

Das Ziegenproblem

1990 stellte ein Leser der amerikanischen Journalistin Marilyn Savant für ihre Denksport-Kolumne folgendes Problem:

In einer Spielshow steht ein Kandidat vor drei geschlossenen Türen, eine darf er auswählen. Hinter einer Tür befindet sich ein Preis (ein Auto), hinter den beiden anderen jeweils eine Niete (eine Ziege). Die Wahrscheinlichkeit, den Preis zu erhalten, beträgt also $\frac{1}{3}$.

Der Kandidat wählt eine Tür. Doch bevor sie geöffnet wird, wird vom Moderator, der weiß, hinter welcher Tür sich der Preis befindet, eine Tür mit einer Niete geöffnet und dem Kandidaten wird angeboten, noch einmal neu zu wählen. Erhöhen sich hierdurch seine Chancen?

Die Journalistin war der Meinung, dass sich die Gewinnchancen durch einen Wechsel verdoppelten und löste hierdurch einen Sturm hämischer bis empörter Leserbriefe aus (“... I wager your womanhood is a factor”).

Das Ziegenproblem Lösung

Es dürfte sich mittlerweile rumgesprochen haben, dass die Journalistin recht hatte. Um dies einzusehen, wurden viele Baumdiagramme gezeichnet. Doch es geht auch einfacher:

Nehmen wir an, das Spiel wird 30-mal wiederholt, wobei der Kandidat stets seine Erstwahl ändert. Von den 30 Wiederholungen sind (im Schnitt) 10 Erstwahlen richtig und 20 falsch. Da der Kandidat jedoch stets seine Meinung ändert, werden aus den 10 richtigen Erstwahlen 10 falsche Entscheidungen. Aus den 20 falschen Erstwahlen werden jedoch, da der Moderator stets eine Niete aufdeckt, 20 Treffer, die Gewinn-Wahrscheinlichkeit beträgt daher $\frac{2}{3}$.