



## Mathematik I

### Aufgaben A 1 – 3

### Haupttermin

#### RAUMGEOMETRIE

A 1.1 Einzeichnen des Trapezes  $A_2B_2C_2D$

1 L 3  
K 4

A 1.2  $\tan \varphi = \frac{\overline{DC_n}}{3 \text{ cm}}$   $\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$   $\varphi \in ]0^\circ; 53,13^\circ[$

$\tan \varphi = \frac{4 \text{ cm}}{\overline{SA_n}}$   $\overline{SA_n}(\varphi) = \frac{4}{\tan \varphi} \text{ cm}$   $\varphi \in ]0^\circ; 53,13^\circ[$

2 L 3  
L 4  
K 5

A 1.3  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{A_nB_n}^2 \cdot \overline{SA_n} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{DC_n}^2 \cdot \overline{SD}$

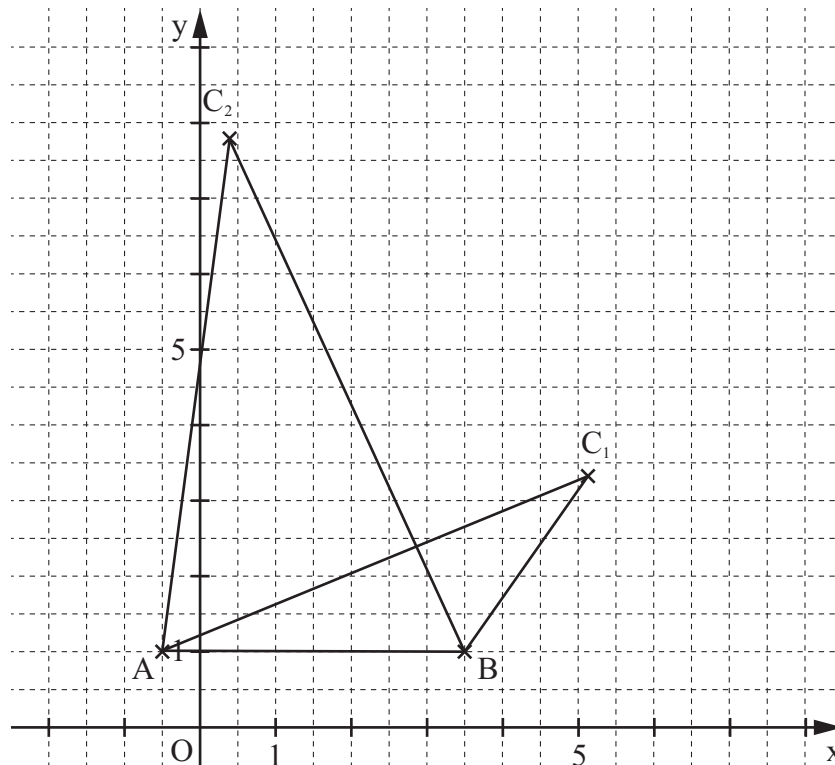
$V(\varphi) = \left( \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{4}{\tan \varphi} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot 3 \right) \text{ cm}^3$   $\varphi \in ]0^\circ; 53,13^\circ[$

$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left( \frac{64}{\tan \varphi} - 27 \cdot \tan^2 \varphi \right) \text{ cm}^3$

2 L 3  
L 4  
K 2

#### EBENE GEOMETRIE

A 2.1  $\overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} 5,6 \\ 2,3 \end{pmatrix}$   $\overrightarrow{AC_2} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 6,8 \end{pmatrix}$



3 L 3  
K 4  
K 5

<p>A 2.2 <math>\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AC_n}</math></p> $\overrightarrow{OC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 8 \cdot \cos \varphi - 0,5 \\ \frac{1}{\cos \varphi} + 1 \end{pmatrix} \quad \varphi \in [0^\circ; 90^\circ[ \quad C_n \left( 8 \cdot \cos \varphi - 1 \mid \frac{1}{\cos \varphi} + 2 \right)$	1	L 4 K 2 K 5
<p>A 2.3 <math display="block">\begin{cases} x = 8 \cdot \cos \varphi - 1 \\ \wedge y = \frac{1}{\cos \varphi} + 2 \end{cases}</math></p> <p>...</p> <p>Trägergraph: <math>y = \frac{8}{x+1} + 2</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \varphi \in [0^\circ; 90^\circ[</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></p>	2	L 4 K 2 K 5
<p>A 2.4 Für <math>C_3</math> gilt: <math>x_{C_3} = 1,5</math>.</p> $8 \cdot \cos \varphi - 1 = 1,5$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 71,8^\circ$ <p>Für die Länge der Strecke <math>[AC_3]</math> gilt:</p> $\overline{AC_3} = \sqrt{(8 \cdot \cos 71,8^\circ - 0,5)^2 + \left(\frac{1}{\cos 71,8^\circ} + 1\right)^2} \text{ LE} \quad \overline{AC_3} = 4,7 \text{ LE}$ <p>Wegen <math>\overline{AB} \neq \overline{AC_3}</math> ist das Dreieck <math>ABC_3</math> nicht gleichseitig.</p>	3	L 3 L 4 K 1 K 2
<b>FUNKTIONEN</b>		
<p>A 3.1 Einzeichnen des Dreiecks <math>A_1B_1C_1</math></p>	1	L 3 K 4
<p>A 3.2 <math>\overline{A_nB_n}(x) = [4 \cdot 0,5^x - (4 \cdot 0,5^{x+2} - 3)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R} \quad \overline{A_nB_n}(x) = (3 \cdot 0,5^x + 3) \text{ LE}</math></p>	2	L 4 K 2 K 5
<p>A 3.3 <math>15 = 0,5 \cdot (3 \cdot 0,5^x + 3) \cdot 3</math></p> <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -1,22$ <p style="text-align: right;"><math>x \in \mathbb{R}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\mathbb{I} = \{-1,22\}</math></p>	2	L 2 L 4 K 2 K 5
		19

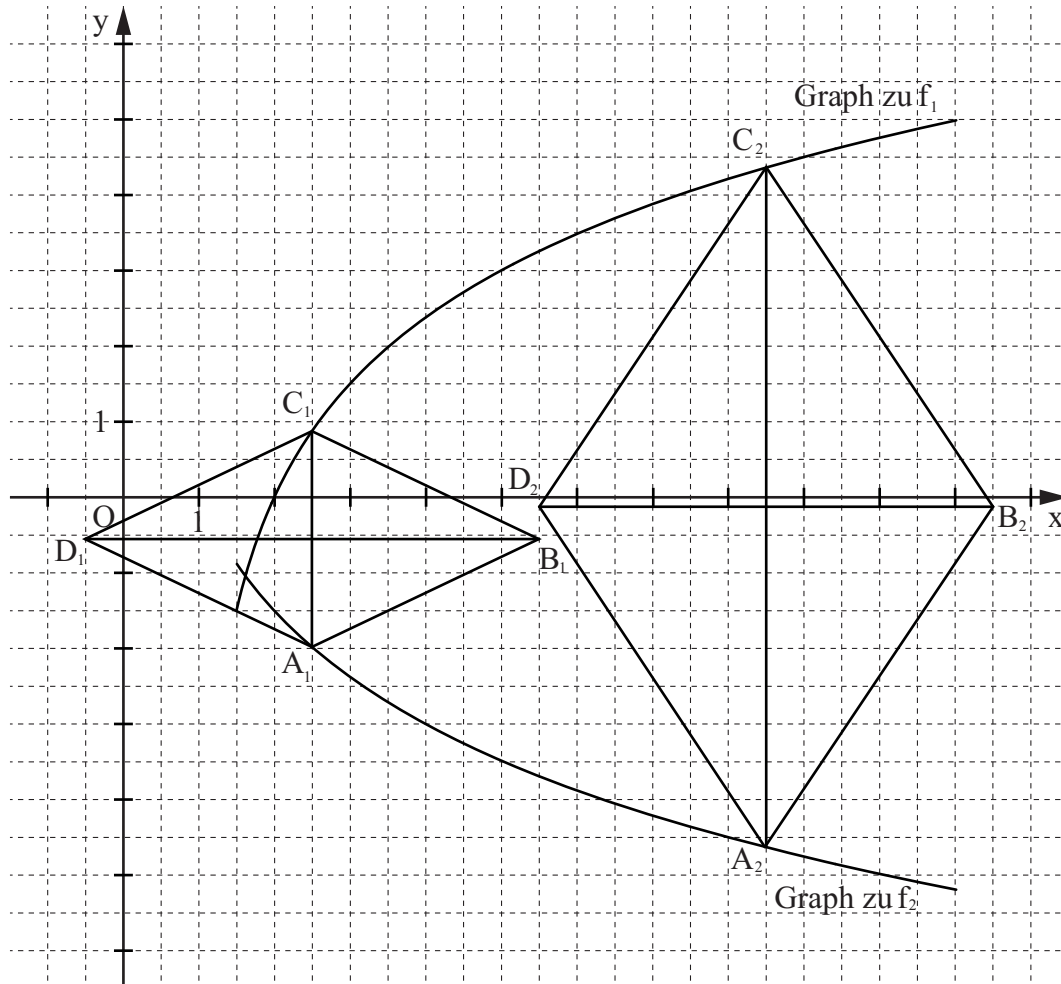
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bewerten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



**FUNKTIONEN**

B 1.1  $ID = \{x \mid x > 1\}$ ;  $W = \mathbb{R}$



4

L 4  
K 4  
K 5

B 1.2  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ; Einzeichnen des Graphen zu  $f_2$

3

L 4  
K 2  
K 4

B 1.3 Einzeichnen der Rauten  $A_1B_1C_1D_1$  und  $A_2B_2C_2D_2$

$$\overline{A_n C_n}(x) = [-1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1) - 1,5 \cdot \log_{0,5} x] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x > 1,62$$

...

$$\overline{A_n C_n}(x) = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x) \text{ LE}$$

4

L 3  
L 4  
K 4  
K 5

<p>B 1.4 <math>\overline{A_3C_3} = 6 \text{ LE}</math></p> $6 = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x)$ <p style="text-align: right;"><math>x \in \mathbb{R}; x &gt; 1,62</math></p> <p style="text-align: center;">...</p> $\Leftrightarrow x = 4,53 \quad (\vee \quad x = -3,53)$ <p style="text-align: right;"><math>\mathbb{IL} = \{4,53\}</math></p>	2	L 4 K 2 K 5			
<p>B 1.5 <math>M_n \left( \frac{x+x}{2} \mid \frac{1,5 \cdot \log_{0,5} x - 1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1)}{2} \right)</math></p> <p style="text-align: right;"><math>x \in \mathbb{R}; x &gt; 1,62</math></p> $M_n \left( x \mid 0,75 \cdot \log_{0,5} \left( \frac{x}{x-1} \right) \right)$	2	L 4 K 5			
<p>B 1.6</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x_D = x - 3</math></td> <td rowspan="2" style="padding: 5px; vertical-align: middle;"><math>\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x &gt; 1,62</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\wedge \quad y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left( \frac{x}{x-1} \right)</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">...</p> <p>Trägergraph: <math>y = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left( \frac{x+3}{x+2} \right)</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></p>	$x_D = x - 3$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > 1,62$	$\wedge \quad y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left( \frac{x}{x-1} \right)$	2	L 4 K 2 K 5
$x_D = x - 3$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > 1,62$				
$\wedge \quad y_D = 0,75 \cdot \log_{0,5} \left( \frac{x}{x-1} \right)$					
17					

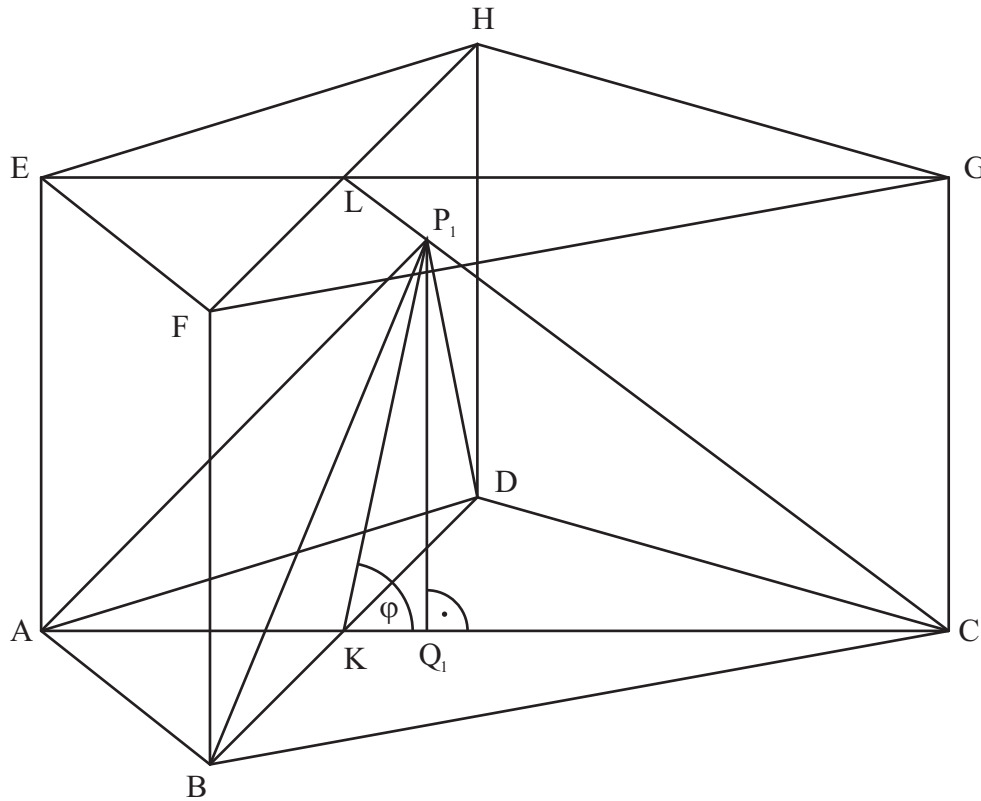
**Hinweis:** Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



**RAUMGEOMETRIE**

B 2.1



$$\tan \sphericalangle LCK = \frac{6}{8}$$

$$\sphericalangle LCK = 36,87^\circ$$

3

L 2  
L 3  
K 4  
K 5

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks  $BDP_1$  und der Strecke  $[KP_1]$

Gäbe es unter den Dreiecken  $BDP_n$  ein gleichseitiges, so betrüge die zugehörige

$$\text{Höhe } \frac{10}{2}\sqrt{3} \text{ cm} = 8,66 \text{ cm}.$$

Für die Höhen  $[KP_n]$  der Dreiecke  $BDP_n$  gilt jedoch:  $\overline{KP_n} < 8 \text{ cm}$ .

Somit gibt es unter den Dreiecken  $BDP_n$  kein gleichseitiges.

3

L 3  
K 1  
K 4

B 2.3

$$\frac{\overline{KP_n}(\varphi)}{\sin 36,87^\circ} = \frac{8 \text{ cm}}{\sin [180^\circ - (\varphi + 36,87^\circ)]}$$

$$\varphi \in ]0^\circ; 90^\circ]$$

$$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4,80}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}$$

Für die Strecke  $[KP_0]$  gilt:  $\varphi = 53,13^\circ$ .

3

L 3  
L 4  
K 2  
K 5

B 2.4	Einzeichnen der Pyramide $ABCDP_1$ und der Höhe $[P_1Q_1]$		
	$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \overline{P_n Q_n}$ $\sin \varphi = \frac{\overline{P_n Q_n}}{\overline{KP_n}} \quad \varphi \in ]0^\circ; 90^\circ]$ $\overline{P_n Q_n}(\varphi) = \frac{4,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}$ $V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}^3 \quad \varphi \in ]0^\circ; 90^\circ]$	3	L 3 L 4 K 2 K 4
B 2.5	$\frac{96 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} = 96$ <p style="text-align: center;">...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 71,57^\circ$	3	L 4 K 2 K 5
B 2.6	$V_{ABDP_n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AK} \cdot \overline{P_n Q_n} \quad V_{BCDP_n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CK} \cdot \overline{P_n Q_n}$ $\frac{V_{ABDP_n}}{V_{BCDP_n}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	2	L 2 K 1
			17

**Hinweis:** Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.