Kurvendiskussion[1] $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$

1. Nullstellen:
   In den Nullstellen ist die y-Koordinate Null.
   Bed.: $f(x) = 0$

$$\frac{1}{4}x^4 + x^3 = 0$$
$$x^3\,(\frac{1}{4}x + 1) = 0$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -4$$

Nebenrechnung
$$\frac{1}{4}x + 1 = 0 \quad | \cdot 4$$
$$x + 4 = 0$$
$$x = -4$$

2. Extrema:
   notwendige Bed.: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = x^3 + 3x^2$$
$$x^3 + 3x^2 = 0$$
$$x^2\,(x+3) = 0$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -3$$
$$Min(-3 \mid -\frac{27}{4})$$

Minimum oder Maximum?
$$f''(x) = 3x^2 + 6x$$
$$f''(0) = 0$$
$$f''(-3) = 3 \cdot 9 - 18 > 0$$

Der y-Wert wird errechnet, indem der x-Wert in die Funktionsgleichung eingesetzt wird.

3. Wendepunkte:
   notwendige Bed.: $f''(x) = 0$

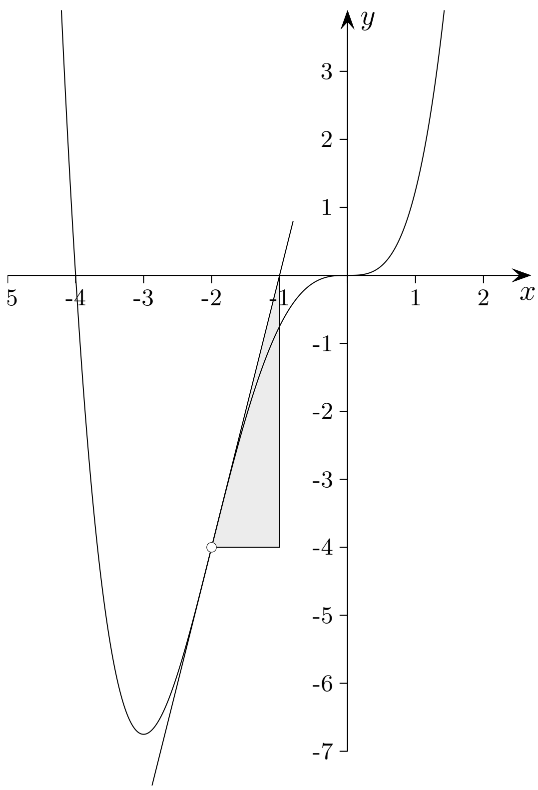
$$3x^2 + 6x = 0$$
$$x\,(3x+6) = 0$$
$$x_1 = 0 \qquad x_2 = -2$$
$$W_1(0 \mid 0), \qquad W_2(-2 \mid -4)$$

$$f'''(x) = 6x + 6$$
$$f'''(0) = 6 \neq 0$$
$$f'''(-2) = -6 \neq 0$$

4. Steigungen in den Wendepunkten:

$$m_1 = f'(0) \quad = 0$$
$$m_2 = f'(-2) = 4$$

5. Graph von f mit Wendetangente in W_2:
   Gleichung der Wendetangente: $y = 4x + 4$



[1] Schulüblich wird hier *Kurve* auf *Funktionsgraph* eingeschränkt. *Funktionsuntersuchung* wäre treffender.