



Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3

Haupttermin

FUNKTIONEN

<p>A 1.1 $y = 120 \cdot 1,35^x$</p>	<p>$G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$</p>	<p>1</p>	<p>L4 K3</p>
<p>A 1.2 $y = 120 \cdot 1,35^3$ Am Ende des dritten Versuchstages ist die Anzahl der Wasserflöhe voraussichtlich 295.</p>	<p>$y = 295,25$</p>	<p>1</p>	<p>L4 K5</p>
<p>A 1.3 $500 = 120 \cdot 1,35^x$... $\Leftrightarrow x = 4,76$ Die Anzahl der Wasserflöhe wird voraussichtlich am fünften Versuchstag erstmals größer als 500 sein.</p>	<p>$x \in \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{4,76\}$</p>	<p>1</p>	<p>L4 K5</p>
<p>A 1.4 $838 = 120 \cdot a^7$... $\Leftrightarrow a = 1,32$ Daphnes Annahme war somit nicht zutreffend.</p>	<p>$a > 1; a \in \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{1,32\}$</p>	<p>2</p>	<p>L4 K1 K3</p>

EBENE GEOMETRIE

<p>A 2.1 $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$</p>	<p>$\overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$</p>		<p>L4 K5</p>
<p>Zeichnung im Maßstab 1:2</p>			<p>L3 K4</p>
		<p>2</p>	
<p>A 2.2 $4 + 4 \cdot \sin \varphi = 5$... $\Leftrightarrow \varphi = 14,48^\circ$</p>	<p>$\varphi \in [0^\circ; 90^\circ]$ $\mathbb{L} = \{14,48^\circ\}$</p>	<p>2</p>	<p>L4 K5</p>

A 2.3	$\overrightarrow{OQ_n} = \overrightarrow{OP_n} \oplus \overrightarrow{P_nQ_n}$ $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4 + 4 \cdot \sin \varphi \\ 8 \cdot \cos^2 \varphi \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 3 + 4 \cdot \sin \varphi \\ 8 \cdot \cos^2 \varphi + 4 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{P_nQ_n} = \overrightarrow{OR}$ $\varphi \in [0^\circ; 90^\circ]$ $Q_n(3 + 4 \cdot \sin \varphi 4 + 8 \cdot \cos^2 \varphi)$	1	L4 K5	
A 2.4	$\begin{cases} x = 3 + 4 \cdot \sin \varphi \\ \wedge \\ y = 4 + 8 \cdot \cos^2 \varphi \end{cases}$ $\Rightarrow y = 4 + 8 \cdot \left[-\left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + 1 \right]$ $\Leftrightarrow y = -8 \cdot \left(\frac{x-3}{4}\right)^2 + 12$ $\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot (x-3)^2 + 12$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R} ; \varphi \in [0^\circ; 90^\circ]$			3
A 2.5	Der Trägergraph der Punkte P_n ist ebenfalls eine Parabel, da die Punkte Q_n aus einer Parallelverschiebung der Punkte P_n hervorgehen.		1	L4 K1	
RAUMGEOMETRIE					
A 3.1	$V = \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AE}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{AB_n} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AE}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{AB_n}$ $\tan(\varphi - 90^\circ) = \frac{\overline{AB_n}(\varphi)}{1,00 \text{ m}} \quad \varphi \in [104,04^\circ; 160,02^\circ]$ $\overline{AB_n}(\varphi) = \tan(\varphi - 90^\circ) \text{ m}$ $V(\varphi) = \left[1,00^2 \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90^\circ) + \frac{1}{3} \cdot 1,00^2 \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90^\circ) \right] \text{ m}^3 \quad \varphi \in [104,04^\circ; 160,02^\circ]$ $V(\varphi) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90^\circ) \text{ m}^3$		3	L4 K2 K3 K5	
A 3.2	$5 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90^\circ)$ \dots $\Leftrightarrow \varphi = 140,05^\circ$				$\varphi \in [104,04^\circ; 160,02^\circ]$ $\mathbb{L} = \{140,05^\circ\}$
			19		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



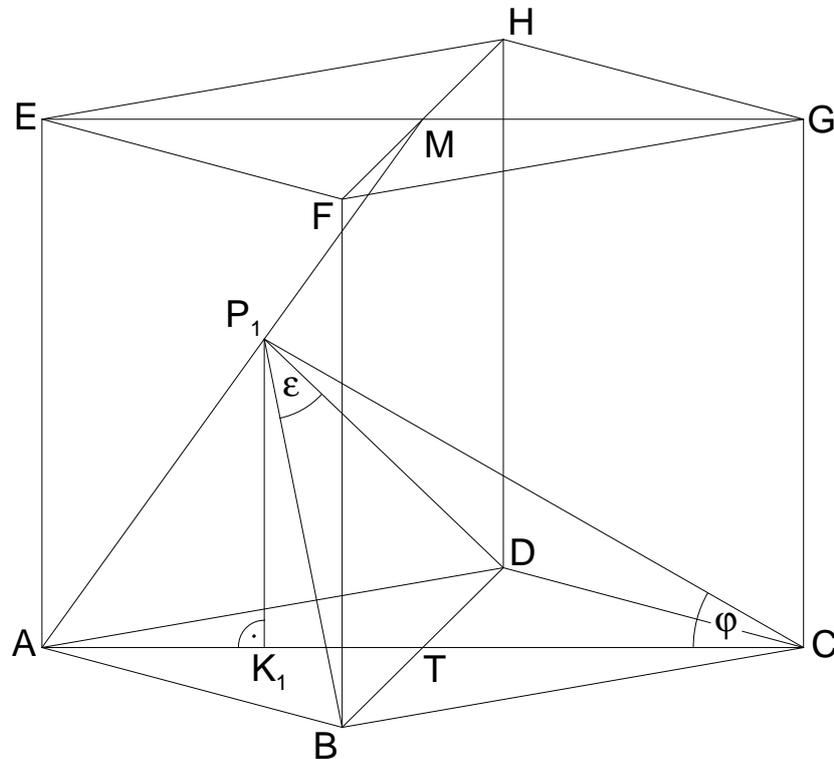
Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

RAUMGEOMETRIE

B 1.1



$$\tan \sphericalangle CAM = \frac{7 \text{ cm}}{0,5 \cdot 10 \text{ cm}} \quad \sphericalangle CAM = 54,46^\circ \quad \sphericalangle CAM \in]0^\circ; 90^\circ[$$

3

B 1.2 Einzeichnen des Dreiecks BDP_1

Das Maß der Winkel $\sphericalangle BP_nD$ ist maximal, wenn die Länge der Strecken $[TP_n]$ minimal ist.

Für die Strecke $[TP_0]$ mit minimaler Länge gilt: $\sphericalangle AP_0T = 90^\circ$.

Somit gilt für die obere Intervallgrenze: $\varepsilon = \sphericalangle BP_0D$.

$$\tan \frac{\sphericalangle BP_0D}{2} = \frac{\overline{BT}}{\overline{TP_0}} \quad \sphericalangle BP_0D \in]0^\circ; 180^\circ[$$

$$\sin 54,46^\circ = \frac{\overline{TP_0}}{0,5 \cdot 10 \text{ cm}} \quad \overline{TP_0} = 4,07 \text{ cm}$$

$$\tan \frac{\sphericalangle BP_0D}{2} = \frac{3 \text{ cm}}{4,07 \text{ cm}} \quad \sphericalangle BP_0D = 72,79^\circ$$

3

B 1.3 Da das Dreieck BDP_2 gleichseitig ist, gilt:

$$\overline{TP_2} = \frac{6}{2} \sqrt{3} \text{ cm} \quad \overline{TP_2} = 5,20 \text{ cm}$$

L3
K4

L2
K5

L3
K4

L3
K1
K5

L2
K2
K5

	$\frac{\overline{TP_2}}{\sin 54,46^\circ} = \frac{\overline{AT}}{\sin \sphericalangle AP_2T}$ $\sphericalangle AP_2T = \frac{5 \cdot \sin 54,46^\circ}{5,20}$ $\overline{AP_2} = \sqrt{5^2 + 5,20^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5,20 \cdot \cos(180^\circ - (54,46^\circ + 51,48^\circ))} \text{ cm}$ $\overline{AP_2} = 6,14 \text{ cm}$	$\sphericalangle AP_2T \in]0^\circ; 125,54^\circ[$ $\sphericalangle AP_2T = 51,48^\circ$	3	
B 1.4	$\frac{\overline{CP_n}(\varphi)}{\sin 54,46^\circ} = \frac{10 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (54,46^\circ + \varphi))}$ $\overline{CP_n}(\varphi) = \frac{8,14}{\sin(54,46^\circ + \varphi)} \text{ cm}$	$\varphi \in]0^\circ; 54,46^\circ]$	2	L4 K2 K5
B 1.5	<p>Einzeichnen der Pyramide ABCDP₁ und ihrer Höhe [P₁K₁]</p> $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{P_n K_n}$ $\sin \varphi = \frac{\overline{P_n K_n}(\varphi)}{\overline{CP_n}(\varphi)}$ $\overline{P_n K_n}(\varphi) = \frac{8,14 \cdot \sin \varphi}{\sin(54,46^\circ + \varphi)} \text{ cm}$ $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{8,14 \cdot \sin \varphi}{\sin(54,46^\circ + \varphi)} \text{ cm}^3$ $V(\varphi) = \frac{81,4 \cdot \sin \varphi}{\sin(54,46^\circ + \varphi)} \text{ cm}^3$	$\varphi \in]0^\circ; 54,46^\circ]$ $\varphi \in]0^\circ; 54,46^\circ]$	3	L3 K4 L4 K2 K5
B 1.6	$V_{\text{Prisma ABCDEFGH}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot 7 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Prisma ABCDEFGH}} = 210 \text{ cm}^3$ $\frac{81,4 \cdot \sin \varphi}{\sin(54,46^\circ + \varphi)} = \frac{1}{4} \cdot 210$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 40,02^\circ$	$\varphi \in]0^\circ; 54,46^\circ]$ $\mathbb{L} = \{40,02^\circ\}$	3	L4 K2 K5
			17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkteten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



Mathematik I

Aufgabe B 2

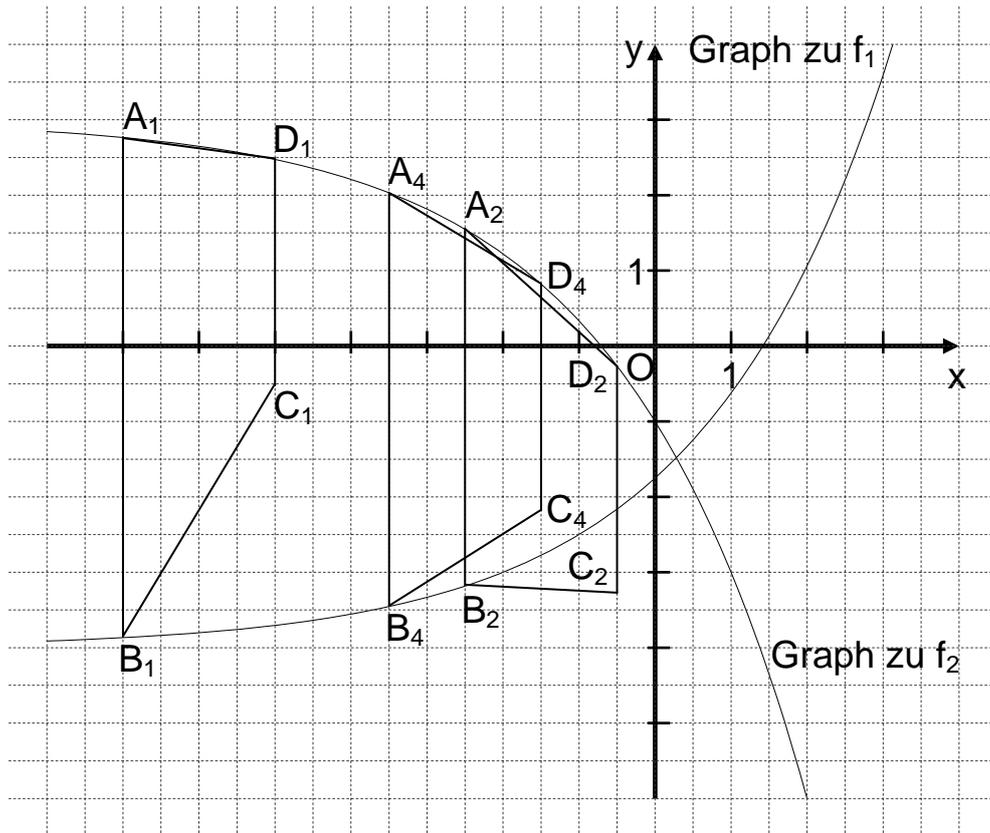
Haupttermin

FUNKTIONEN

B 2.1 $ID_{f_1} = \mathbb{R}$

$\mathbb{W}_{f_1} = \{y \mid y > -4\}$

$y \in \mathbb{R}$



2

B 2.2 Einzeichnen des Graphen zu f_2

$$\begin{pmatrix} x'' \\ -6 \cdot 1,5^{x-1} + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \end{pmatrix}$$

$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x'' \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x'' = x' + 2 \\ \wedge y' = -6 \cdot 1,5^{x-1} + 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = -6 \cdot 1,5^{x+1} + 16$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ -6 \cdot 1,5^{x+1} + 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 1,5^{x+2} - 4 \end{pmatrix}$$

$x \in \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ \wedge -6 \cdot 1,5^{x+1} + 16 = k \cdot (1,5^{x+2} - 4) \end{cases}$$

L4
K5

L4
K4

L4
K4

L4
K2
K5

$\Rightarrow -6 \cdot 1,5^{x+1} + 16 = k \cdot (1,5^{x+2} - 4)$ $\Leftrightarrow -4 \cdot (1,5^{x+2} - 4) = k \cdot (1,5^{x+2} - 4)$ $k = -4$	5	
<p>B 2.3 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$</p>	2	L3 K4
<p>B 2.4 $A = \frac{1}{2} \cdot (\overline{A_n B_n} + 3 \text{ LE}) \cdot 2 \text{ LE}$</p> $\overline{A_n B_n}(x) = [-6 \cdot 1,5^{x-1} + 3 - (1,5^{x+2} - 4)] \text{ LE} \quad x < 0,28; x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_n B_n}(x) = (-4 \cdot 1,5^x + 3 - 2,25 \cdot 1,5^x + 4) \text{ LE}$ $\overline{A_n B_n}(x) = (-6,25 \cdot 1,5^x + 7) \text{ LE}$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot (-6,25 \cdot 1,5^x + 7 + 3) \cdot 2 \text{ FE} \quad x < 0,28; x \in \mathbb{R}$ $A(x) = (-6,25 \cdot 1,5^x + 10) \text{ FE}$	2	L4 K2 K5
<p>B 2.5 $-6,25 \cdot 1,5^x + 10 = 8$</p> <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -2,81$ $x_{D_3} = -0,81$	2	L4 K5
<p>B 2.6 Einzeichnen des Trapezes $A_4B_4C_4D_4$</p> $A_4(-3,5 2,03) \quad D_4(-1,5 0,82)$ $B_4(-3,5 -3,46) \quad C_4(-1,5 -2,18)$ $\overline{A_4 D_4} = \sqrt{(-1,5 + 3,5)^2 + (0,82 - 2,03)^2} \text{ LE} \quad \overline{A_4 D_4} = 2,34 \text{ LE}$ $\overline{B_4 C_4} = \sqrt{(-1,5 + 3,5)^2 + (-2,18 + 3,46)^2} \text{ LE} \quad \overline{B_4 C_4} = 2,37 \text{ LE}$ <p>Da die Seite $[A_4 D_4]$ kürzer ist als die Seite $[B_4 C_4]$, ist das Trapez $A_4 B_4 C_4 D_4$ nicht gleichschenkelig.</p>	4	L3 K4 L2 K1 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.