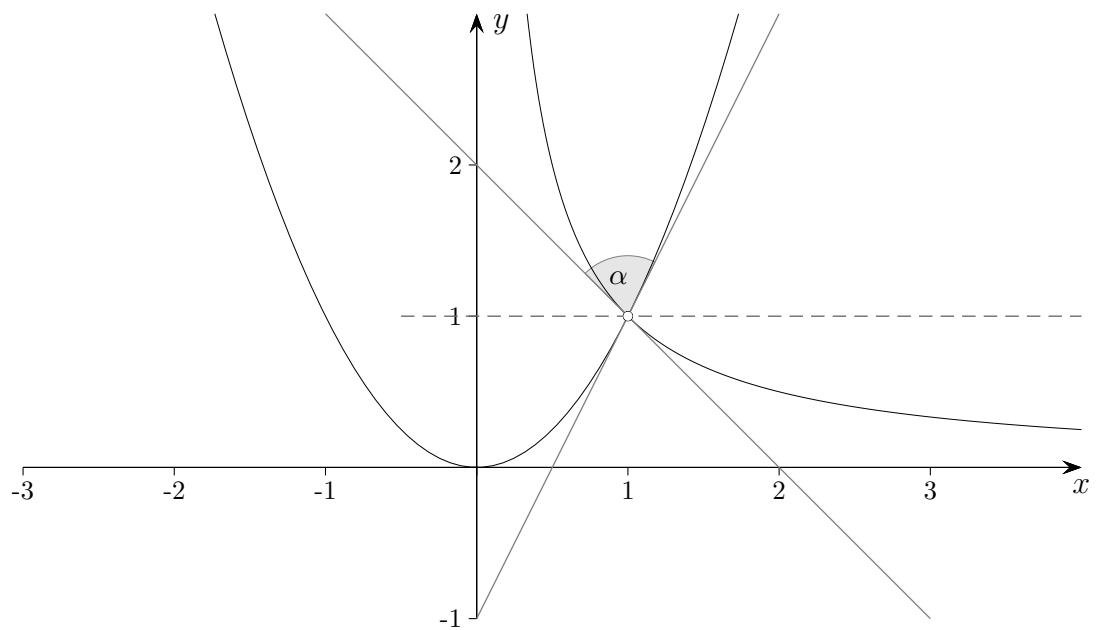


# Schnittwinkel von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen?

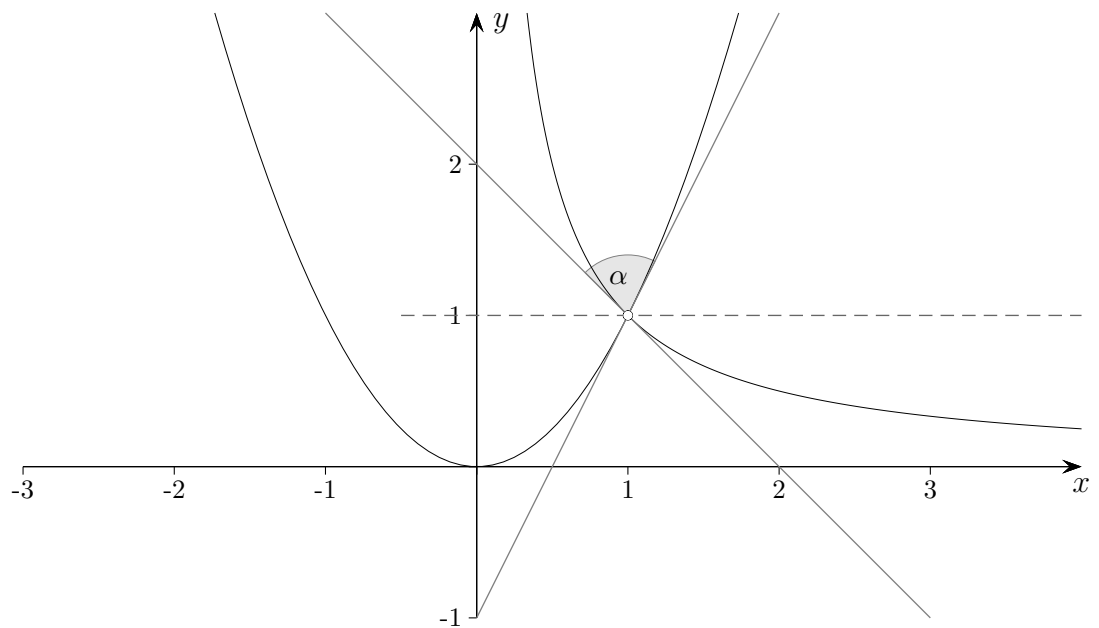


# Schnittwinkel von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen?



Lösung:

$$f'(1) = 2$$

$$g'(1) = -1$$

$$\tan(\alpha_1) = 2 \quad \implies \quad \alpha_1 = 63,4^\circ$$

$$\tan(\alpha_2) = -1 \quad \implies \quad \alpha_2 = -45^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 45^\circ - 63,4^\circ = 71,6^\circ$$

Variation der Aufgabe

$$g(x) = x + 2$$

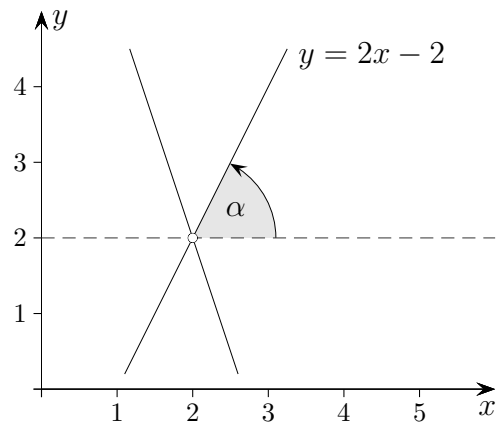
Unter welchen Winkeln schneiden sich die Graphen von  $f$  und  $g$ ?

Lösung:

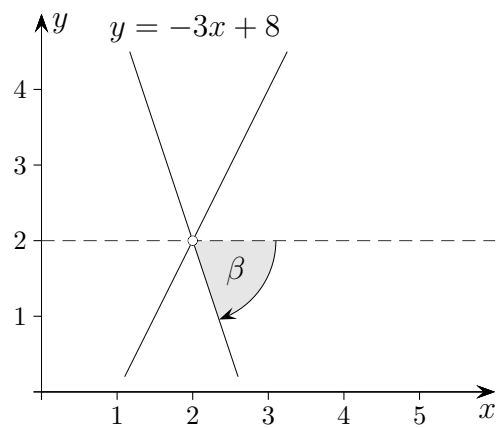
$$x_1 = -1, \quad \alpha = 71,6^\circ$$

$$x_2 = 2, \quad \beta = 31,0^\circ$$

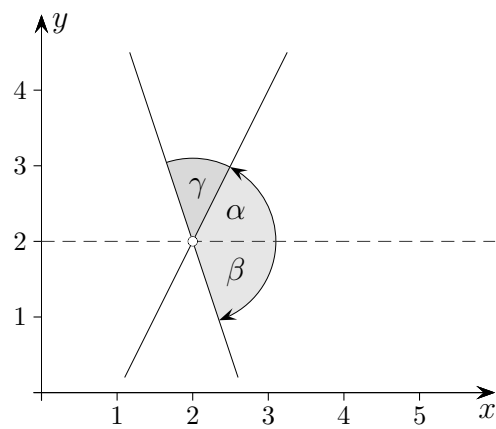
# Orientierte Winkel



$$\alpha = \arctan(2) = 63,43^\circ$$

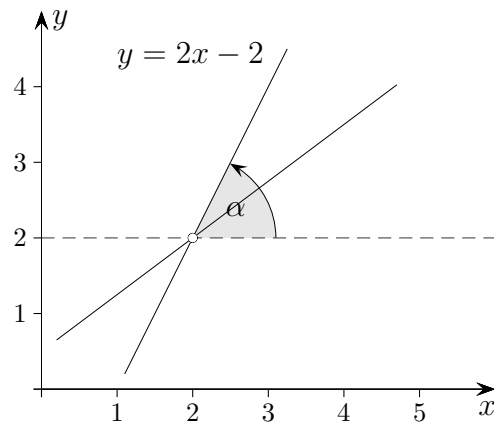


$$\beta = \arctan(-3) = -71,57^\circ$$

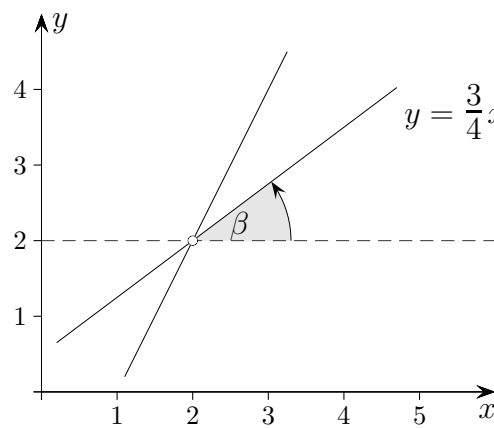


$$\gamma = 180^\circ - 71,57^\circ - 63,43^\circ = 45,0^\circ$$

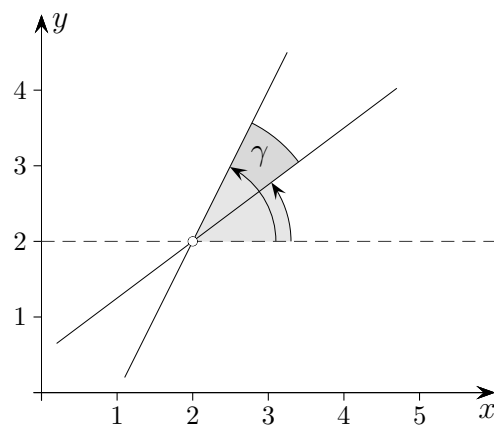
# Winkel



$$\alpha = \arctan(2) = 63,43^\circ$$

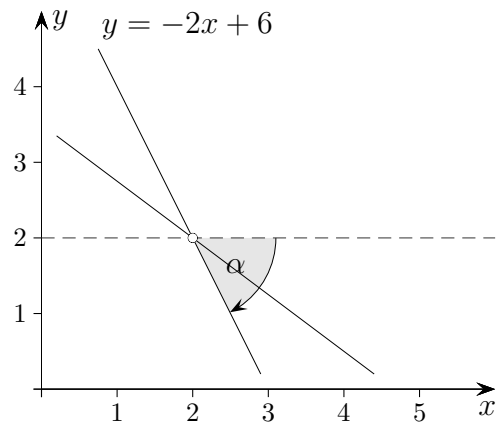


$$\beta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 36,87^\circ$$

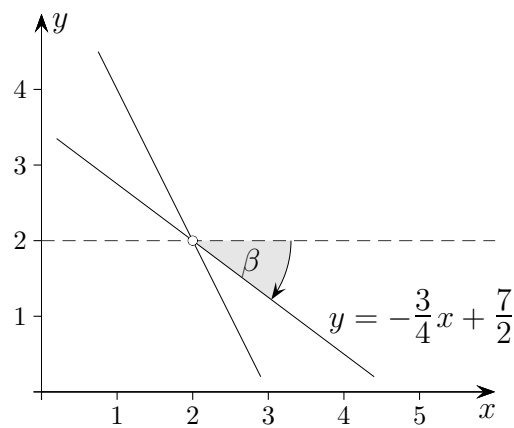


$$\gamma = 63,43^\circ - 36,87^\circ = 26,6^\circ$$

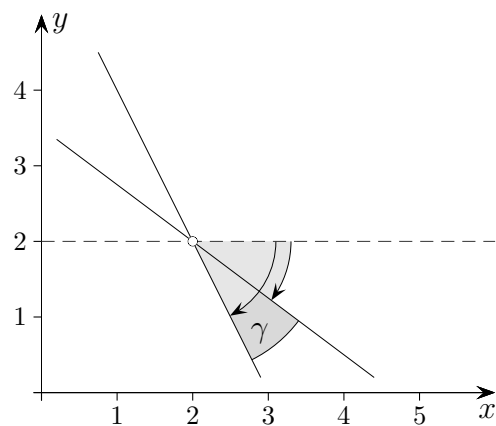
# Winkel



$$\alpha = \arctan(-2) = -63,43^\circ$$



$$\beta = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) = -36,87^\circ$$



$$\gamma = 63,43^\circ - 36,87^\circ = 26,6^\circ$$

# Schnittwinkel von Graphen

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen der Funktionen?

a)  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = x + 2$

b)  $f(x) = x^2 - 8$ ,  $g(x) = -x^2 + 10$

c)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$

d)  $f(x) = x(2 - x)$ ,  $g(x) = -x + \frac{9}{4}$

Der Schnittwinkel  $\alpha$  zwischen Geraden (Tangenten) mit den Steigungen  $m_1$  und  $m_2$  (Ableitungen an einer Stelle,  $m_1 = f_1'(x_0)$ ,  $m_2 = f_2'(x_0)$ ) kann mit

$$\alpha = \left| \tan^{-1}(m_2) - \tan^{-1}(m_1) \right|$$

ermittelt werden.

Die Reihenfolge ist wegen der Betragsstriche unerheblich.

Für  $\alpha > 90^\circ$  gehe man zu  $180^\circ - \alpha$  über.

Alternativ kann

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

verwendet werden.

Mit dieser Formel wird stets der kleinere Winkel von  $\alpha$  und  $180^\circ - \alpha$  berechnet.

Die Reihenfolge ist unerheblich.

Gilt für die Steigungen  $m_1 m_2 = -1$ , so schneiden sich die Geraden rechtwinklig.

Für die Herleitung der Formel wird das Additionstheorem des Tangens benötigt.

# Schnittwinkel von Graphen

Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Graphen der Funktionen?

- a)  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = x + 2$  18,4°
- b)  $f(x) = x^2 - 8$ ,  $g(x) = -x^2 + 10$   $x_s = \pm 3$ , 18,9°
- c)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$   $x_s = 1$ , 71,6°
- d)  $f(x) = x(2 - x)$ ,  $g(x) = -x + \frac{9}{4}$   $x_s = \frac{3}{2}$ , 0° (Tangente)

Startseite