



St.Gallische Kantonsschulen
Gymnasium

Aufnahmeprüfung 2009

Mathematik 2

mit Taschenrechner

Dauer: 90 Minuten

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern. Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1

Berechne x aus den Werten a , b und c .

Runde das Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt.

$$a = -0.3 \quad b = -1.2 \quad c = 0.8$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1.2) - \sqrt{(-1.2)^2 - 4 \cdot (-0.3) \cdot 0.8}}{2 \cdot (-0.3)} = 0.5819888... \approx \underline{\underline{0.58}}$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

1 Punkt

--

Aufgabe 2

Gravitationskonstante (Nm ² kg ⁻²)	Masse Erde (kg)	Masse Mond (kg)	mittlerer Abstand Erde – Mond (m)
$G = 6.673 \cdot 10^{-11}$	$m_1 = 5.974 \cdot 10^{24}$	$m_2 = 7.349 \cdot 10^{22}$	$r = 384\,000\,000$

- a) Mit dem Gravitationsgesetz kann man die gegenseitige Anziehungskraft von Körpern berechnen. Berechne die Anziehungskraft F zwischen Mond und Erde. Gib das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an und runde auf zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt (ohne Einheiten).

Gravitationsgesetz:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.974 \cdot 10^{24} \cdot 7.349 \cdot 10^{22}}{384000000^2} = 1.98679... \cdot 10^{20} \approx \underline{\underline{1.99 \cdot 10^{20}}}$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

- b) Ein m³ der Erde wiegt durchschnittlich 5515 kg. Wie gross ist das Volumen der Erde in km³? Gib das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an und runde auf zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt.

$$\text{Volumen der Erde in km}^3 : \frac{5.974 \cdot 10^{15}}{5515} = 1.083... \cdot 10^{12} \approx \underline{\underline{1.08 \cdot 10^{12}}}$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

Achtung Verwechslungsgefahr!

Volumen in m³ : $1.08 \cdot 10^{21}$

2 Punkte

Aufgabe 3

Ein Artikel kostet inklusive 7.6 % Mehrwertsteuer Fr. 380.-. Um welchen Betrag verteuert sich der Artikel, wenn man den Mehrwertsteuersatz um 1% von 7.6% auf 8.6% anhebt? Runde das Ergebnis auf fünf Rappen genau.

$$\begin{aligned} 107.6\% &\triangleq 380.00 \\ 108.6\% &\triangleq \frac{380.00}{107.6} \cdot 108.6 = 383.531... \\ \text{neuer Preis} &\text{ Fr. } 383.55 \\ \text{Verteuerung} &\quad \underline{\underline{\text{Fr. } 3.55}} \end{aligned}$$

neuer Preis: 1 Punkt; Verteuerung: 1 Punkt; falsche Rundung: 0.5 Abzug

2 Punkte

Aufgabe 4

Das Bundesamt für Statistik hat die untenstehenden Einwohnerzahlen veröffentlicht.

Gemeindestatistik				
	1970	1980	1990	2000
Einwohner	Anzahl Gemeinden	Anzahl Gemeinden	Anzahl Gemeinden	Anzahl Gemeinden
10'000 +	92	96	110	119
5'000 bis 9'999	121	135	159	180
1'000 bis 4'999	838	863	954	1'023
< 1'000	2'021	1'935	1'798	1'574
Total	3'072	3'029	3'021	2'896

Bundesamt für Statistik

- a) Wie viel Prozent aller Gemeinden hatten im Jahr 2000 weniger als 5000 Einwohner?

$$\frac{1574 + 1023}{2896} \cdot 100\% = 89.675\dots\% \approx \underline{\underline{89.7\%}}$$

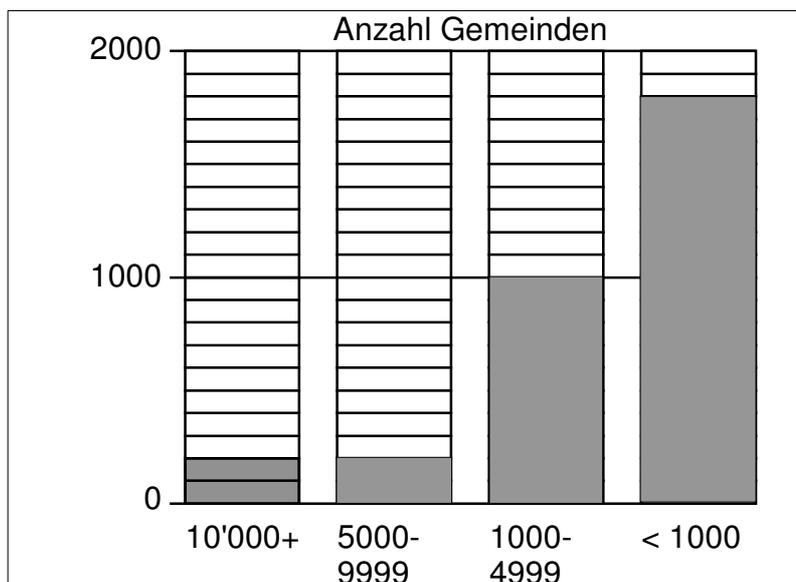
richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

- b) Um wie viel Prozent hat die Anzahl Gemeinden von 1970 bis 2000 abgenommen?

$$\frac{3072 - 2896}{3072} \cdot 100\% = 5.729\dots\% \approx 5.7\%$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

- c) Ergänze das Säulendiagramm für das Jahr 1990, wenn die erste Säule vorgegeben ist. Angefangene Häuschen werden ganz ausgefüllt.



3 Punkte

3 Säulen richtig: 1 Punkt; 2 Säulen richtig: 0.5 Punkte; 0 & 1 Säule richtig: 0 Punkte

Aufgabe 5

Eine Boutique kauft 10 Lederjacken zu je Fr. 600.- Selbstkostenpreis ein. Der ordentliche Verkaufspreis der Lederjacken beträgt 60% mehr. Sechs Lederjacken werden zu diesem Preis verkauft. Die Verkäuferin verkauft die restlichen vier Jacken mit 50 % Rabatt auf den angeschriebenen Preis.

Wie gross ist der Gewinn/Verlust in Fr. und in % insgesamt?

	pro Stück	10 Stück
Selbstkosten	600.00Fr.	6000.00Fr.
Marge 60%	360.00 Fr.	
Verkaufspreis	960.00 Fr.	
Einnahmen	6 · 960.00 Fr.	5760.00 Fr.
neuer VP	480.00 Fr.	
Einnahmen	4 · 480.00 Fr.	1920.00 Fr.
total Einnahmen		7680.00 Fr.
Gewinn		1680.00 Fr.

VP: 0.5 Punkte

Gewinn in Prozent:
 $\frac{1680}{6000} \cdot 100\% = 28\%$

0.5 Punkte

2 Punkte

total: 0.5 Punkte

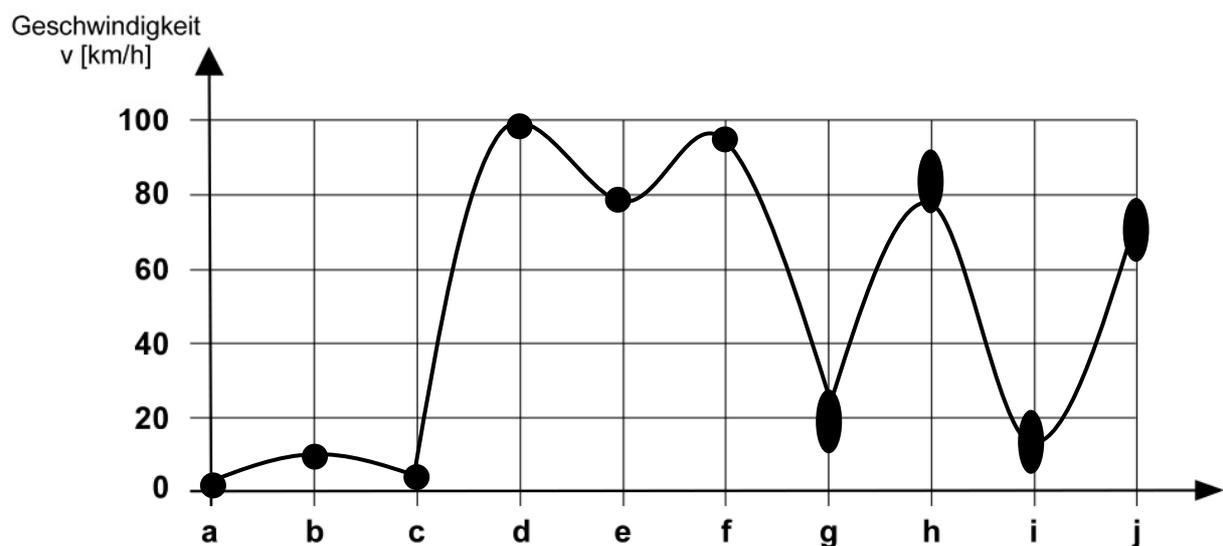
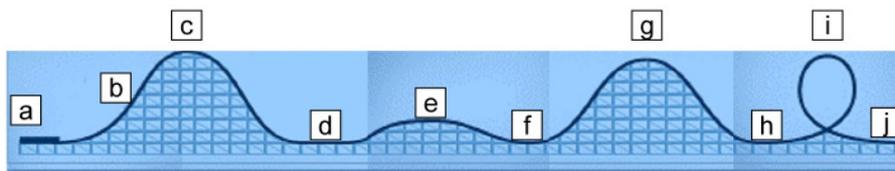
Gewinn: 0.5 Punkte

Aufgabe 6

Du siehst einen Ausschnitt aus dem Verlauf einer Achterbahn. Zeichne den Verlauf der Geschwindigkeit im Diagramm ein.

Folgende Hinweise musst du berücksichtigen:

- Der Wagen startet und wird mit einer konstanten Geschwindigkeit von 10 km/h zum höchsten Punkt der Anlage transportiert. Dort oben steht der Wagen fast still.
- Der Wagen erreicht eine Höchstgeschwindigkeit von ca. 100 km/h.
- Die kleine Erhebung in der Bahn reduziert die Geschwindigkeit um ca. 20 km/h.

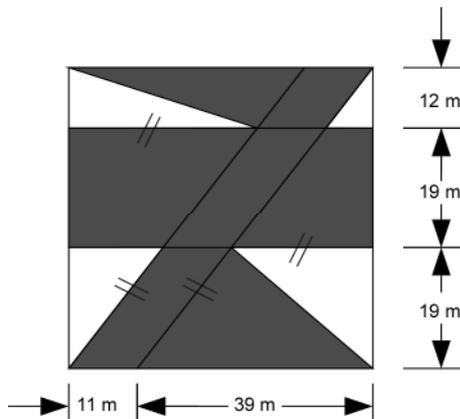


Punkteverteilung: b), d), e) 1 Punkt (pro falsch: - 0.5 P.)
 Verlauf f-g-h-i-j 1 Punkt
 (nur qualitative Lösung möglich)

2 Punkte

Aufgabe 7

Berechne im folgenden Quadrat den Inhalt der dunklen Fläche.



Trapez	$\frac{11+50}{2} \cdot 12 = 366$
Rechteck	$50 \cdot 19 = 950$
Trapez	$\frac{11+50}{2} \cdot 19 = 579.5$
total	$1895.5 \text{ [m}^2\text{]}$

jede Teilfläche: 0.5 Punkte, total: 0.5 Punkte

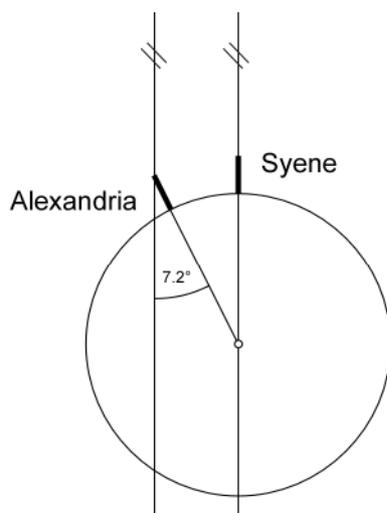
2. Lösungsweg:

Quadrat	$50 \cdot 50 = 2500$
Dreiecke oben	$\frac{39 \cdot 12}{2} = 234$
Dreiecke unten	$\frac{39 \cdot 19}{2} = 370.5$
total	$1895.5 \text{ [m}^2\text{]}$

2 Punkte

Aufgabe 8

Erathostenes konnte im 3. Jahrhundert v.Chr. die ungefähre Grösse der Erde bestimmen. Am 21. Juni wirft in Syene eine Säule keinen Schatten. Das bedeutet, dass die Sonne genau über der Säule steht. Zum selben Zeitpunkt wirft in Alexandria eine zweite Säule einen Schatten. Der Winkel zwischen Sonnenstrahl und Säule misst 7.2° . Die Entfernung auf der Erdkugel zwischen Alexandria und Syene misst 925 km. (Die Sonnenstrahlen sind parallel.) Auf welchen Erdumfang kam Erathostenes mit seiner Berechnung?



\sphericalangle (Alexandria, Syene) = 7.2°
$\frac{360^\circ}{7.2^\circ} = 50$
Erdumfang: $50 \cdot 925 \text{ km} = 46250 \text{ km}$

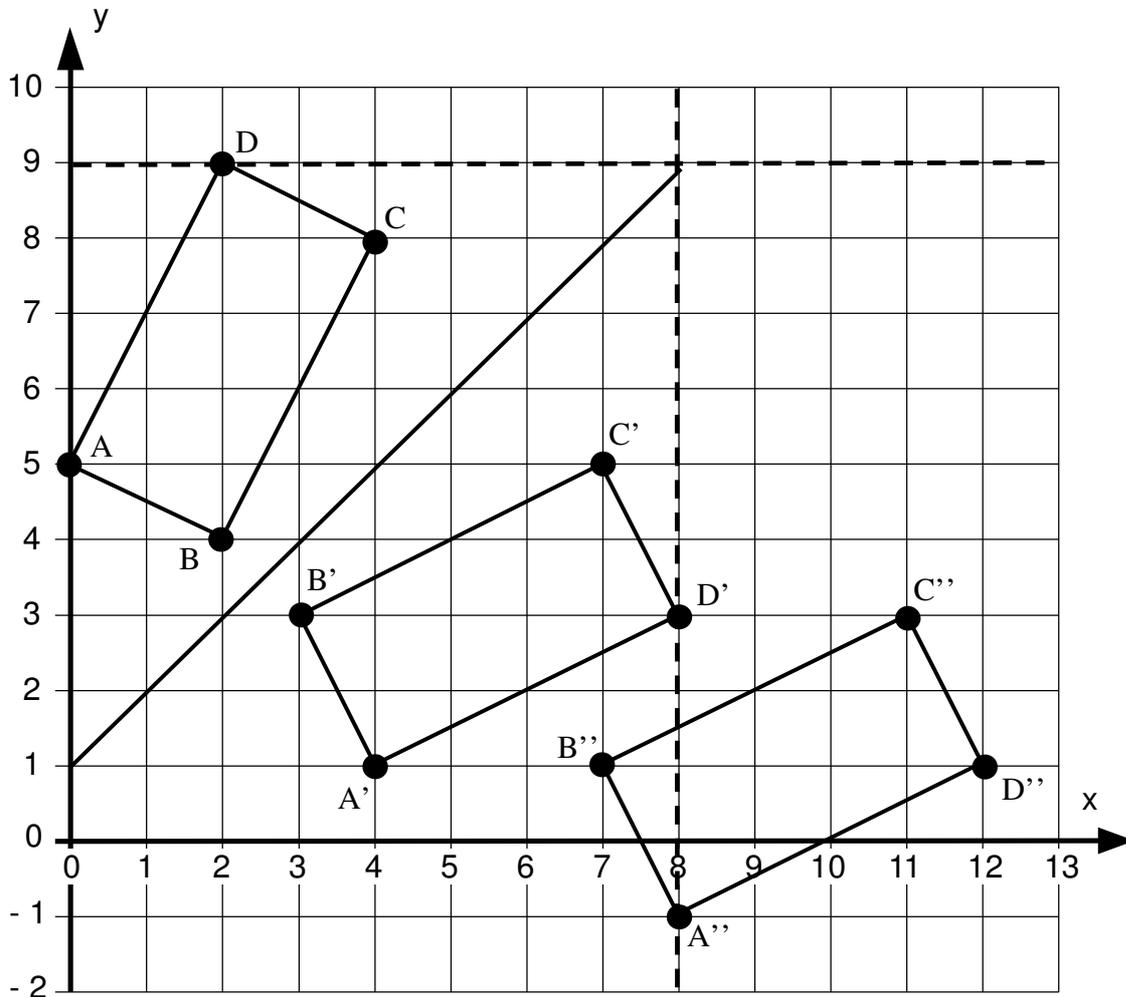
richtig: 1 Punkt; keine Teilpunkte

1 Punkt

Aufgabe 9

In einem Koordinatensystem wird ein Rechteck ABCD an der Spiegelachse g gespiegelt. Das gespiegelte Rechteck A'B'C'D' wird anschliessend zum Rechteck A''B''C''D'' verschoben.

Gegeben sind die Punkte A (0/5) und B (2/4). Die Spiegelachse g geht durch die Punkte P (0/1) und Q (8/9). Vom gespiegelten Rechteck kennt man vom Punkt D' nur die x-Koordinate D' (8/ ...). Vom verschobenen Rechteck kennt man den Punkt B'' (7/1).



- a) Zeichne die drei Rechtecke und die Spiegelachse im Koordinatensystem ein und notiere die Koordinaten von D, C' und A''.

Rechteck ABCD	Rechteck A'B'C'D'	Rechteck A''B''C''D''
D(2 / 9)	C'(7 / 5)	A''(8 / -1)

- b) Berechne den Inhalt der Teilfläche des Rechtecks A''B''C''D'', die oberhalb der x-Achse liegt.

Rechtecksfläche	$5 \cdot 2 = 10$
Dreieck	$\frac{2.5 \cdot 1}{2} = 1.25$
total	$10 - 1.25 = \underline{\underline{8.75}}$

Zeichnung vollst. 2 Punkte (Konstr. D: 1 P.; Rest: 1 P.)
 D, C', A'' 1 Punkt (2 richtig: 0.5 P.; 1 richtig: 0 P.)
 Fläche 1 Punkt (Rechtecksfläche richtig: 0.5 P.)

4 Punkte

4 Punkte

Aufgabe 10

CO₂-Emissionen von Fahrzeugen gesunken

Die CO₂-Emissionen von Fahrzeugen belaufen sich für 2007 im Schnitt auf 183 g/km, was einer Abnahme von 2.14 Prozent gegenüber 2006 entspricht. Bei den Benzin-Fahrzeugen sank der Durchschnitt in einem Jahr um 3.16 Prozent auf 184 g/km, bei den Diesel-Fahrzeugen beträgt er unverändert 181 g/km.

Der Anteil der Dieselfahrzeuge ist erneut gestiegen und beträgt jetzt 32.2 Prozent.

(Bundesamt für Energie 15.5.2008)

- a) Wie gross war die CO₂-Emission im Schnitt im Jahre 2006?
Runde das Ergebnis auf eine Stelle nach dem Dezimalpunkt.

$$\frac{183}{97.86} \cdot 100 [\text{g / km}] = 187.001... [\text{g / km}] \approx 187.0 [\text{g / km}]$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

- b) Wie gross wäre die durchschnittliche CO₂-Emission im Jahre 2007 gewesen, wenn 80 Prozent der Autos Dieselfahrzeuge gewesen wären?
Runde das Ergebnis auf eine Stelle nach dem Dezimalpunkt.

$$\frac{80 \cdot 181 + 20 \cdot 184}{100} [\text{g / km}] = 181.6 [\text{g / km}]$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

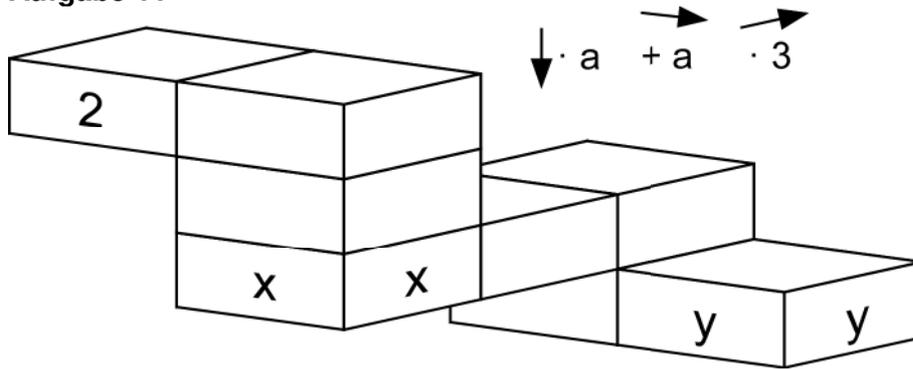
- c) Pro Tag legte im Jahre 2007 jede Person in der Schweiz durchschnittlich 38.2 km Weg mit einem Fahrzeug zurück. Berechne die so verursachte CO₂-Emission der Schweizer Bevölkerung (7'560'000 Einwohner) für das Jahr 2007, wenn alle Wege ausschliesslich mit Benzinfahrzeugen mit durchschnittlich zwei Personen zurückgelegt worden wären.
Gib das Resultat auf tausend Tonnen genau an.

$$\frac{184 \cdot 38.2 \cdot 7'560'000 \cdot 365}{2 \cdot 10^6} [\text{t}] = 9'697'635.36 [\text{t}] \approx 9'698'000 [\text{t}]$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte; falsche Rundung: 0.5 Punkte

3 Punkte

Aufgabe 11



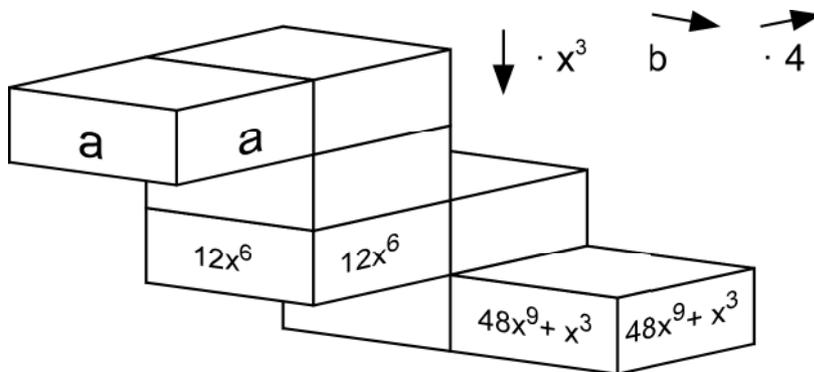
- a) Von Box zu Box werden folgende Operationen vorgeschrieben:
- Ein Stockwerk nach unten entspricht einer Multiplikation mit a .
 - Eine Box nach rechts entspricht einer Addition von a .
 - Eine Box nach hinten entspricht einer Multiplikation mit 3 .
- In der Box oben links ist der Startwert 2 .
Notiere die Terme in den Boxen x und y . Vereinfache so weit wie möglich.

Term in Box x $(2 + a) \cdot a \cdot a = a^3 + 2a^2$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

Term in Box y $x \cdot 3 \cdot 3 \cdot a + a = (a^3 + 2a^2) \cdot 9a + a = 9a^4 + 18a^3 + a$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte



- b) Von Box zu Box werden folgende Operationen vorgeschrieben:
- Eine Box nach unten entspricht einer Multiplikation mit x^3 .
 - Eine Box nach hinten entspricht einer Multiplikation mit 4 .
- Notiere den Term in der Box a und die Operation bei b (eine Box nach rechts entspricht ...).

Term in Box a $((12x^6 : x^3) : x^3) : 4 = (12x^3 : x^3) : 4 = 12 : 4 = 3$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

$12x^6 \cdot 4 \cdot x^3$ Operation b $= 48x^9 + x^3$

\Rightarrow Operation b $+ x^3$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

4 Punkte

4 Punkte

Aufgabe 12



Eine Portion von 30 g CINI-MINIS Cerealien mit 125 ml teilentrahmter Milch deckt mind. 1/4 der empfohlenen Tagesdosis der aufgeführten 8 Vitamine und Eisen.

Une portion de 30 g de céréales CINI-MINIS avec 125 ml de lait partiellement écrémé couvre au moins 1/4 de l'apport journalier recommandé des 8 vitamines et de fer.

ERNÄHRUNGSMITTELSINFORMATIONEN INFORMATIONS NUTRITIONNELLES

	Pro/par 100 g CINI-MINIS		30 g CINI-MINIS + 125 ml teilentrahmte Milch/ de lait partiellement écrémé
Energiewert/ Valeur énergétique	416 kcal 1758 kJ		182 kcal 770 kJ
Proteine/Protéines	4,5 g		5,5 g
Kohlenhydrate/ Glucides/ davon Zucker/ dont sucres	75 g 34 g		29 g 16 g
Fett/Lipides/ davon gesättigte Fettsäuren/ dont acides gras saturés	11 g 2,0 g		5 g 1,9 g
Nahrungsfasern/ Fibres alimentaires	4,2 g		1,2 g
Natrium/Sodium	0,7 g		0,3 g
Eisen/Fer	11,9 mg	85%*	3,6 mg 25%*
Vitamine/Vitamines			
C	51,0 mg	85%*	16,4 mg 25%*
Niacin/Niacine	15,3 mg	85%*	4,7 mg 25%*
Pantothensäure/ Acide panthothénique	5,1 mg	85%*	1,9 mg 30%*
B6	1,7 mg	85%*	0,5 mg 25%*
B2	1,4 mg	85%*	0,6 mg 35%*
B1	1,2 mg	85%*	0,4 mg 25%*
Folacin/Folacine	170,0 µg	85%*	51,0 µg 25%*
B12	0,85 µg	85%*	0,6 µg 60%*

*Prozent der empfohlenen Tagesdosis./Pourcent de l'apport journalier recommandé.

Die nebenstehende Tabelle ist auf einer Schachtel Cini-Minis aufgedruckt.

- a) Wie viel Gramm Cini-Minis (ohne Milch) muss man zu sich nehmen, um den ganzen Tagesbedarf an Vitamin B12 zu decken?

$$85\% \triangleq 100\text{g}$$

$$100\% \triangleq \frac{100\text{g}}{85} \cdot 100 = 117,6\text{g}$$

richtig: 1 Punkt; falsch: 0 Punkte

- b) Wie viel Milligramm Vitamin B2 enthält ein Liter teilentrahmte Milch?

$$\left. \begin{array}{l} 100\text{g} \triangleq 1,4\text{mg} \\ 30\text{g} \triangleq 0,3 \cdot 1,4\text{mg} = 0,42\text{mg} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 125\text{ml} \triangleq 0,6\text{mg} - 0,42\text{mg} = 0,18\text{mg} \\ 1000\text{ml} \triangleq 8 \cdot 0,18\text{mg} = 1,44\text{mg} \end{array} \right.$$

Ein Liter teilentrahmte Milch enthält 1.44 mg Vitamin B2.

B2 in Cini-Minis (0.42 mg)

1 Punkt

B2 in Milch

1 Punkt

3 Punkte

--