

Berühren von Graphen

Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

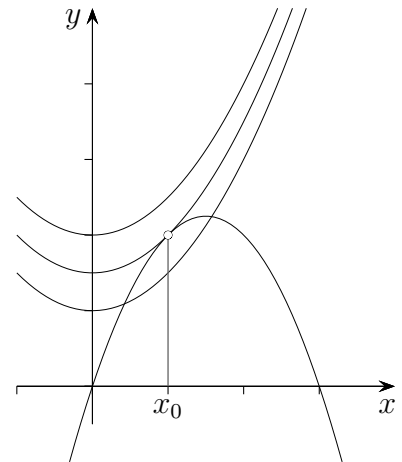
$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + a$$

Wie ist das a zu wählen, damit sich die Graphen berühren?

Die Berührbedingungen lauten:

1. $f(x_0) = g(x_0)$

2. $f'(x_0) = g'(x_0)$



Die 1. Bedingung besagt, dass die Funktionswerte an der Stelle x_0 gleich sind, die 2. Bedingung beinhaltet, dass die Tangentensteigungen im Berührungspunkt übereinstimmen.

Für die obige Aufgabe ergibt sich somit:

1. $-x_0^2 + 3x_0 = \frac{1}{2}x_0^2 + a$

2. $-2x_0 + 3 = x_0$

aus 2. folgt:

$$3 = 3x_0$$

$$x_0 = 1$$

und in 1. eingesetzt:

$$-1 + 3 = \frac{1}{2} + a$$

$$2 = \frac{1}{2} + a$$

$$a = \frac{3}{2}$$

1. In welchen Punkten berühren sich die Graphen der Funktionen?

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$g(x) = \frac{4}{x}$$

2. Welche Geraden durch den Punkt $A(0 | -1)$ berühren den Graph der Funktion $f(x) = x^2$?

Berühren von Graphen

1. In welchen Punkten berühren sich die Graphen der Funktionen?

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$g(x) = \frac{4}{x}$$

Die Berührbedingungen lauten:

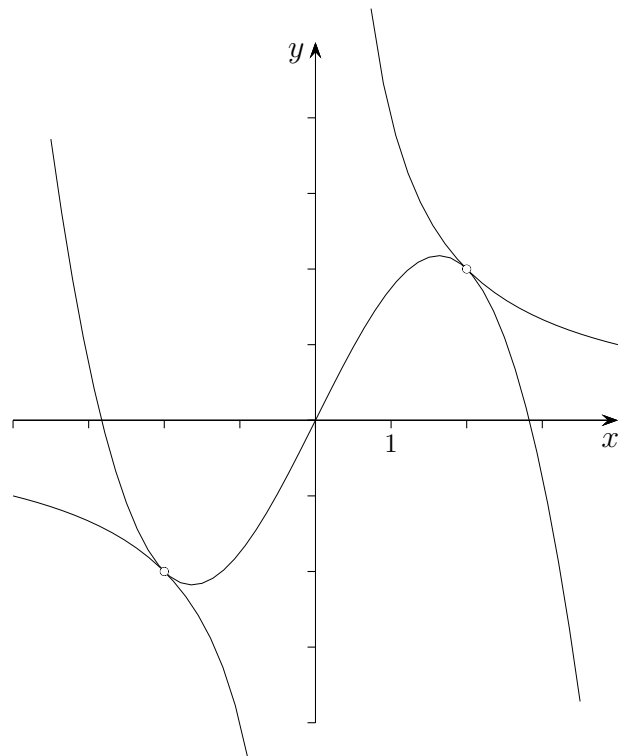
$$1. \quad \frac{4}{x} = -\frac{1}{4}x^3 + 2x$$

$$2. \quad -\frac{4}{x^2} = -\frac{3}{4}x^2 + 2$$

$$1. \quad 4 = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$$

$$2. \quad -4 = -\frac{3}{4}x^4 + 2x^2$$

$$\implies 8 = \frac{1}{2}x^4 \implies B_{1/2}(\pm 2 \mid \pm 2)$$



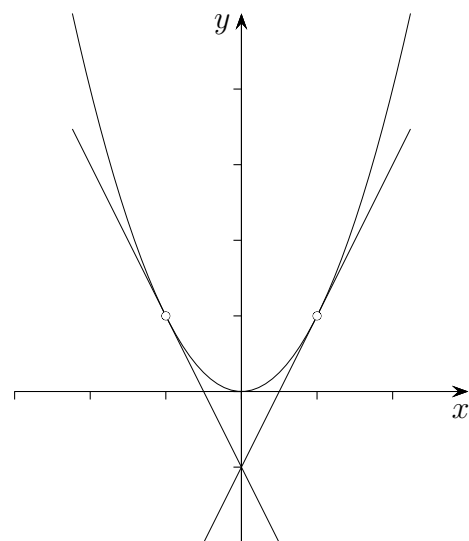
2. Welche Geraden durch den Punkt $A(0 \mid -1)$ berühren den Graph der Funktion $f(x) = x^2$?

Die Berührbedingungen lauten:

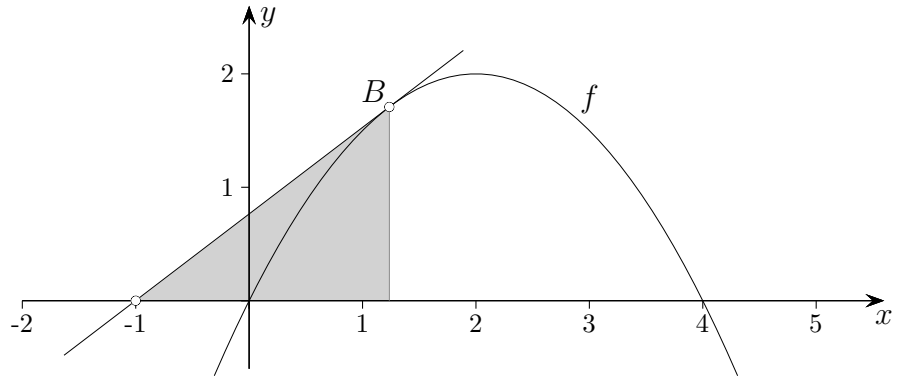
$$1. \quad mx - 1 = x^2$$

$$2. \quad m = 2x$$

$$\implies x_{1/2} = \pm 1 \implies m_{1/2} = \pm 2$$



Berühren von Graphen

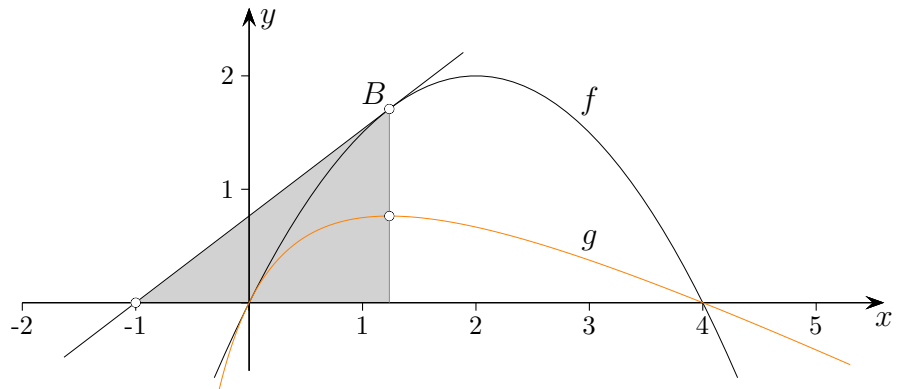


Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 4)$.

Welche Gerade durch $A(-1 | 0)$ mit positiver Steigung berührt den Graphen von f ?

Ermittle auch den Berührungspunkt B .

Berühren von Graphen



Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x(x - 4)$.
Welche Gerade durch $A(-1 | 0)$ mit positiver Steigung
berührt den Graphen von f ?
Ermittle auch den Berührungspunkt B .

Suche die maximale Steigung, also das Maximum (GTR) der Funktion $g(x) = \frac{f(x)}{x + 1}$.
 $x = 1,236$, $y = 0,764$
Tangentengleichung: $y = 0,764(x + 1)$
Der Berührungspunkt lautet $B(1,236 | 1,708)$.

Zeige:

Es gibt genau zwei verschiedene Funktionen mit derselben zweiten Ableitung $f''(x) = \frac{3}{16}x - 1$, deren Graphen durch den Ursprung des Koordinatensystems gehen und die x -Achse berühren.

Zeige:

Es gibt genau zwei verschiedene Funktionen mit derselben zweiten Ableitung $f''(x) = \frac{3}{16}x - 1$, deren Graphen durch den Ursprung des Koordinatensystems gehen und die x -Achse berühren.

$$f''(x) = \frac{3}{16}x - 1$$

$$f'(x) = \frac{3}{32}x^2 - x + C$$

$$f(x) = \frac{1}{32}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + Cx \quad \text{beachte } f(0) = 0$$

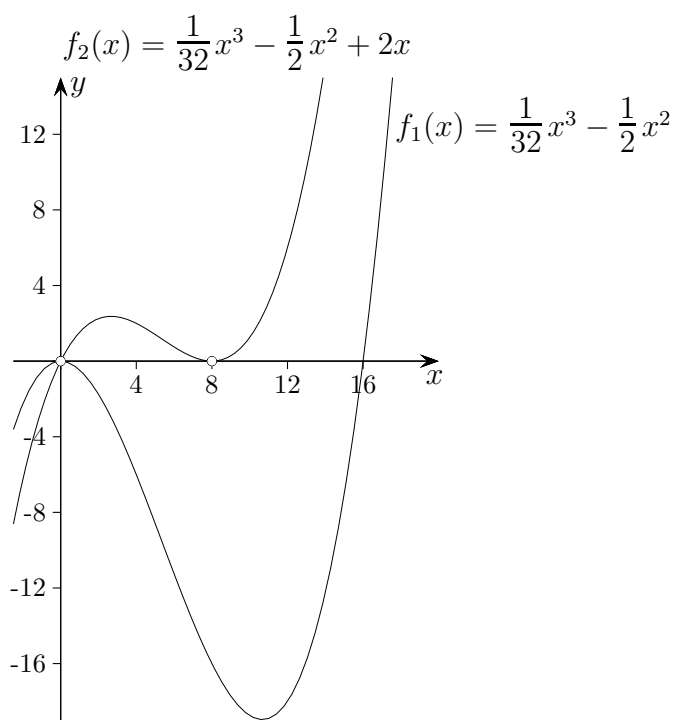
Für die Berührstellen gilt:

1. $f'(x) = 0$
2. $\frac{3}{32}x^2 - x + C = 0$
3. $f(x) = 0$
4. $\frac{1}{32}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + Cx = 0$

Gleichung 2 nach C umstellen und den Term für C in Gleichung 3 einsetzen.

Ergebnis (vereinfacht): $x^2(8 - x) = 0$

$x_1 = 0$ und $x_2 = 8$ ergeben $C_1 = 0$ und $C_2 = 2$.



Differenzialrechnung

Startseite