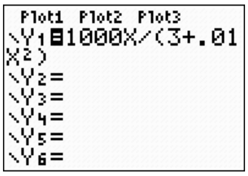
Erwartete Fähigkeiten mit dem GTR im ZA Mathematik

und einige zusätzliche Hilfen

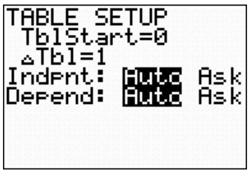
1. Die Grundlagen

(3) Arbeiten mit Funktionen (am Beispiel von f mit $f(x) = \frac{1000 \cdot x}{3 + 0{,}01 \cdot x^2}$, $x \geq 0$, ZA 2008)

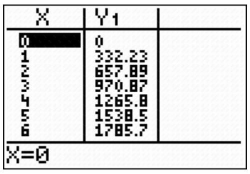
a) Arbeiten mit Wertetabellen, (z. B. um sich einen Überblick zu verschaffen)



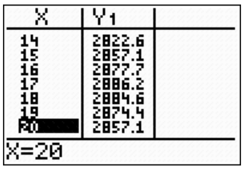
Eingabe des Funktionsterms im Y-Editor



Einstellung des Startwertes und der Schrittweite unter [2nd] TBLSET

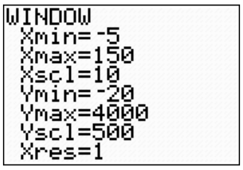


Aufrufen der Tabelle unter [2nd] TABLE

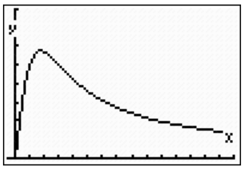


Scrollen innerhalb der Tabelle zu weiteren Werten

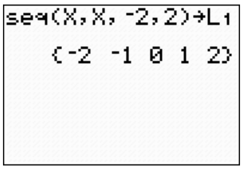
b) Angemessene grafische Darstellung von Funktionen



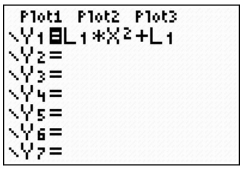
Eingabe geeigneter Werte im WINDOW-Editor (auch bzgl. der Skalierung der Achsen), die die Wiedergabe der wesentlichen Eigenschaften des Graphen ermöglichen und das Anfertigen einer Skizze im Heft sinnvoll vorbereiten.
Aufrufen des Graphen im GRAPH-Editor



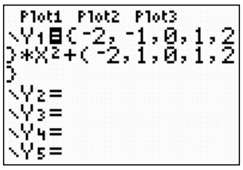
c) Darstellen von Funktionenscharen (am Beispiel von f_k mit $f_k(x) = kx^2 + k$)



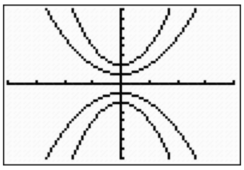
Erstellen einer Liste von Parametern, zu denen die Graphen der Schar dargestellt werden sollen.

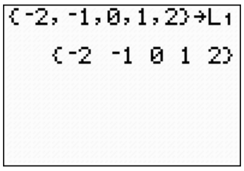


Eingabe des Funktionsterms der Schar, wobei der Parameter (an jeder Stelle des Terms, wo er aufgeführt wird) durch L_1 ersetzt werden muss.

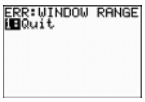
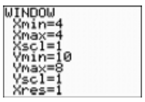
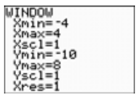
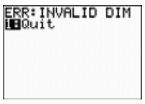
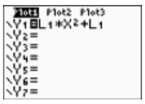
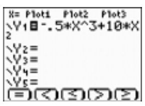
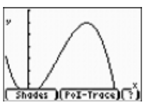
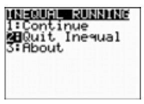
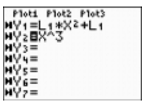
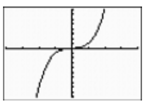


Hinweis: Dies geht natürlich auch ohne den SEQ-Befehl mit den Listenklammern im HOME-Editor oder auch im Y-Editor.



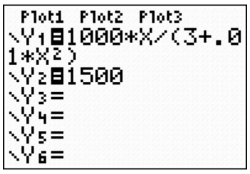


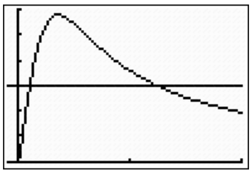
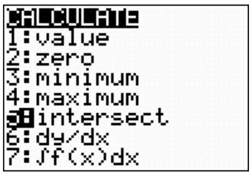
Die vier häufigsten Fehlermeldungen in diesem Bereich

Erscheinungsform		Ursache und Behebung	
Graphen werden nicht gezeichnet, die nebenstehende Fehlermeldung erscheint.	 	Die Eingabe zu xmin und / oder ymin ist nicht echt kleiner als die zu xmax bzw. ymax.	
Graphen werden nicht gezeichnet, die nebenstehende Fehlermeldung erscheint.	 	Im Y-Editor ist ein Plot schwarz unterlegt und damit aktiviert, bei dem die zugeordneten Listen nicht mehr stimmig sind. Der Plot muss deaktiviert werden.	
Im Y-Editor erscheinen diverse Relationszeichen, im GRAPH-Editor u. a. SHADES.	 	Die Applikation Inequalz ist aktiviert, man muss sie unter APP aufrufen und unter 2: deaktivieren.	 
Im Y-Editor erscheint links von Y1 ein ungewohntes Zeichen; man kann nur noch ein Y aktivieren.	 	Die Applikation Transform ist aktiviert, man muss sie unter APP aufrufen und unter 1: deaktivieren.	 

(4) Lösen von Gleichungen (am Beispiel $\frac{1000 \cdot x}{3 + 0{,}01 \cdot x^2} = 1500$, ZA 2008)

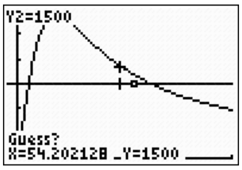
a) Grafisches Lösen

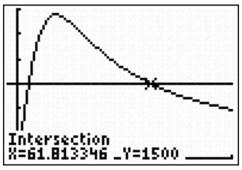


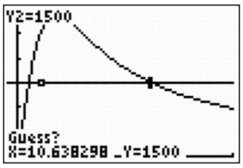



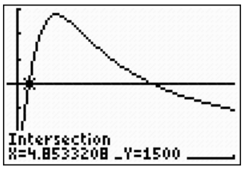
Die beiden Terme der Gleichung werden im Y-Editor eingegeben und im GRAPH-Editor aktiviert.

Mit [2nd]CALC ,5, aktiviert man die Berechnung der Koordinaten eines Schnittpunktes.



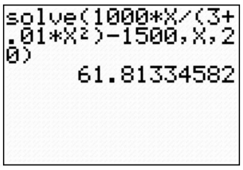






Durch die Eingabe einer linken sowie einer rechten Grenze und eines Schätzwertes fokussiert man den GTR auf eine von ggf. mehreren Lösungen.

c) Numerisches Lösen



Alternativ lässt sich unter [2nd]CATALOG der Befehl SOLVE aktivieren. Er erfordert die Eingabe der Gleichung als „Nullstellenproblem“, d.h., die Gleichung $T_1 = T_2$ ist zu $T_1 - T_2 = 0$ umzuformen und ausschließlich der Term $T_1 - T_2$ einzugeben, anschließend die Variable und ein Schätzwert. Der Nachteil dieses Ansatzes ist m. E., dass man häufig ohne Kenntnis des Graphen wenig über die Schätzstelle weiß. Mithin kann man gleich im GRAPH-Editor arbeiten. Der Befehl SOLVER (unter [MATH], 0,) ist m. E. nicht zu empfehlen.

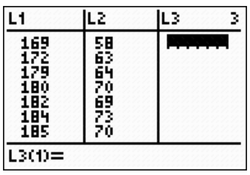
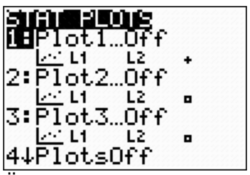
(5) Arbeiten mit Listen (am Beispiel ZA Mathematik Niedersachsen 2009, gA, Block 2A, Aufgabe 1)

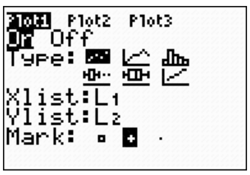
a) Darstellen von Punkten durch Datenplots

Bei einer Gruppe von 10 männlichen 18-Jährigen wurden die Größe und das Gewicht gemessen:

Größe in cm	169	172	179	180	182	184	185	186	188	191
Gewicht in kg	58	63	64	70	69	73	70	71	81	76

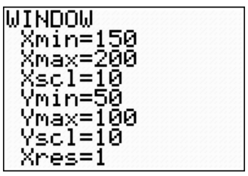
Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden und interpretieren Sie den Wert des Korrelationskoeffizienten.

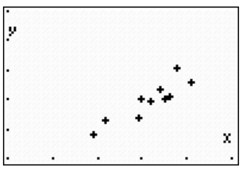
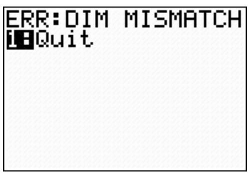



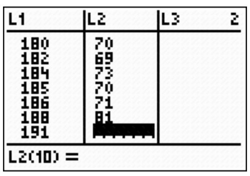


Mit [STAT] EDIT lassen sich entsprechende Listen, hier L_1 und L_2, mit den gegebenen Daten füllen.

Über [2nd] STAT PLOT lässt sich ein Plot mit ON aktivieren, der die entsprechenden Daten als Punktwolke veranschaulicht (L_1 auf die x-Achse, L_2 auf die y-Achse, Darstellungstyp z. B. Punkte).



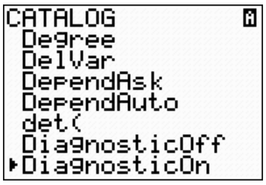



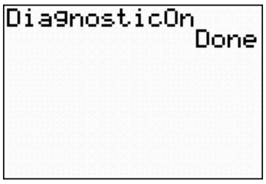


Bei geeigneter Festlegung der WINDOW-Einstellung lässt sich mit GRAPH die Punktwolke visualisieren.

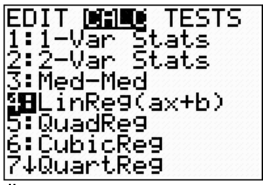
Die häufigste Fehlerquelle in diesem Zusammenhang (s. o.) ist eine falsche Listeneingabe, die zu einer unterschiedlichen Länge der Listen führt.

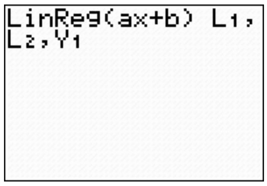
b) Regression



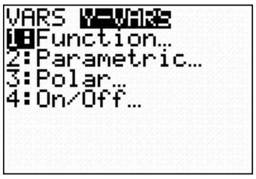


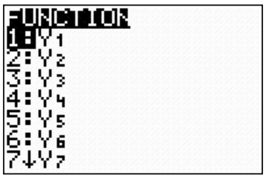
Vor der Arbeit in der Stochastik empfiehlt es sich, über [2nd] CATALOG den Befehl DIAGNOSTIC ON zu aktivieren. Er liefert im Zusammenhang mit dem Modul der linearen Regression (siehe rechts) den Korrelationskoeffizienten r.



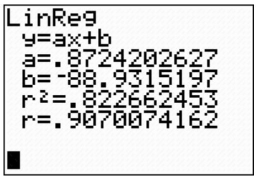


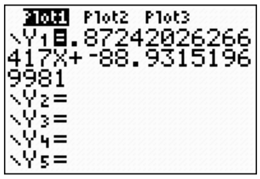
Über [STAT] CALC ,4, ruft man den Befehl zur linearen Regression auf. Die entsprechenden Listen sind in der Reihenfolge x-Achse, y-Achse einzugeben. Es empfiehlt sich, den entsprechenden Term der Regressionsgeraden auf einer Stelle im Y-Editor, hier Y1, für die weitere Arbeit zu speichern.



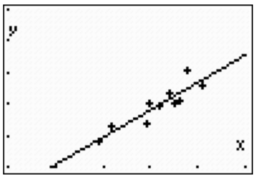


Die hierfür notwendige Variable Y1 erhält man über [VARS] – Y-VARS, FUNCTION , 1. (Sollte Y1 sinnvoll besetzt sein, kann man natürlich den Term auch unter Y2 speichern.)



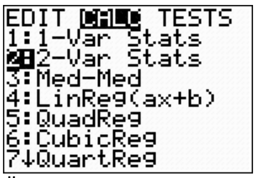


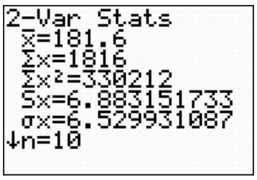
Die Parameter der Regressionsgeraden g sowie der Korrelationskoeffizient r werden angezeigt, im Y= - Editor ist der Term von g gespeichert.

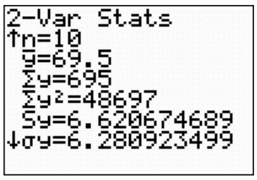


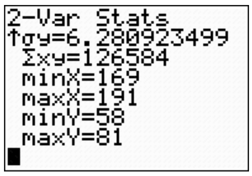
Im GRAPH-Editor wird die Punktwolke durch die Regressionsgerade ergänzt.

c) Statistische Auswertung von Listen









Über [STAT] CALC, 2, lassen sich diverse statische Daten zu den Listen L_1 und L_2 abfragen.

Die wichtigsten sind:

$\bar{x}$: Mittelwert der x - Werte

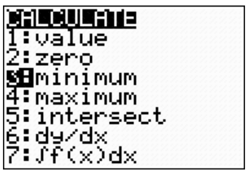
Sx : Standardabweichung der Stichprobe von x

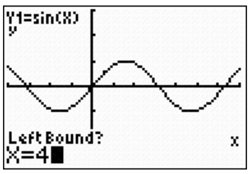
σx : Standardabweichung der Grundgesamtheit von x sowie analoge Angaben für die y – Werte.

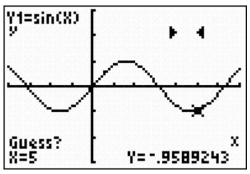
2. Analysis

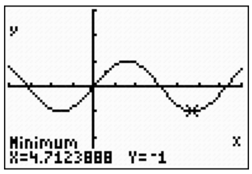
(2) Analyse von Funktionen (am Beispiel der Funktion f mit f(x) = sin x)

a) Bestimmung von Nullstellen, Extremstellen



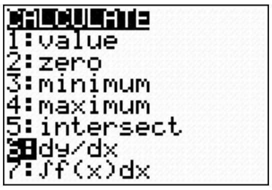


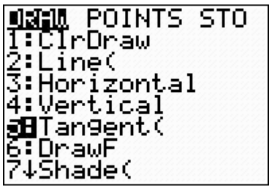


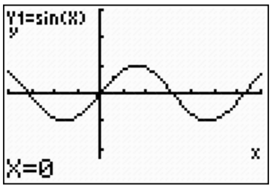


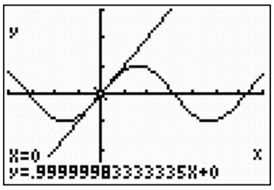
Im [2nd] CALC – Menü befinden sich diverse Befehle, u. a. auch diejenigen, die die Berechnung von Nullstellen, Extrem- und Schnittpunkten (s. o.) ermöglichen. Diese erfordern jeweils (s. o.) die Angabe sowohl der linken als auch der rechten Grenze sowie eines Schätzwertes.

b) Bestimmung der Steigung an einer Stelle x





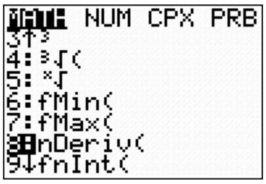


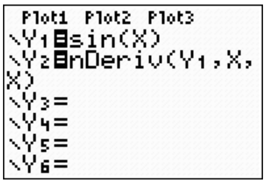


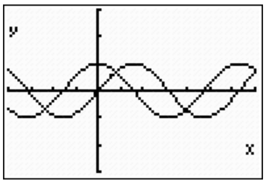
Unter [2nd] CALC, 6, findet man den Befehl, der die (numerisch angenäherte) Tangentensteigung des Graphen einer Funktion an einer bestimmten Stelle angibt.

Wesentlich effizienter ist folgendes Vorgehen. Man veranschaulicht im GRAPH – Editor den entsprechenden Graphen, ruft unter [2nd] DRAW, 5, den Befehl Tangent(auf, gibt die gewünschte Stelle, hier 0, ein und liest die Tangentengleichung inklusive Steigungsfaktor ab. Für Parabeln wird aufgrund des zugrunde liegenden Rechenverfahrens die exakte Tangentengleichung angegeben, darüber hinaus treten i. a. Ungenauigkeiten auf. Häufig liest der kundige Schüler dennoch die richtige Gleichung ab.

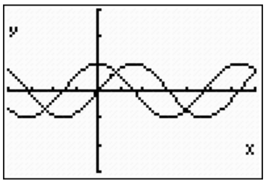
c) Grafische Darstellung der Ableitungsfunktion

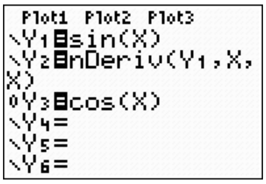


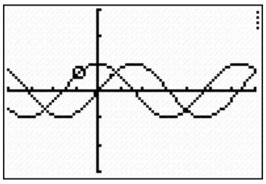




Unter [MATH], 8, lässt sich der Befehl nDeriv(aufrufen, der den Graphen der numerisch ermittelten Ableitungsfunktion zu einer gegebenen Funktion visualisieren kann (zeichnerisches Differenzieren). Der Befehl erfordert zunächst die Angabe des Funktionsterms, hier Y1 (s.o.), dann die „Ableitungsvariable“ x sowie abschließend die Stelle, an der der Wert der Ableitung zu bestimmen ist. Da dies an allen Stellen erfolgen soll, ist auch hier x einzugeben.



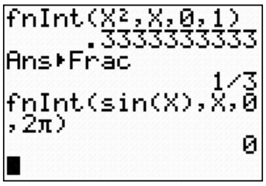




Diese Möglichkeit lässt sich durchaus methodisch nutzen. Gibt der Schüler unter Y3 den Term der von ihm algebraisch ermittelten Ableitungsfunktion ein, hier cos x, führt den Cursor vor das Y3 und stellt durch Betätigung der ENTER – Taste den Darstellungsmodus auf „o“ ein, so kann er im GRAPH-Editor die Identität von Y2 und Y3 überprüfen. Abweichungen legen die Vermutung nahe, dass dem Schüler die korrekte Ableitung nicht gelungen ist.

(3) Ermittlung bestimmter Integrale und (4) Berechnung von Inhalten zu Flächen

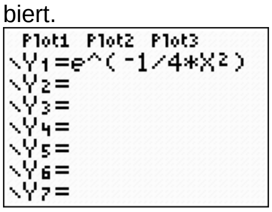
a) zwischen Graph und x-Achse

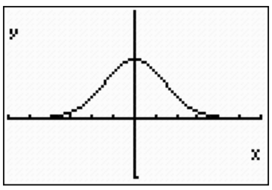


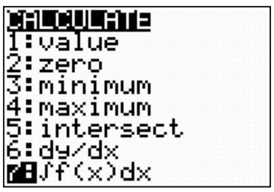
Im HOME-Editor lässt sich unter [MATH], 9, der Befehl fnInt(aktivieren, der numerisch ein Integral ermitteln kann. Er erfordert die Eingabe des Funktionsterms, hier x^2, der Integrationsvariablen, hier x, sowie der Integrationsgrenzen. Anschließend lässt sich über [MATH] 1 der FRAC – Befehl aktivieren, der versucht, das letzte Ergebnis - bei dreistelligen Nennern gesichert – als Bruch darzustellen.

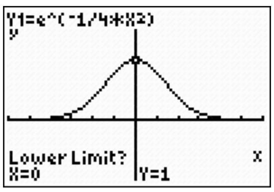
Wesentlich häufiger wird man den Befehl im GRAPH-Editor nutzen. Ein Beispiel:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-\frac{1}{4}x^2}$. Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, den der Graph von f im Bereich $0 \le x \le 4$ mit der x-Achse einschließt. Ermitteln sie diejenige Gerade zu x=a, die diese Fläche halbiert.

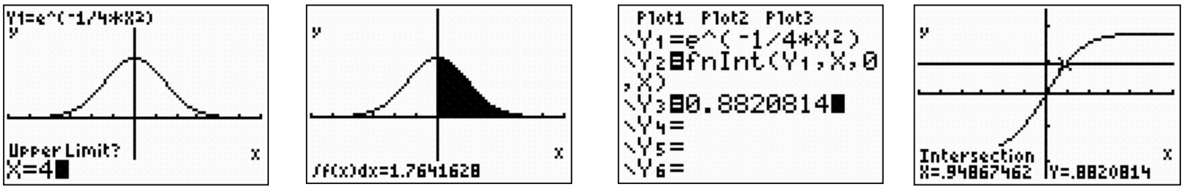








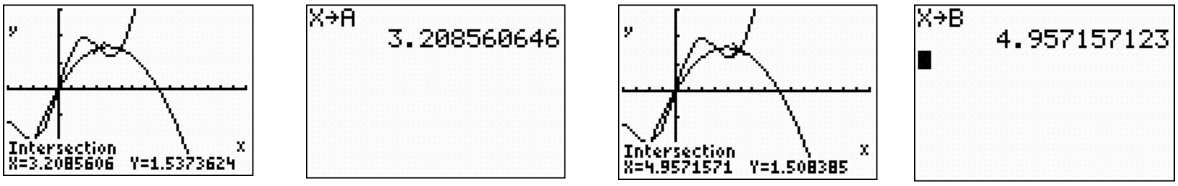
Nach der Eingabe des Funktionsterms und der Aktivierung des GRAPH-Editors erreicht man mit [2nd]CALC, 7, den Integrationsbefehl, der die Eingabe der linken und rechten Grenze erfordert.



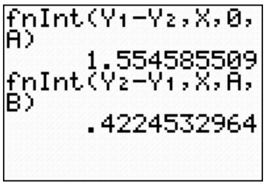
Im Y-Editor lässt sich unter Y2 die numerisch ermittelte „Integralfunktion“ zu Y1 definieren. Der wieder über [MATH], 9, aktivierte fnInt(- Befehl wird an dieser Stelle durch den Funktionsterm Y1, die Integrationsvariable x, die feste untere Grenze 0 und die variable obere Grenze x bestimmt. Gibt man die (genäherte) Maßzahl des Inhalts der Hälfte der Fläche als Funktionsterm unter Y3 ein, löst sich die Aufgabenstellung als Schnittproblem der Graphen zu Y2 und Y3.

b) zwischen zwei Graphen

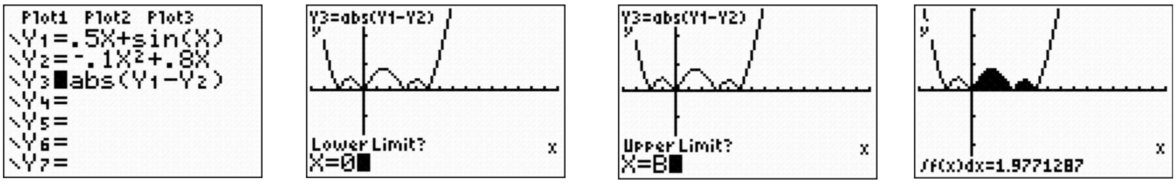
Im 1. Quadranten begrenzen die Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = 0{,}5\cdot x + \sin(x)$ und $g(x) = -\,0{,}1x^2 + 0{,}8x$ zwei abgeschlossene Flächenstücke. Bestimmen Sie den Inhalt der Gesamtfläche.



Ermittelt man im GRAPH-Editor die Koordinaten des 1. Schnittpunktes der beiden Kurven, so sind anschließend im GTR die Variablen x und y mit diesen Koordinaten belegt. Im HOME-Editor kann man nun die 1. Schnittstelle abspeichern, z. B. auf dem Speicherplatz A, und anschließend das Verfahren mit der 2. Schnittstelle und dem Speicherplatz B wiederholen.



Unter Berücksichtigung der jeweiligen Lagebeziehung der Graphen von f und g zueinander sowie der Integrationsgrenzen 0, A und B lassen sich im HOME-Editor mit fnInt(die entsprechenden Flächeninhalte bestimmen, die zu addieren sind.



Ohne Rücksicht auf die jeweilige Lagebeziehung kommt man aus, wenn man mit dem Befehl abs(– unter [2nd]CATALOG – im Y-Editor die Betragsfunktion zur Differenzfunktion von f und g festlegt.
Bei diesem Ansatz ist abschließend das Integral mit den Grenzen 0 und B zu bestimmen.

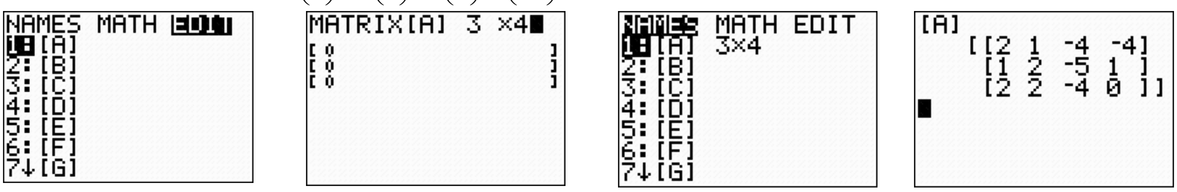
3. Analytische Geometrie – Lineare Algebra

(1) Bestimmung der Lösungsmenge von LGS aus dem Bereich der Analytischen Geometrie

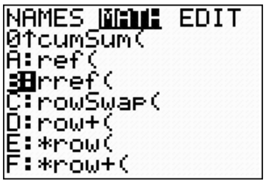
Gegeben sind die Ebene E mit E: $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ sowie die Gerade g mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-3\\3\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\5\\a\end{pmatrix}$.

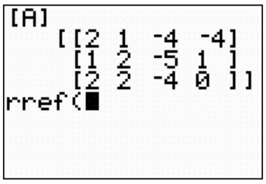
Untersuchen Sie E und g für a = 4 und a = 6 auf gemeinsame Punkte.

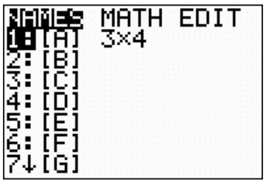
Der Ansatz $\vec{x}_E = \vec{x}_g$ liefert $r\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} - t\begin{pmatrix}4\\5\\a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\1\\0\end{pmatrix}$ und führt in Abhängigkeit von a zu folgenden Matrizen.

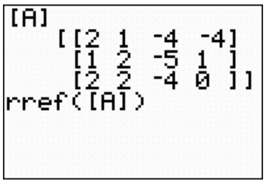


a = 4:Unter [2nd] MATRIX EDIT ergibt sich die Möglichkeit, eine Matrix festzulegen. Die hier benötigte Matrix verfügt über 3 Zeilen und 4 Spalten, ist mithin eine 3 X 4 – Matrix. Anschließend sind die entsprechenden Zellen zu füllen. Im HOME – Modus lässt sich über [2nd] MATRIX NAMES die editierte Matrix aufrufen und bezüglich der eingegebenen Zahlen kontrollieren.

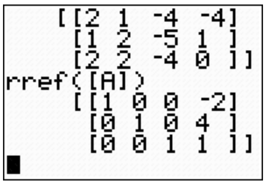




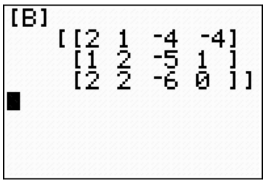


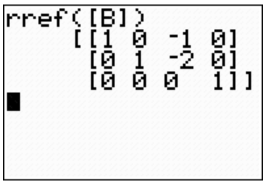


Unter [2nd] MATRIX MATH B lässt sich der Befehl rref(aktivieren, der auf eine Matrix das Gaußsche Eliminationsverfahren anwendet und die Matrix in die (Haupt -) Diagonalform überführt. Der Befehl ist durch den Aufruf der Matrix A, wieder über [2nd] MATRIX NAMES, zu ergänzen.

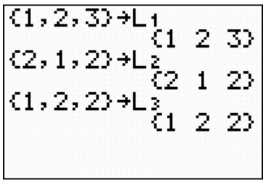


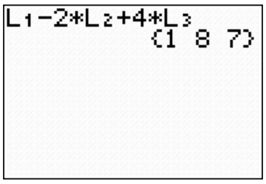
Die Interpretation der Matrix ergibt: Setzt man in die Ebenengleichung für r = -2 und s = 4 sowie in die Geradengleichung für t = 1 ein, so ergibt sich derselbe Vektor.

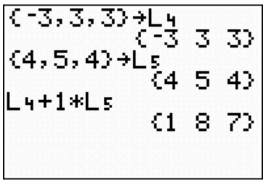


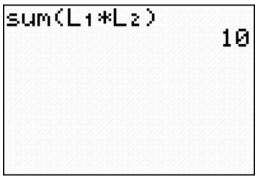


a = 6: Aus der 3. Zeile ergibt sich eine unerfüllbare Aussageform: $0\cdot r+0\cdot s+0\cdot t=1$. Ebene und Gerade haben keine gemeinsamen Punkte, die Gerade muss parallel zur Ebene verlaufen.









Treibt man den Einsatz des GTR auf die Spitze, so kann man Vektoren im IR^3 als Listen definieren und anschließend entsprechende Berechnungen durchführen, z. B. die des Schnittpunktes von E und g.

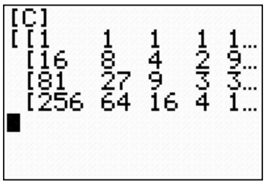
Sogar das Skalarprodukt ließe sich auf diese Weise ermitteln.

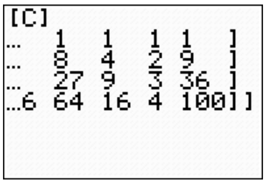
(2) Lineare Gleichungssysteme mit n > 3

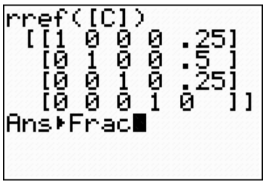
Die Summe der Kubikzahlen natürlicher Zahlen führt zu folgender Wertetabelle.

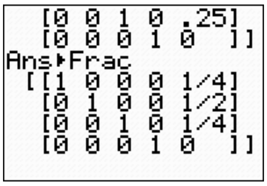
n	0	1	2	3	4
n^3	0	1	8	27	64
Σ	0	1	9	36	100

Der Ansatz $f(n)=a\cdot n^4+b\cdot n^3+c\cdot n^2+d\cdot n+e$ liefert mit e = 0 folgende Matrix C.







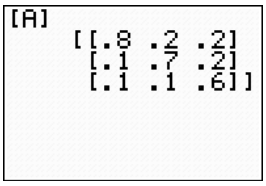


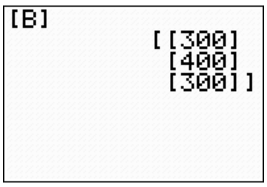
Mit dem bekannten Befehl rref(ergeben sich die gesuchten Koeffizienten. Auch hier lässt sich über MATH 1 der FRAC – Befehl aktivieren. $f(n)=\frac{1}{4}\cdot n^4+\frac{1}{2}\cdot n^3+\frac{1}{4}\cdot n^2$

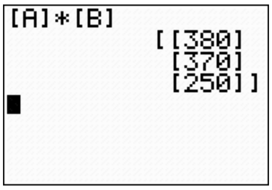
(3) Operationen mit Matrizen

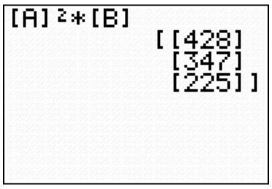
Die langjährige Erfahrung bei der Rückgabe von Fahrrädern an drei Stationen mag die nebenstehende Übergangsmatrix und den nebenstehenden Startvektor nahe legen.

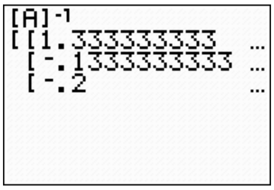
a) Welche Zahlen sind am nächsten, am übernächsten Tag zu erwarten?
b) Wie war die Verteilung am Tag zuvor?
c) Wenn es einen stabilen Zustand gibt, wie sieht er aus?
d) Welche Zahlen sind auf lange Sicht zu erwarten?

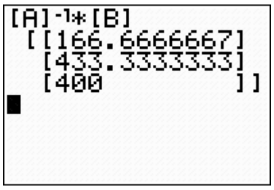




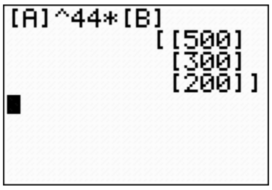


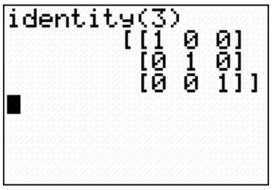


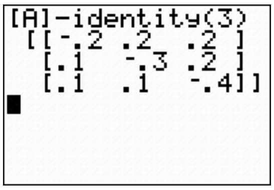




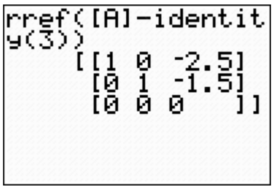
Die Matrizen sind wie beschrieben über [2nd]Matrix aufzurufen und mit den normalen Multiplikationszeichen zu verknüpfen. Gleiches gilt für Potenzen von Matrizen. Eine Ausnahme bildet die inverse Matrix. Die Eingabe A^ -1 führt nicht zum Ziel, hier muss die Taste [x^{-1}] genutzt werden: A^{-1}.



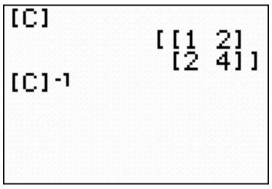


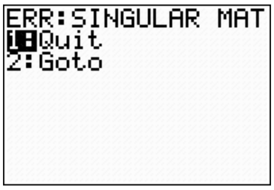


Bei dieser Aufgabe weist der GTR erstmals das vermeintlich endgültige Ergebnis, den Endzustand, aus, wenn man zur Matrix A den Exponenten 44 wählt. Falls es denn einen stabilen Zustand gibt, so führt der Ansatz $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$ zu $(A - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$.
Die Einheitsmatrix kann man unter[2nd]MATRIX, MATH, 5, aufrufen. Den Befehl muss man mit der Anzahl der Spalten bzw. Zeilen, hier 3, ergänzen. In der mit dem Befehl rref(bearbeiteten Matrix A – E kann man das Beziehungsgeflecht des stabilen Zustandes ablesen.



$x - 2{,}5z = 0$; $y - 1{,}5z = 0$; $x = 2{,}5z$; $y = 1{,}5z$; $x : y : z = 5 : 3 : 2$.

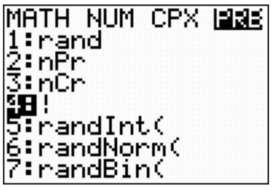


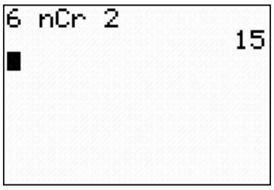


Ein Schwerpunkt beim Rechnen mit Matrizen sollte die Frage nach der Existenz inverser Matrizen sein. Es geht dabei nicht nur darum, die nebenstehende Anzeige zu kennen, sondern auch mit Begründungen erläutern zu können.

4. Stochastik

(2) Berechnung von Fakultäten und Binomialkoeffizienten

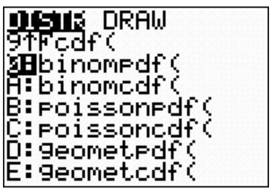


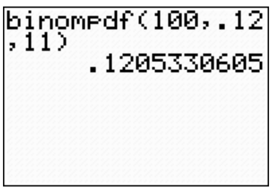


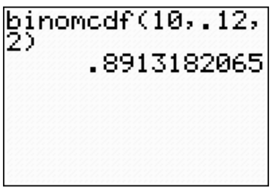
Die entsprechenden Befehle findet man unter [MATH] PRB 4 (Fakultät) bzw. 3 (Binomialkoeffizient). Beide Befehle benötigen erst die Eingabe einer Zahl, ehe hinter dieser Zahl der entsprechende Befehl aufgerufen wird.

(3.1) Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung

Eine Maschine produziert Teile, von denen im Mittel 12 % defekt sind. Aus dem fortlaufenden Produktionsgang werden Proben entnommen. Bestimme folgende Wahrscheinlichkeiten:
a) Unter 100 Teilen befinden sich genau 11 defekte Teile.
b) Unter 10 Teilen befinden sich höchstens zwei defekte.
c) Unter 20 Teilen sind mehr als 5, aber weniger als 9 defekt.







Unter [2nd]DISTR 0 bzw. A befinden sich die Befehle binompdf bzw. binomcdf.

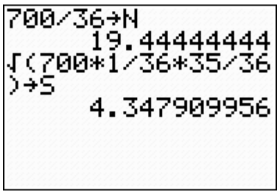
a) binompdf berechnet einzelne Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung bei folgender Eingabe: Anzahl der Versuche, hier 100, Wahrscheinlichkeit p, hier 0,12, Anzahl der Treffer, hier 11.

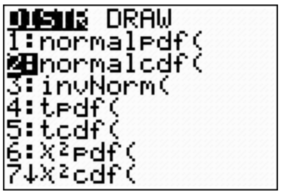
b) binomcdf berechnet die Summe der einzelnen Wahrscheinlichkeiten, beginnend mit der Trefferzahl 0 bis hin zu der Trefferzahl k. Für diesen Aufgabenteil bedeutet das: Anzahl der Versuche, hier 10, Wahrscheinlichkeit p, hier 0,12, Anzahl der Treffer bei 0 beginnend, hier bis 2.

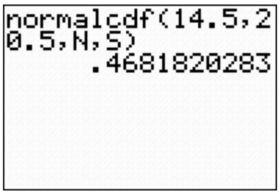
c) Die Frage lässt sich interpretieren als die Differenz der summierten Wahrscheinlichkeiten bis zur Trefferzahl 8 und der summierten Wahrscheinlichkeiten bis zur Trefferzahl 6.

(3.2) Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten der Normalverteilung (am Beispiel ZA 2007, eA, HT, 2A, 1,b))

Zwei Würfel werden geworfen. (Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, zwei Sechsen zu erhalten.)
Das Ereignis E bestehe darin, beim 700-maligen Werfen mit zwei Würfeln mindestens 15-mal und höchstens 20-mal zwei Sechsen zu erhalten. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E mit der Normalverteilung.



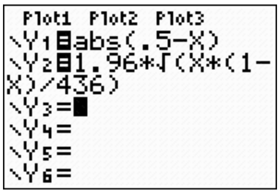


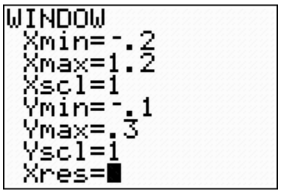


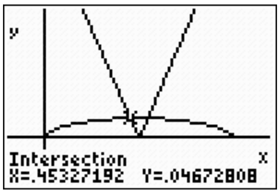
Laut Aufgabe ist das Integral zur Normalverteilung in gegebenen Grenzen zu bestimmen. Die Nutzung des entsprechenden Befehls normalcdf(erfordert die Angabe des Erwartungswertes μ sowie die der Standardabweichung σ. Es empfiehlt sich, diese beiden Werte zunächst entsprechend abzuspeichern. Der Befehl ist unter [2nd]DISTR 2 aufzurufen und verlangt die Eingabe der unteren Grenze, der oberen Grenze, von μ und σ. Unter Berücksichtigung des Korrekturgliedes gilt für die untere Grenze 15 – 0,5 =14,5 und für die obere Grenze 20 + 0,5 = 20,5.

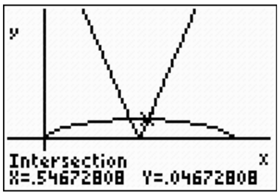
(3.3) Bestimmung eines Vertrauensintervalls (am Beispiel ZA 2009, eA, HT, 2A, 1,b))

In einer saarländischen Wachstumsstudie, in der u. a. 436 männliche 18-Jährige untersucht wurden, waren 218 männliche 18-Jährige größer als $M = 1{,}81\text{cm}$. Ermitteln Sie unter Annahme einer Binomialverteilung für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p, dass im Saarland ein männlicher 18-Jähriger größer als $M = 1{,}81\text{cm}$ ist, zur Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% das Vertrauensintervall.

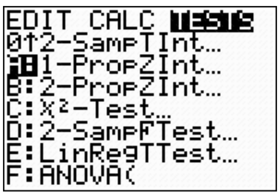


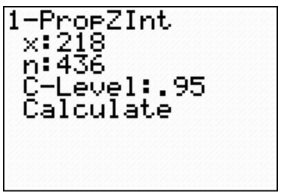


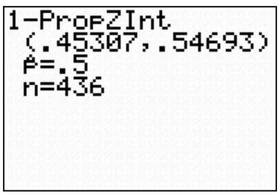




Für 95% gilt: $\left|\frac{x}{n} - p\right| \leq 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$, hier mit x = 218 und n = 436, also $\frac{x}{n} = 0{,}5$. Nach Eingabe der beiden Terme der Ungleichung im Y-Editor wird die Aufgabe zu einem bereits bekannten Schnittpunktproblem, die Intervallgrenzen 0,453… und 0,546… sind ablesbar.







Unter [STAT] TESTS A lässt sich der Befehl 1-PropZInt aufrufen. Hier bedarf es nur noch der Eingabe der Werte für x und n sowie der Angabe der Sicherheitswahrscheinlichkeit, um die Grenzen zu erhalten. Die Abweichungen zu den oben angegebenen Werten ergeben sich dadurch, dass hier mit der folgenden Näherung gearbeitet wird:

$|h - p| \leq 1.96 \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}$; $h = \frac{x}{n}$.

Der Wert p unter der Wurzel wird durch seine Punktschätzung h ersetzt.