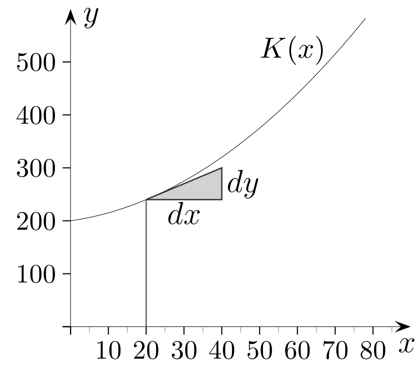
Interpretation der 1. Ableitung, lokale Änderungsrate

Welche ökonomische Bedeutung hat die 1. Ableitung der Gesamtkostenfunktion $K(x) = 0{,}05x^2 + x + 200$?



Die 1. Ableitung $K'(x) = 0,1x + 1$ gibt für jeden x-Wert die Steigung der Tangente im zugehörigen Punkt des Graphen an.

$$K'(x) = \frac{dy}{dx} \qquad \Longleftrightarrow \qquad dy = K'(x)\; dx$$

dx und dy sind die Kathetenlängen eines Steigungsdreiecks.

Betrachten wir die Stelle $x = 20$. Es ist $K'(20) = 3$. Falls $dx = 20$ gewählt wird, erhalten wir $dy = 60$. Der genaue Anstieg der Gesamtkosten bei einer Outputsteigerung von 20 auf 40 Einheiten beträgt $\Delta y = K(40) - K(20) = 80$.

Falls $dx = 10$ gewählt wird, erhalten wir $dy = 30$.
Der genaue Anstieg der Gesamtkosten bei einer Outputsteigerung von 20 auf 30 Einheiten beträgt $\Delta y = K(30) - K(20) = 35$.

Das sogenannte Differential $dy = K'(x)\,dx$ gibt für jede feste Stelle x an, um wieviel Einheiten sich die Funktion (näherungsweise) ändert, wenn sich die Variable x um dx Einheiten ändert. Dabei ist die Güte der Näherung umso besser, je kleiner dx gewählt wird.

Falls $dx = 1$ gewählt wird, erhalten wir $dy = K'(20) = 3$.
Der genaue Anstieg der Gesamtkosten bei einer Outputsteigerung von 20 auf 21 Einheiten beträgt $\Delta y = K(21) - K(20) = 3{,}05$.

Die 1. Ableitung K' einer Gesamtkostenfunktion K heißt Grenzkostenfunktion.
Die Grenzkosten $K'(x)$ geben in guter Näherung für jeden Output x die Kostenänderung für eine folgende produzierte Outputeinheit an (lokale Änderungsrate).

Allgemein gibt der Wert der 1. Ableitung für jede Stelle (genähert) den Zuwachs des y-Werts (des Funktionswerts) an, wenn der x-Wert (das Argument) um 1 vergrößert wird.

1. Die Ableitung $G'(x)$ der Gewinnfunktion $G(x)$ heißt Grenzgewinnfunktion. Was sagt sie aus?

2. Die Bedingung für die Berechnung des maximalen Gewinns lautet: $G'(x) = 0$.
   Mit $G(x) = U(x) - K(x)$ oder $G(x) = p \cdot x - K(x)$ (p Stückpreis) ergibt das:
   $0 = p - K'(x)$ oder $K'(x) = p$. Was besagt diese Bedingung ökonomisch?