

Kostenfunktionen

1. Ein Unternehmen stellt ein Produkt her. Die Gesamtkostenfunktion lautet:

$$K(x) = 512 + 0,44x + 0,005x^2$$

der Stückpreis beträgt 4 Geldeinheiten.

Um x Einheiten des Produkts zu produzieren, entstehen Kosten von $K(x)$ Geldeinheiten.

- a) Errechne die Gewinnzone.
- b) Wie viele Einheiten müssen produziert werden, damit der Gewinn maximal wird?
Wie hoch ist der Gewinn dann?
- c) Bei welchem Output (Ausbringung) sind die Stückkosten minimal?

Kostenfunktionen

1. Ein Unternehmen stellt ein Produkt her. Die Gesamtkostenfunktion lautet:

$$K(x) = 512 + 0,44x + 0,005x^2$$

der Stückpreis beträgt 4 Geldeinheiten.

Um x Einheiten des Produkts zu produzieren, entstehen Kosten von $K(x)$ Geldeinheiten.

- Errechne die Gewinnzone.
- Wie viele Einheiten müssen produziert werden, damit der Gewinn maximal wird?
Wie hoch ist der Gewinn dann?
- Bei welchem Output (Ausbringung) sind die Stückkosten minimal?

Lösung:

Die Gewinnzone lautet: $[200, 512]$.

Hierzu ist eine quadr. Gleichung zu lösen:

$$K(x) = U(x)$$

$$512 + 0,44x + 0,005x^2 = 4 \cdot x$$

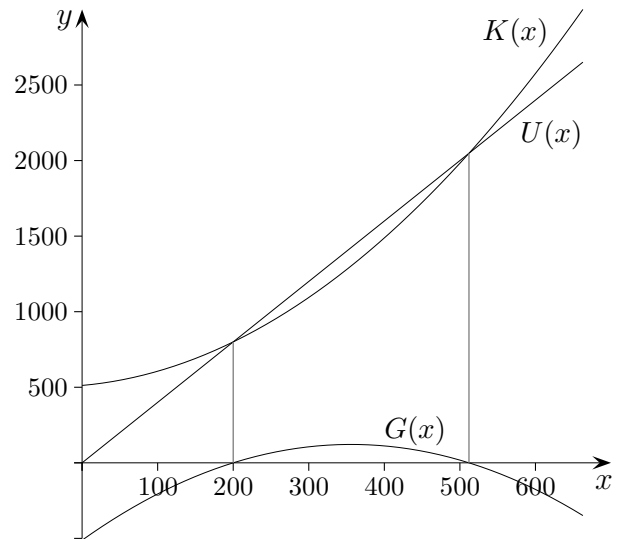
$$0,005x^2 - 3,56x + 512 = 0$$

Der maximale Gewinn wird bei einem Output von 356 Einheiten erwirtschaftet, er beträgt dann 121,68 Geldeinheiten.

$$G(356) = 121,68$$

$$G(x) = U(x) - K(x)$$

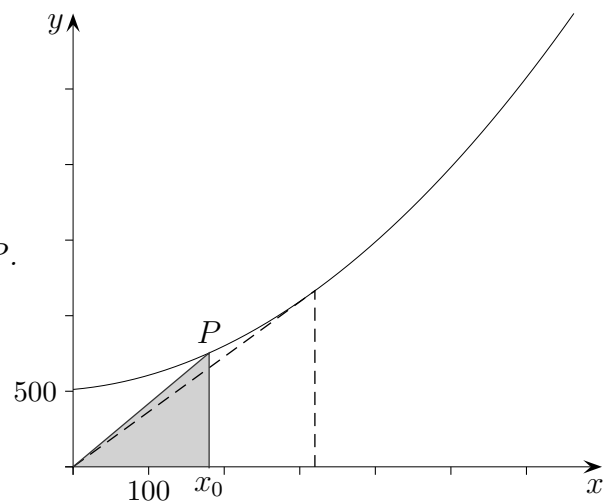
Notwendige Bedingung: $G'(x) = 0$



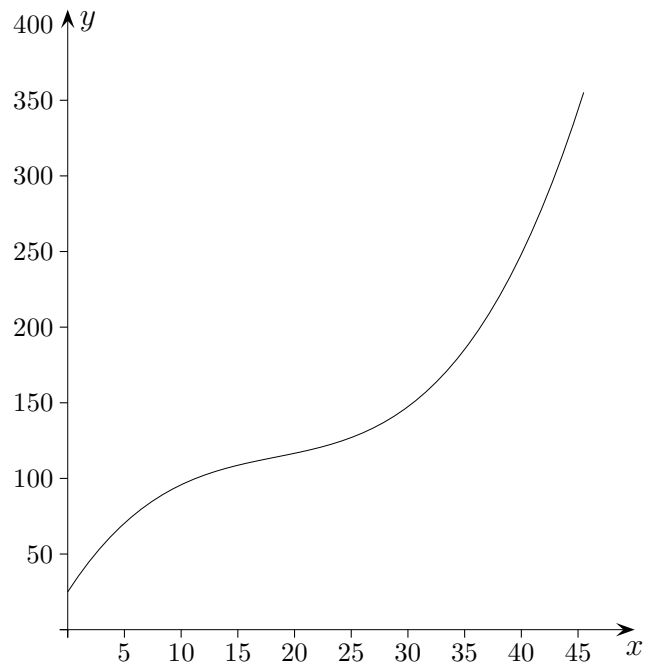
Den Stückkosten $D(x_0) = \frac{K(x_0)}{x_0}$ für einen bestimmten Output x_0 entspricht die Steigung der Ursprungsgeraden durch den zugehörigen Punkt P .

Die Frage nach den minimalen Stückkosten ist also die Frage nach der Ursprungsgerade, die die Funktion $K(x)$ tangiert.

Das Minimum der Stückkostenfunktion ist an der Stelle $x = 320$.



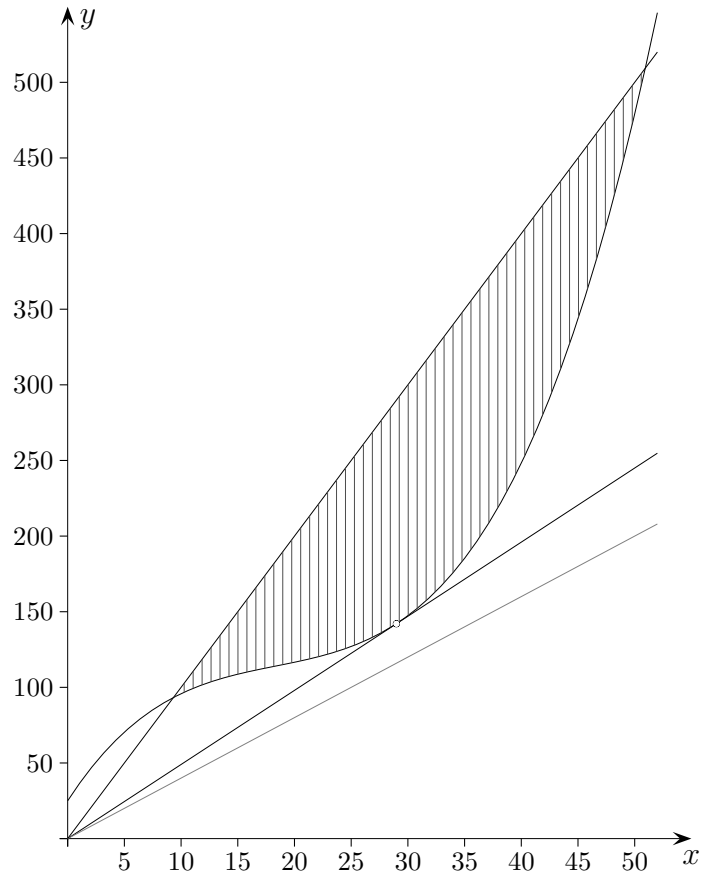
Kaffeerösterei



Die Gesamtkosten einer Kaffeerösterei hängen von der produzierten Kaffeemenge x ab und werden durch die Gesamtkostenfunktion $K(x) = 0,01x^3 - 0,55x^2 + 11,58x + 25$ beschrieben. Der Erlös ergibt sich aus dem Produkt Menge mal Preis und wird mit E bezeichnet. Der Gewinn G wird in Abhängigkeit von der abgesetzten Menge x betrachtet und lässt sich als Differenz von Erlös und Kosten berechnen, also $G(x) = E(x) - K(x)$.

- Berechne den Wendepunkt von K .
Begründe, warum in der Nähe der Wendestelle eine Produktionserhöhung sinnvoll ist.
- Das Unternehmen legt einen Preis von 10 Geldeinheiten (GE) pro Mengeneinheit (ME) fest. Untersuche, bei welcher Produktionsmenge maximaler Gewinn erwirtschaftet wird.
- Betrachtet wird nun die so genannte Stückkostenfunktion $D(x) = \frac{K(x)}{x}$ (Gesamtkosten pro Mengeneinheit). Begründe, dass minimale Stückkosten in guter Näherung bei einer Absatzmenge von 29 (ME) erreicht werden.
- Die Geschäftsführung will den Preis senken und damit ein „Schnupperangebot“ auf den Markt bringen. Weise nach, dass bei einem Preis von z. B. 4 GE der beim Verkauf erzielte Erlös stets kleiner als die zugehörigen Gesamtkosten ist und damit nur noch mit Verlust produziert werden kann.
- Bis zu welchem Mindestwert kann der Preis gesenkt werden, ohne dass mit Verlust produziert werden muss?

Kaffeerösterei Ergebnisse



Die Gesamtkosten einer Kaffeerösterei hängen von der produzierten Kaffeemenge x ab und werden durch die Gesamtkostenfunktion $K(x) = 0,01x^3 - 0,55x^2 + 11,58x + 25$ beschrieben. Der Erlös ergibt sich aus dem Produkt Menge mal Preis und wird mit E bezeichnet. Der Gewinn G wird in Abhängigkeit von der abgesetzten Menge x betrachtet und lässt sich als Differenz von Erlös und Kosten berechnen, also $G(x) = E(x) - K(x)$.

- a) Berechne den Wendepunkt von K . $W(18,33 \mid 114,06)$
 Begründe, warum in der Nähe der Wendestelle eine Produktionserhöhung sinnvoll ist.

- b) Das Unternehmen legt einen Preis von 10 Geldeinheiten (GE) pro Mengeneinheit (ME) fest. Untersuche, bei welcher Produktionsmenge maximaler Gewinn erwirtschaftet wird.

$$G(x) = -0,01x^3 + 0,55x^2 - 1,58x - 25 \quad 35,17 \text{ (ME)}$$

- c) Betrachtet wird nun die so genannte Stückkostenfunktion $D(x) = \frac{K(x)}{x}$ (Gesamtkosten pro Mengeneinheit). Begründe, dass minimale Stückkosten in guter Näherung bei einer Absatzmenge von 29 (ME) erreicht werden.

$$D'(29) = 0,00027$$

- d) Die Geschäftsführung will den Preis senken und damit ein „Schnupperangebot“ auf den Markt bringen. Weise nach, dass bei einem Preis von z.B. 4 GE der beim Verkauf erzielte Erlös stets kleiner als die zugehörigen Gesamtkosten ist und damit nur noch mit Verlust produziert werden kann.

- e) Bis zu welchem Mindestwert kann der Preis gesenkt werden, ohne dass mit Verlust produziert werden muss?

$$D(29) = 4,9$$