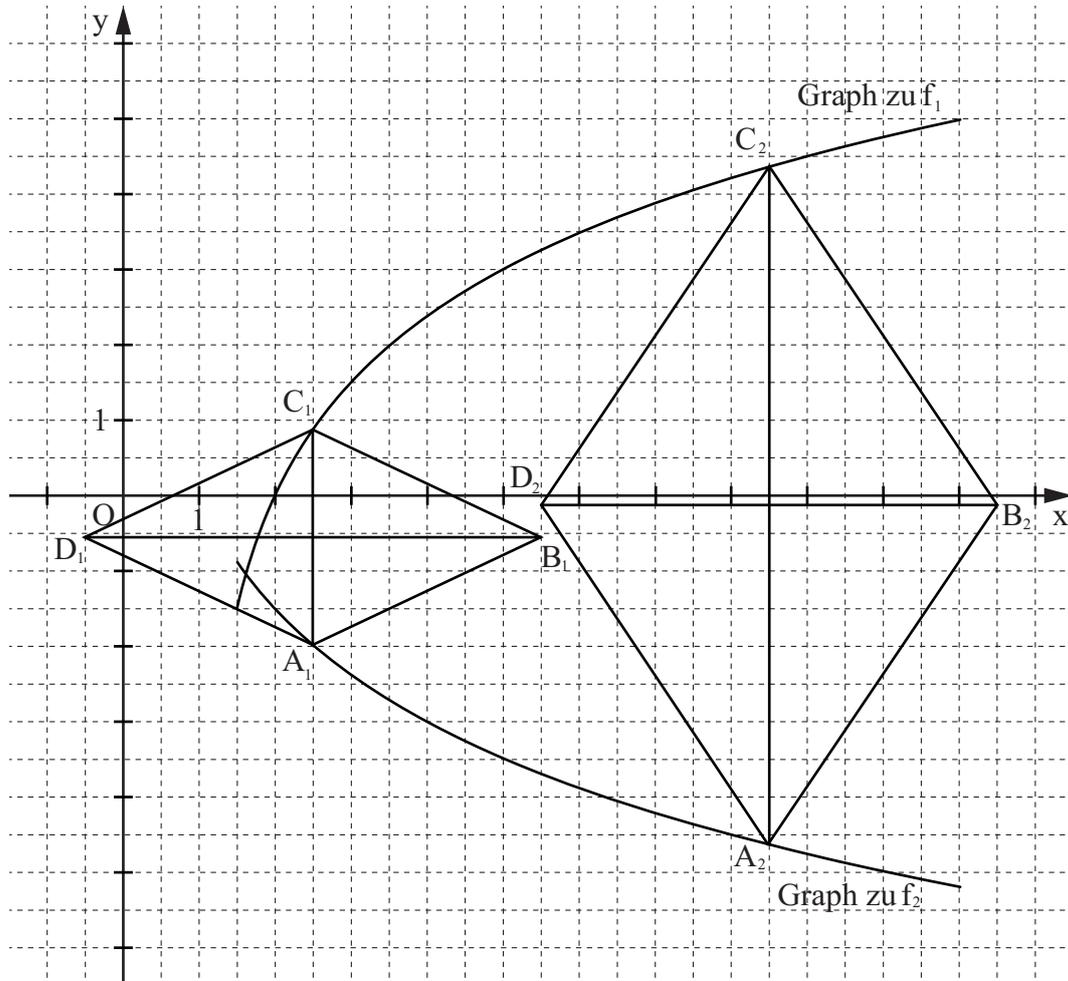
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bewerten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



FUNKTIONEN

B 1.1 $ID = \{x \mid x > 1\}$; $W = \mathbb{R}$



4

L 4
K 4
K 5

B 1.2 $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; Einzeichnen des Graphen zu f_2

3

L 4
K 2
K 4

B 1.3 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

$$\overline{A_n C_n}(x) = [-1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1) - 1,5 \cdot \log_{0,5} x] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x > 1,62$$

...

$$\overline{A_n C_n}(x) = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x) \text{ LE}$$

4

L 3
L 4
K 4
K 5

<p>B 1.4 $\overline{A_3C_3} = 6 \text{ LE}$</p> $6 = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x)$ <p style="text-align: right;">$x \in \mathbb{R}; x > 1,62$</p> <p style="text-align: center;">...</p> $\Leftrightarrow x = 4,53 \quad (\vee \quad x = -3,53)$ <p style="text-align: right;">$\mathbb{IL} = \{4,53\}$</p>	2	L 4 K 2 K 5			
<p>B 1.5 $M_n \left(\frac{x+x}{2} \mid \frac{1,5 \cdot \log_{0,5} x - 1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1)}{2} \right)$</p> <p style="text-align: right;">$x \in \mathbb{R}; x > 1,62$</p> $M_n \left(x \mid 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x}{x-1} \right) \right)$	2	L 4 K 5			
<p>B 1.6</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$x_D = x - 3$</td> <td rowspan="2" style="padding: 5px; vertical-align: middle;">$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > 1,62$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$\wedge y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x}{x-1} \right)$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">...</p> <p>Trägergraph: $y = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x+3}{x+2} \right)$</p> <p style="text-align: right;">$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$</p>	$x_D = x - 3$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > 1,62$	$\wedge y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x}{x-1} \right)$	2	L 4 K 2 K 5
$x_D = x - 3$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > 1,62$				
$\wedge y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x}{x-1} \right)$					
17					

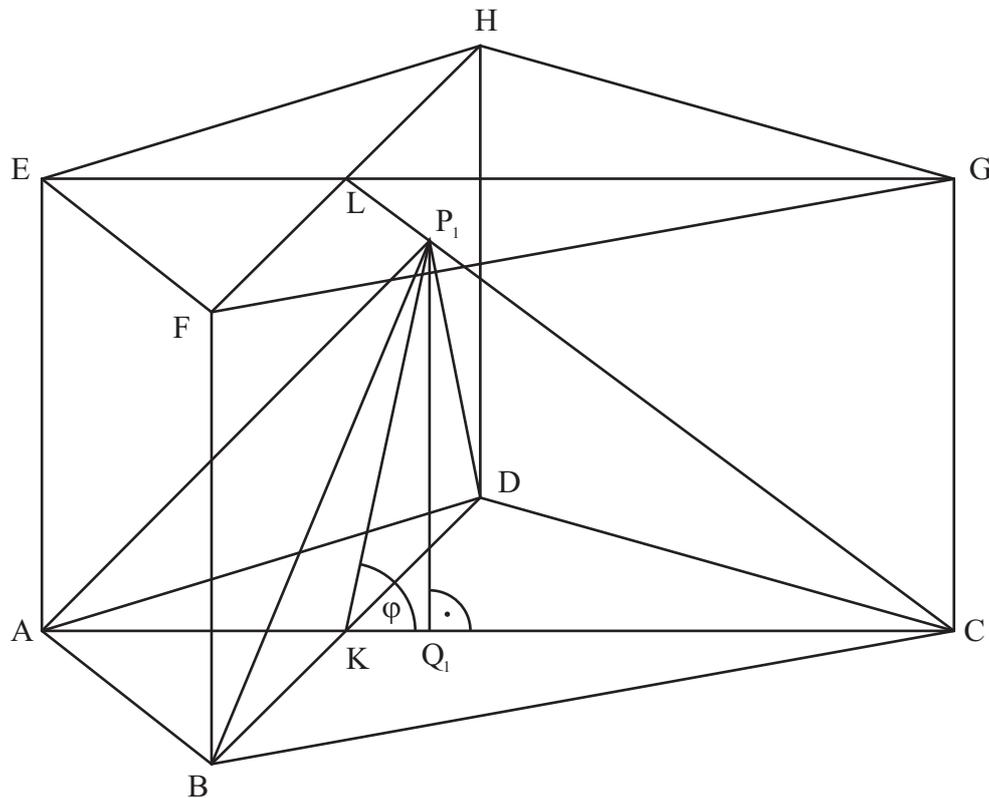
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$$\tan \sphericalangle LCK = \frac{6}{8}$$

$$\sphericalangle LCK = 36,87^\circ$$

3

L 2
L 3
K 4
K 5

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks BDP_1 und der Strecke $[KP_1]$

Gäbe es unter den Dreiecken BDP_n ein gleichseitiges, so betrüge die zugehörige

$$\text{Höhe } \frac{10}{2}\sqrt{3} \text{ cm} = 8,66 \text{ cm}.$$

Für die Höhen $[KP_n]$ der Dreiecke BDP_n gilt jedoch: $\overline{KP_n} < 8 \text{ cm}$.

Somit gibt es unter den Dreiecken BDP_n kein gleichseitiges.

3

L 3
K 1
K 4

$$\text{B 2.3 } \frac{\overline{KP_n}(\varphi)}{\sin 36,87^\circ} = \frac{8 \text{ cm}}{\sin [180^\circ - (\varphi + 36,87^\circ)]}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$$

$$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4,80}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}$$

Für die Strecke $[KP_0]$ gilt: $\varphi = 53,13^\circ$.

3

L 3
L 4
K 2
K 5

<p>B 2.4 Einzeichnen der Pyramide $ABCDP_1$ und der Höhe $[P_1Q_1]$</p> $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \overline{P_nQ_n}$ $\sin \varphi = \frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{KP_n}} \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$ $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{4,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}$ $V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}^3 \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$	3	L 3 L 4 K 2 K 4
<p>B 2.5</p> $\frac{96 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} = 96$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 71,57^\circ$	3	L 4 K 2 K 5
<p>B 2.6</p> $V_{ABDP_n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AK} \cdot \overline{P_nQ_n} \quad V_{BCDP_n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CK} \cdot \overline{P_nQ_n}$ $\frac{V_{ABDP_n}}{V_{BCDP_n}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	2	L 2 K 1
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.