

Kurvendiskussion $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$

1. Nullstellen:

In den Nullstellen ist die y -Koordinate Null.

Bed.: $f(x) = 0$

$$\frac{1}{4}x^4 + x^3 = 0$$

$$x^3 \left(\frac{1}{4}x + 1\right) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -4$$

Nebenrechnung

$$\frac{1}{4}x + 1 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

2. Extrema:

notwendige Bed.: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = x^3 + 3x^2$$

$$x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3$$

$$\text{Min}(-3 \mid -\frac{27}{4})$$

Minimum oder Maximum?

$$f''(x) = 3x^2 + 6x$$

$$f''(0) = 0$$

$$f''(-3) = 3 \cdot 9 - 18 > 0$$

Der y -Wert wird errechnet, indem der x -Wert in die Funktionsgleichung eingesetzt wird.

3. Wendepunkte:

notwendige Bed.: $f''(x) = 0$

$$3x^2 + 6x = 0$$

$$x(3x + 6) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -2$$

$$W_1(0 \mid 0), \quad W_2(-2 \mid -4)$$

$$f'''(x) = 6x + 6$$

$$f'''(0) = 6 \neq 0$$

$$f'''(-2) = -6 \neq 0$$

4. Steigungen in den Wendepunkten:

$$m_1 = f'(0) = 0$$

$$m_2 = f'(-2) = 4$$

5. Graph von f mit Wendetangente in W_2 :

Gleichung der Wendetangente: $y = 4x + 4$

