

GTR-Tutorials

Markus Hochstrasser

1 Benutzen des Solvers

Der Solver ist ein Gleichungslöser, welcher jede x-beliebige Gleichung nach einer gewünschten Variablen auflöst.

Starten des Solvers:

[MATH] -> [0]

Ein Bildschirm wie in Abbildung 1.1 erscheint (sollte in der ersten Zeile nicht "EQUATION SOLVER" stehen, so drücke die **[Pfeil nach oben]**-Taste):

Es kann nun eine Gleichung eingegeben werden. Diese muss zuvor allerdings stets nach 0 aufgelöst werden. Wollen wir z.B. die quadratische Gleichung $x^2+2x = 10$ lösen, so geben wir dies entsprechend Abbildung 1.2 ein.

Mit dem Drücken von **[ENTER]** bzw. **[Pfeil nach unten]** gelangen wir in das nächste Fenster (Abbildung 1.3).

In der ersten Zeile wird nochmals unsere Gleichung dargestellt. Danach folgt eine Auflistung aller Variablen, die in der Gleichung verwendet wurden. Da wir nur die Variable x eingebaut haben, erscheint auch nur die Zeile $x = 0$. Sie gibt den „Schätzwert“ für die Lösung an, d.h. der Taschenrechner beginnt mit der Suche nach einer Lösung bei dem angegebenen Wert. Kann die Gleichung mehrere Lösungen haben, wird der Wert ausgegeben, der diesem „Schätzwert“ am nächsten liegt.

Zusätzlich kann über „bound“ eine Zahlenmenge bestimmt werden, in welcher nach der Lösung gesucht werden soll. Die Zahlenmenge muss immer in geschweiften Klammern angegeben werden. Standardmäßig ist der ganze Zahlenbereich eingestellt, den der GTR beherrscht $\{-1E99, 1E99\}$.

Um die Gleichung zu lösen begibt man sich mit den Cursor-Tasten (**[Pfeil nach oben]** oder **[Pfeil nach unten]**) in die Zeile mit der Variablen, nach der die Gleichung aufgelöst werden soll. Bei uns ist dies $x=0$.

Durch Drücken von **[ALPHA] + [ENTER]** errechnet der GTR das Ergebnis. Im Beispiel etwa 2,32. Zusätzlich hat sich die Zeile „bound=" in „left-rt=0“ geändert. „left-rt“ gibt die Differenz der linken und der rechten Seite der Gleichung mit eingesetztem Ergebnis an. Ist der Wert 0, so stimmt das Ergebnis.

Jetzt fehlt uns aber noch die zweite Lösung. Dazu braucht es nun etwas Geschick und Glück, denn der „Schätzwert“ muss

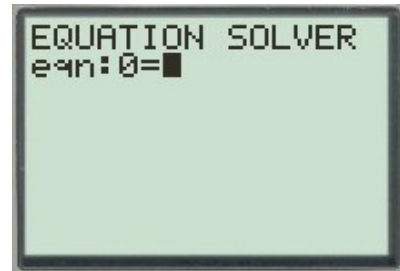


Abbildung 1.1: Startbildschirm des Solvers

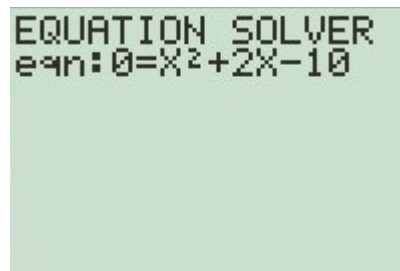


Abbildung 1.2: Eingabe einer Gleichung

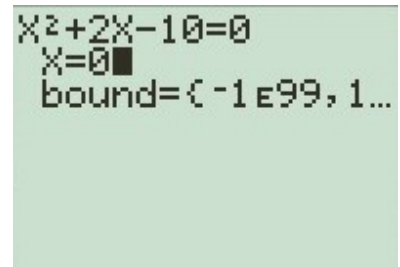


Abbildung 1.3: Zweiter Bildschirm des Solvers

richtig gesetzt werden, um das 2. Ergebnis zu erhalten. Wir vermuten, dass es sich um eine negative Zahl handelt, geben deshalb $x = -10$ ein.

Durch das Drücken von **[ALPHA] + [ENTER]** erhalten wir nun den Wert $-4,32$, „left-rt“ ist 0, also ist auch dieser Wert eine Lösung der Gleichung.

(Das Ergebnis kann auch durch verändern der Menge „bound“ gefunden werden. Welche Methode angewandt wird, spielt keine Rolle.)

Hat die Gleichung kein Ergebnis, so erscheint „**ERR: NO SIGN CHNG**“. Bei geändertem Wertemengenbereich („bound“) erscheint dem hingegen „**ERR: BAD GUESS**“, die Gleichung kann jedoch trotzdem eine Lösung besitzen.

2 Steigungstangente einer Funktion berechnen und zeichnen lassen

Natürlich kennt ihr alle die Tangentengleichung, mit der sich im Nu eine Tangente errechnen lässt. Was aber, wenn die Ableitung zu schwierig oder du zu faul bist? Dann kann nur der GTR helfen!

Gib ganz normal im „Y=-“-Bildschirm eine Funktion ein und lasse diese dann im GRAPH-Fenster zeichnen. Wir benutzen in unserem Beispiel die Funktion $f(x) = x^3 - x^2 + 3$.

Befindest du dich im GRAPH-Modus, so drücke **[2nd] -> [PRGM] (DRAW)**. Wähle im erscheinenden Menü den Punkt **5:Tangent**(aus. Der GTR wechselt wieder in den Grafik-Modus.

Mit der **[Pfeil nach oben]**- und **[Pfeil nach unten]**-Taste kann die Funktion ausgewählt werden, an welche die Tangente angelegt werden soll (falls mehrere Funktionen bei „Y=“ eingegeben wurden). Die aktive Funktion erscheint links oben.

Mit **[Pfeil nach links]** und **[Pfeil nach rechts]** kann der Cursor auf der aktivierten Funktion verschoben werden. Durch einen Druck auf **[ENTER]** wird die Tangente in dem Punkt angelegt, in dem sich der Cursor befindet. Alternativ zum Verschieben des Cursors kann auch ein Zahlenwert eingegeben werden. Sobald eine Zahl eingegeben wird erscheint die Zeile „X=“. Wir geben für unser Beispiel den Wert 2 ein. Bestätigung erfolgt auch hier mit **[ENTER]**.

Es wird eine Tangente gezeichnet. Diese allein wäre jedoch relativ wertlos. Der Clou ist, dass der Taschenrechner im selben Zug auch noch die Funktion der Tangente berechnet und ausgibt.

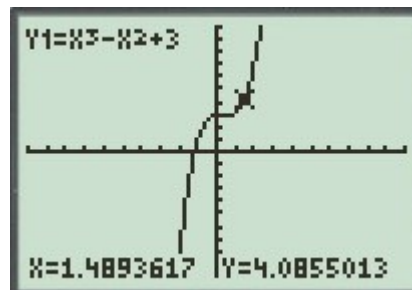


Abbildung 2.1: Zeichnen einer Tangente mit dem GTR

Zwei neue Zeilen erscheinen am unteren linken Bildschirmrand, wenn die Tangente gezeichnet wurde. Die oberste gibt noch einmal den Punkt wieder, in dem die Tangente angelegt wurde. In der Zeile darunter wird die Funktion ausgegeben.

In unserem Beispiel: $y = 8,000001x - 9,000002$.

Bitte unbedingt auf das „+“ beim y-Achsenabschnitt achten!

Die Gleichung muss nun leider abgeschrieben werden. Ich habe keine Möglichkeit gefunden, sie direkt in einer Variablen zu speichern.

Tipp: Wenn die vielen Dezimalen im Ergebnis stören, der kann unter [MODE] in Zeile 2 die Anzahl an Dezimalen einstellen. Standard ist die Option „Float“.

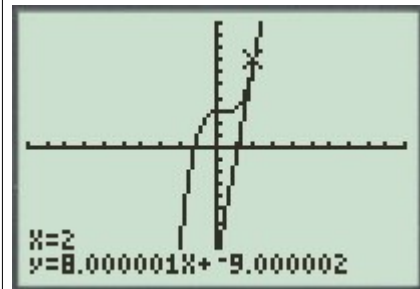


Abbildung 2.2: Gezeichnete Tangente mit Ausgabe der linearen Funktion

3 Volumen eines Rotationskörpers berechnen

Es sei gleich zu Beginn gesagt, dass es hierfür die verschiedensten Möglichkeiten gibt. Bei den meisten handelt es sich jedoch nur um geringfügige Abwandlungen.

Die Funktion f mit $f(x) = 0,5 \cdot \sqrt{x^2 + 4}$ schließt mit den Koordinatenachsen und der Geraden mit der Gleichung $x=4$ eine Fläche ein. Diese soll um die x -Achse rotiert werden. Berechne das Volumen des Rotationskörpers.

Gib zunächst die Gleichung im Fenster „Y=“ für Y_1 ein.

Nur folgt ein kleiner Trick. Für Y_2 geben wir $\pi \cdot Y_1^2$ ein (Abbildung 3.1).

Das heißt, die Funktion f wird quadriert und mit π mal genommen.

(Die Variable Y_1 wird über [VARS] -> [Pfeil nach rechts] (Y-VARS) -> 1:Function -> 1: Y_1 abgerufen!)

Wechsle nun in den Graph-Modus und wähle [2nd] -> [TRACE] -> 7: $\int f(x) dx$ aus. Mit der [Pfeil nach oben] bzw. [Pfeil nach unten]-Taste kann zwischen den eingegebenen Funktionen umgeschaltet werden. Wähle Y_2 aus. Der GTR verlangt nun eine obere sowie eine untere Grenze. In unserem Beispiel ist dies 0 und 4. Mit Drücken der [Enter]-Taste startet der GTR die Berechnung. Das Ergebnis sollte hier 29,332 sein (wird unten links angezeigt und in der Variablen ans [2nd] -> [(-)] gespeichert).

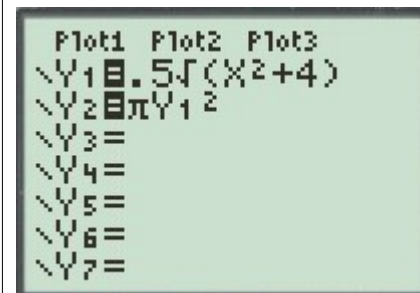


Abbildung 3.1: Eingabe im „Y=“-Fenster

Warum funktioniert das? Ganz einfach. Um das Volumen zu berechnen wird die Funktion normalerweise quadriert, integriert und schließlich π mit multipliziert. Und genau dies wird hier auch gemacht. Es spielt keine Rolle, ob π mitintegriert wird oder ob es nachträglich malgenommen wird. Konstante Faktoren können aus dem Integral herausgezogen werden (Linearität des Integrals).

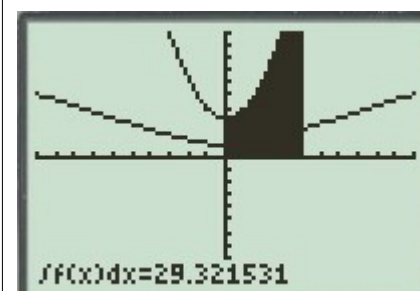


Abbildung 3.2: Der Flächeninhalt unter Y_2 von 0 bis 4 ist das gesuchte Volumen

Um das Volumen eines anderen Rotationskörpers zu berechnen, muss lediglich Y_1 angepasst werden.

Tipp: Manchmal wird verlangt, dass die Fläche zwischen zwei Funktionen um die x-Achse rotiert werden soll. Hierfür wäre eine Lösung wie in Abbildung 3.3 denkbar (Y_1 und Y_2 sind die gegebenen Funktionen).

Nach Eingabe aller drei Funktionen, muss Y_3 nur noch integriert werden.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=X^2+1
\Y2=e^(.5X)
\Y3=π(Y1^2-Y2^2)
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

Abbildung 3.3: Die Fläche zwischen zwei Funktionen wird im die x-Achse rotiert.

Graphisch sieht das Ergebnis wie in Abbildung 3.4 aus. (die dicke Linie ist Y_3 , die vertikalen Linien sind die Grenzen)

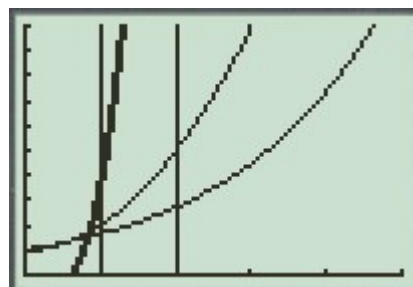


Abbildung 3.4: Graphische Ausgabe

4 Regression

Mit Hilfe der Regression lässt sich mit dem GTR aus einzelnen Punkten eine Funktion ermitteln.

Dabei gibt es verschiedene Regressionsmodelle:

- 1) LinReg(ax+b) - Lineare Funktion
- 2) QuadReg - Quadratische Funktion der Form $ax^2 + bx + c$
- 3) CubicReg - Ganzrationale Funktion dritten Grades $ax^3 + bx^2 + cx + d$
- 4) QuartReg - Ganzrationale Funktion vierten Grades
- 5) LnReg - Natürliche Logarithmusfunktion der Form $a + b \cdot \ln(x)$
- 6) ExpReg - Exponentialfunktion der Form ab^x
- 7) PwrReg - Potenzfunktion der Form ax^b
- 8) SinReg - Sinusfunktion der Form $a \cdot \sin(bx+c)+d$

Für ein eindeutiges Ergebnis sind immer so viel Punkte nötig, wie es unbekannte Variablen in der Funktionsgleichung gibt. Bei mehr bekannten Punkten ermittelt der GTR die Funktion, die sich am besten durch die Punkte legen lässt.

Beispiel mit quadratischer Funktion:

Aus den Punkten $A(1/2)$, $B(8/4)$, $C(-1/-1)$ soll eine quadratische Funktion bestimmt werden ($ax^2 + bx + c$).

Es gibt drei unbekannte Variablen und drei Bedingungen, d.h. wir können eine eindeutige Lösung ermitteln.

Vorbereitung:

Lösche alle Gleichungen im „Y=-“-Fenster. Dies ist nicht unbedingt nötig, aber sinnvoll. Auch die Listen sollten zuvor gelöscht werden (**[2nd]** -> **[+]** (**MEM**)-> **4:ClearAllLists**)

Und so geht's los:

Zuerst müssen die Punkte in den Taschenrechner eingegeben werden. Benutze die Taste **[STAT]** um in das Statistik-Menü zu kommen. Wähle **1:Edit...** aus. Drei Listen erscheinen. Gib in L1 alle x-Werte der Punkte ein, d.h. 1, 8, -1. Die y-Werte müssen nach L2 übertragen werden. x- und y-Wert eines Punktes müssen sich immer in der gleichen Zeile gegenüberstehen (Abbildung 4.1).

L1	L2	L3	2
1	2		
8	4		
-1	-1		
-----	-----	-----	

L2(4) =

Abbildung 4.1: Eingabe der Punkte in zwei Listen

Nun lassen wir uns die Punkte im Schaubild anzeigen. Rufe über **[2nd]** -> **[Y=]** das STAT-PLOT-Menü auf und wähle den erste Eintrag aus (**1: Plot1...Off**). Der Bildschirm wechselt. Aktiviere in der ersten Zeile „On“ anstatt „Off“ (durch **Pfeiltasten** und **[ENTER]**, das schwarz Unterlegte ist ausgewählt).

Bevor wir die Punkte zeichnen lassen, passen wir noch das Fenster an, damit auch wirklich alles auf dem Bildschirm zu sehen ist. Drücke hierzu **[ZOOM]** und wähle **9:ZoomStat** aus. Der Zoom wird so gesetzt, dass alle Punkte sichtbar sind.

Nun können wir uns der Regression widmen.

Die Funktion finden wir unter **[STAT]** -> **[Pfeil nach rechts]** (**CALC**) -> **5:QuadReg**.

Der Funktionsterm wird geschrieben. Der GTR verlangt nun weitere Parameter.

Als erstes will er die Liste für die x-Werte wissen, als zweites die für die y-Werte. Als letztes geben wir noch an, in welcher Variablen die fertige Gleichung gespeichert werden soll.

Die x-Werte sind in L1 gespeichert

(Variable über **[2nd]** ->**[STAT]** -> **1:L1** abrufbar).

Die y-Werte sind in L2 gespeichert

(Variable über **[2nd]** ->**[STAT]** ->**2:L2** abrufbar).

Die Funktionsvariablen sind unter **[VARS]** -> **[Register Y-VARS]** -> **1:Function...** auswählbar.

Die Parameter werden durch ein Komma getrennt (Abbildung 4.2).

QuadReg L1,L2,Y1

Abbildung 4.2: Funktion QuadReg mit allen Parametern

Mit Bestätigung durch **[ENTER]** wird die Regression gestartet:

Ist ein Ergebnis gefunden, wird dies unter dem Funktionsaufruf ausgegeben (Abbildung 4.3).

Wechselt man in das GRAPH-Fenster, dann wird die gefundene Funktion sogar gezeichnet (Abbildung 4.4).

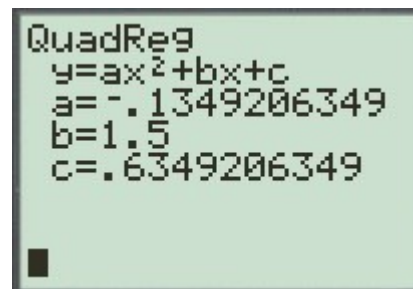


Abbildung 4.3: Das Ergebnis in Zahlen

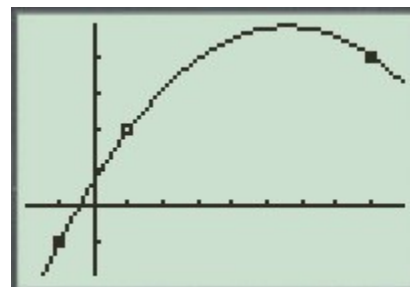


Abbildung 4.4: Punkte und aus der Regression gewonnene Funktion

5 Tricks zur Berechnung des Flächeninhaltes

Wie man die Fläche unter einer Funktion mit dem GTR berechnet sollte jedem klar sein (**Calc -> 7:∫f(x)dx**). Ich will hier nur auf einige Tricks eingehen, die manchmal ziemlich nützlich sein können und den Rechenweg enorm verkürzen.

Wie kann man sich die Aufleitung zeichnen lassen?

Nehmen wir an, unsere Funktion sei $f(x) = x^2$. Diese wird im "Y="-Fenster für Y_1 eingegeben.

Y_2 soll nun die Aufleitung darstellen. Bewege den Cursor in die Y_2 -Zeile. Wir brauchen nun die GTR-Funktion **fnInt**. Sie berechnet das Integral einer Funktion von einer Unter- bis zu einer Obergrenze. Zu finden ist sie unter **[MATH] -> 9:fnInt(**. Als ersten Parameter verlangt die GTR-Funktion einen Ausdruck. In unserem Beispiel steht dieser in Y_1 (die Funktion). Dann folgt die Variable, nach der integriert werden soll, danach die untere sowie die obere Grenze. Die untere Grenze ist bei der Stammfunktion 0, die obere variabel, nämlich x .

Am Ende noch die Klammer schließen und voila, das war's... Jetzt wird die Stammfunktion gezeichnet. Kann übrigens relativ lange dauern (Abbruch mit **[2nd] -> [ON]**) ...der GTR ist kein Hochleistungsrechner!



Abbildung 5.1: Y2 gibt die Funktion der Aufleitung an.

Wie kann ich mit einem im Grafik-Modus ermittelten Flächeninhalt weiter rechnen?

Manchmal lässt man sich über **Calc -> 7:|f(x)dx** einen Flächeninhalt berechnen, möchte diesen anschließend jedoch weiterverwenden. Dies geht ganz einfach, denn das Ergebnis wird automatisch in der Variablen **ans** gespeichert. Diese kann über **[2nd] -> [(-)] (ANS)** aufgerufen werden.

Fläche über Nullstellen hinweg ermitteln

Es folgt der wichtigste und bequemste Trick. Soll die Fläche ermittelt werden, die eine Funktion mit der x-Achse in einem bestimmten Intervall einschließt, so müsste von Hand jede Nullstelle ausgerechnet und herausgefunden werden, wo der Flächeninhalt positiv und wo er negativ ist (wegen orientiertem Flächeninhalt). Mit dem GTR kann man über solche Nullstellen hinweg integrieren, jedoch nur, wenn man weiß wie.

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 0,5x^3 - 2x$. Es soll die Fläche berechnet werden, die mit der x-Achse im Intervall $[-1; 2,5]$ eingeschlossen wird.

Integriert auf normalem Wege man mit dem GTR kommt ein falscher Flächeninhalt heraus (Abbildung 5.2).

Üblicherweise ermittelt man deshalb die Nullstellen und zählt die Flächeninhalte einzeln zusammen.

Wir machen folgendes: Die ganze Funktion wird in Betrag gesetzt.

Ihr findet den GTR-Befehl unter **[MATH] -> [Pfeil nach rechts] (NUM) -> 1:abs(**

Im „Y=-“ Fenster sollte dann folgendes stehen:

$$Y_1 = \text{abs}(0,5x^3 - 2x).$$

Integriert man nun, so stimmt das Ergebnis ohne, dass eine einzige Nullstelle berechnet werden musste.

Das Gleiche funktioniert auch, wenn man zwei Schaubilder schneidet. Hierbei muss normalerweise darauf geachtet werden, dass immer die kleinere von der größeren Funktion abgezogen wird. Schneiden sich die Funktionen im Intervall mehrmals, muss jeder Schnittpunkt genau berechnet werden.

Oder man macht es eben so (nun einmal nicht die grafische Methode, sondern mit Parametern):

Gegeben sind:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \text{ in } Y_1$$

$$g(x) = -0,5x^2 + 2x \text{ in } Y_2$$

Das Ergebnis kann in Abbildung 5.4 betrachtet werden (Intervall von 0 bis 3,5).

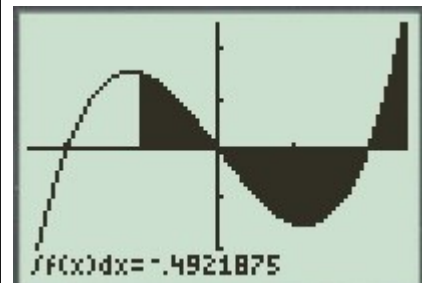


Abbildung 5.2: Das falsche Ergebnis, wenn man noch nie von orientiertem Flächeninhalt gehört hat.

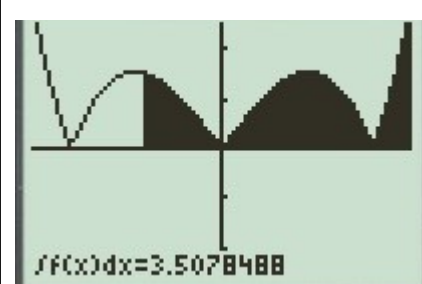


Abbildung 5.3: Die in Betrag gesetzte Funktion und der richtig berechnete Flächeninhalt.

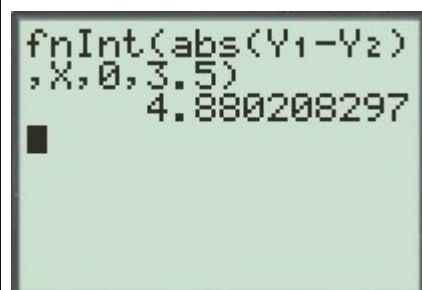


Abbildung 5.4: Flächeninhalt zwischen zwei Funktionen über Schnittstellen hinweg berechnet.

6 Lösen von linearen Gleichungssystemen

Beim Lösen von LGS kann der GTR eine große Hilfe sein. Der TR bietet die Möglichkeit, ein LGS in einer Matrix zu speichern und diese dann aufzulösen.

Eingeben des LGS in die Matrix:

Gegeben sind folgende Gleichungen:

$$2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 3$$

$$3x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 13$$

$$4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -1$$

Rufe über **[2nd] -> [x⁻¹] (MATRIX)** das Matrix-Menü auf. Wechsle mit der **[Pfeil nach rechts]**-Taste ins Register **EDIT** und wähle **1:[A]** aus.

In der ersten Zeile kann nun die Größe der Matrix bestimmt werden (Zeilen x Spalten). Wir haben in unserem Beispiel 3 Zeilen und 4 Spalten (x₁, x₂, x₃ und d).

Geben wir deshalb 3x4 in der ersten Zeile ein. Danach springt der Cursor automatisch in die Tabelle. In ihr kann mit den Pfeiltasten navigiert werden.

Wir übertragen das LGS in die Tabelle. Jede Zeile entspricht einer unserer Gleichungen. Wichtig ist, dass in der letzten Spalte d stehen muss, also der Wert, der sich isoliert auf der rechten Seite der Gleichung befindet.

Ist dies getan, suchen wir die Funktion zum Lösen des LGS. Verlasse die Tabelle mit **[2nd] -> [MODE] (QUIT)**. Drücke abermals **[2nd] -> [x⁻¹] (MATRIX)**, wechsle nun aber zum Register **MATH** und wähle die Funktion **B:rref(** aus.

Wie fast alle GTR-Funktionen verlangt auch rref einen Parameter, nämlich die Matrix, in der das LGS gespeichert ist. Wir rufen die Variable über **[2nd] -> [x⁻¹] (MATRIX) -> 1:[A] 3x4** ab.

Starte den Rechenvorgang mit **[ENTER]**.

Das Schwierigste folgt nun mit der Interpretation des Ergebnisses.

Die Ausgabe sieht so aus:

Ausgeschrieben würde das bedeuten:

$$1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 1$$

$$0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 1$$

$$0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 = 1$$

d.h.

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 1 \quad L = \{(1; 1; 1)\}$$

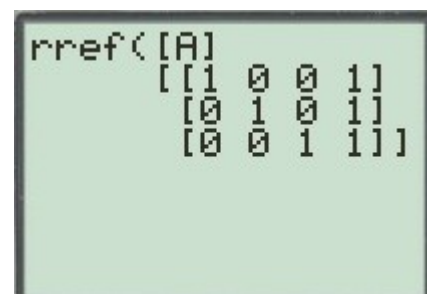


Abbildung 6.1: Das LGS besitzt genau eine konkrete Lösung.

Bei der Lösung eines LGS können drei verschiedene Fälle eintreten:

--> Es gibt eine konkrete Lösung

(siehe Abbildung 6.1)

In allen Spalten (ausgenommen der letzten) dürfen nur 0 und 1 vorkommen. In jeder Spalte muss genau eine 1 zu finden sein.

--> Unendlich viele Lösungen

In der letzten Zeile stehen nur Nullen (Abbildung 6.2).

```
rref([A])
[[1 0 1.5 2 ]
 [0 1 -.75 1.5]
 [0 0 0 0 ]]
```

Abbildung 6.2: Unendlich viele Lösungen

--> Keine Lösungen

Es wird in diesem Fall eine Ungleichung ausgegeben.

In unserem Beispiel steht in der letzten Zeile $0 * x_3 = 1$. Dies ist nicht möglich, deshalb hat das LGS keine Lösung (Abbildung 6.3).

```
rref([A])
[[1 0 0 0]
 [0 1 0 0]
 [0 0 1 0]
 [0 0 0 1]]
```

Abbildung 6.3: Dieses LGS besitzt keine Lösung.

Achtung: Das LGS in Abbildung 6.4 hat eine Lösung, obwohl in der letzten Zeile $0 = 0$ steht, denn wir haben es hier mit vier Gleichungen und drei Variablen zu tun. Die letzte Zeile stellt also nur ein Art Probe dar! Sie muss $0 = 0$ ergeben! Wichtig ist die vorletzte Zeile.

```
rref([A])
[[1 0 0 3]
 [0 1 0 5]
 [0 0 1 7]
 [0 0 0 0]]
```

Abbildung 6.4: Dieses LGS hat eine Lösung!

7 NEWTON-Verfahren mit GTR

Wie simuliere ich das NEWTON-Verfahren mit dem GTR?

Zuerst muss ein Startwert festgelegt werden.

Haben wir z.B. die Funktion $f(x) = x^3 + 2x - 5$, dann wählen wir den Startwert 2.

Es ist sinnvoll, $f(x)$ zu Beginn im „Y="-Fenster in einer der Gleichungsvariablen zu speichern. Wir tun dies in Y_1 .

Zum **Startwert**.

Verlasse das offene Menü und kehre in das normale Textfenster zurück.

Gib 2 in den GTR ein, drücke danach die Taste **[STO->]** (steht für store = speichern) und dann **[ALPHA] -> [LN] (S)**. Bestätige mit **[Enter]**. Der Wert 2 wurde in der Variablen S gespeichert.

Nun muss die **Iterationsvorschrift** in den GTR übertragen werden. Für den nächsten S-Wert gilt:

$$S(n+1) = S(n) - f(S(n)) / f'(S(n)).$$

Einziges Problem sollte die Ableitung darstellen. Sie kann über die Funktion **[MATH] -> 8:nDeriv(** berechnet werden. Als ersten Parameter braucht die GTR-Funktion einen Ausdruck - bei uns $f(x)$ -, als zweites die Angabe der Variablen, nach der abgeleitet werden soll und als letztes eine Stelle x_0 , an der die Steigung bestimmt werden soll.

Nun wird die komplette Vorschrift in den GTR eingegeben.

$f(S(n))$ entspricht $Y_1(S)$

$f'(S(n))$ entspricht $nDeriv(Y_1, X, S)$

Schließlich wird das berechnete Ergebnis wieder in S gespeichert (**[STO->]**).

Das ganze an einem Stück

S - Y₁(S) / nDeriv(Y₁, X, S) -> S

Wird **[ENTER]** gedrückt so, wird die erste Näherung berechnet (Abbildung 7.2).

Nun muss dieser Vorgang einige Male wiederholt werden, bis das Ergebnis relativ genau feststeht.

Mit **[2nd] -> [ENTER]** kann die letzte Eingabe erneut aufgerufen werden. Bestätige mit **[ENTER]** und der nächste Wert wird berechnet.

Bei unserem Beispiel genügt es, den Vorgang noch zwei weitere Male zu wiederholen, dann besitzen wir ein ausreichend genaues Ergebnis (1,328).



Abbildung 7.1: Startwert in der Variablen S speichern

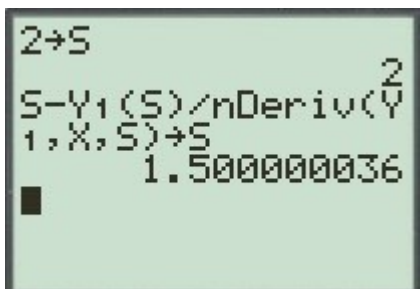


Abbildung 7.2: Ermitteln des ersten Wertes.

8 Schaubild mit Hilfe einer Wertetabelle zeichnen

Gegeben ist die Funktion f

$$f(x) = 2000 / (x+50)^2; x \neq -50$$

Ihr Schaubild sei K. Zeichnen Sie K.

Hierbei handelt es sich um eine typische Abituraufgabe, die ich stets mit einem großen Stöhnen beginne. Ich hasse es, Schaubilder zu zeichnen.

Deshalb habe ich mir mal überlegt, wie der GTR mich dabei unterstützen kann. Am praktischsten wäre ein Drucker, der das Bild des GTR direkt ausgibt, aber irgendwie kam noch niemand auf die Idee, dieses zu erfinden.

1. Funktion eingeben und zeichnen lassen

Wir geben zu Beginn die Funktion im „Y=-“-Fenster ein. Dann drücken wir **[ZOOM] -> 6:ZStandard**. So wird der Grafik-Bildschirm, in dem unsere Funktion gezeichnet wird, wieder in den Ausgangspunkt zurückgestellt (d.h. alle **WINDOW**-Werte werden zurückgesetzt). Die Grafik wird gezeichnet. Was wir nun sehen gefällt uns allerdings nicht, das kann wohl kaum die ganze Funktion sein.

2. Anpassen der Achsen

Wir müssen wohl an der Skalierung der Achsen etwas ändern. Es ist bekannt, dass die Funktion eine Polstelle für $x = -50$ besitzt. Gehen wir nun ins **[WINDOW]**-Menü. Dort wählen wir für $X_{min} = -100$ (kleinster angezeigter x-Wert) und $X_{max} = 100$ (größter angezeigter x-Wert) sowie für $X_{scl} = 10$ (Skalierung).

Das Ergebnis unter **[GRAPH]** sind nun annehmbar aus.

3. Zeichnen auf Papier

Wählen wir nun eine Skalierung auf dem Papier. 1cm entspricht 10 auf der x-Achse scheint eine gute Wahl zu sein. Da wir unser Schaubild in ein kartesisches Koordinatensystem zeichnen wollen übernehmen wir diese Skalierung auch für die x-Achse.

Auf der x-Achse wählen wir den Wertebereich von $-100 < x < 0$, auf der y-Achse von $0 < x < 80$.

Zeichne die Achsen.

4. Wertetabelle

Wir wollen nun die Funktion zeichnen, brauchen also Werte. Hierfür gibt es die Wertetabelle im GTR.

Zuvor jedoch sollten wir einige Einstellungen für unsere Wertetabelle treffen. Wähle über **[2nd] -> [WINDOW]** das **TABLE SETUP** aus.

Unsere Tabelle soll bei -100 beginnen und dann die Funktionswerte für alle x im Abstand von 10 ausgeben (dies entspricht unserer Skalierung $1\text{cm} = 10$).

Wir setzen deshalb für TblStart „-100“ und für ΔTbl „10“.



Abbildung 8.1: Änderung der Schrittweite und des Beginns der Wertetabelle

Rufe nun die Wertetabelle über **[2nd]->[GRAPH]** auf.
Die Werte müssen nun nur noch ins Schaubild übertragen werden.

Sollten es euch zu wenige Punkte sein, um das Schaubild zu ändern, kann im **TABLE SETUP** einfach Δ Tbl auf einen kleineren Wert gesetzt werden.

Tipp: Manchmal ist man gezwungen, eine etwas umständliche Skalierung zu verwenden. Wenn z.B. ein 1cm auf dem Blatt nur 5 x-Einheiten entspricht, dann beginnt die große Rechnerei. Wie viel Zentimeter muss ich jetzt nach oben gehen, damit ich den richtigen y-Wert eintrage? Das Problem kennt wahrscheinlich jeder.

Trick: Man teilt die ganze Funktion durch 5 (in unserem Beispiel für 1cm = 5 Einheiten (neue Funktion $f^*(x) = 400 / (x+50)^2$) und lässt sich von dieser Funktion die Wertetabelle ausgeben. Die y-Werte in der Tabelle sind nun die cm-Angaben, d.h. ihr braucht nur noch mit dem Geodreieck abmessen und nichts mehr rechnen.

Auch bei unserer oben verwendeten Skalierung (1cm = 10) hätten wir uns die cm-Werte direkt ausgeben lassen können. f^* wäre $f^*(x) = 2000 / (x+50)^2 / 10$.

9 Richtig zoomen

Über die Taste **[ZOOM]** gelangt man ins Zoom-Menü. Das weiß jeder. Was jedoch kaum einer weiß ist, was man damit alles anstellen kann.

1:ZBox

Sie erlaubt es, einen Kasten aufzuziehen, in den gezoomt werden soll. Nach Auswahl der Funktion wechselt der GTR in den Schaubild-Modus. Mit den Pfeiltasten kann der Cursor auf dem ganzen Bild bewegt werden. Durch Drücken der **[ENTER]**-Taste wird ein Punkt des Zoom-Rechtecks festgelegt. Bewegt man nun den Cursor weiter, so spannt sich ein Rechteck auf. Durch ein weiteres betätigen der **[ENTER]**-Taste wird auf das Rechteck gezoomt.

2:Zoom In und 3:Zoom Out

Der Name ist selbsterklärend. **Zoom In** zoomt hinein, **Zoom Out** heraus. Als Zentrum des Zooms wird die Cursorposition genommen, die mit den Pfeiltasten verschoben werden kann.

X	Y1
-100	.8
-90	1.25
-80	2.2222
-70	5
-60	20
-50	ERROR
-40	20

X = -100

Abbildung 8.2: Ausgabe in einer Wertetabelle

5:ZSquare

Meistens ist es so, dass x- und y-Achse nicht gleich skaliert sind. Dies hat zur Folge, dass zwei orthogonale Geraden nicht orthogonal angezeigt werden.

Vergleiche hierzu Abbildung 9.1 und Abbildung 9.2.

6:ZStandard

Setzt alle **WINDOW**-Werte auf einen Standard zurück. Dies sollte vor dem Zeichnen einer neuen Funktion aufgerufen werden.

9:ZoomStat

Wurde **STAT PLOT** aktiviert, d.h. werden statische Werte aus einer Liste im Schaubild angezeigt, so zoomt diese Funktion den Bildschirm so, dass alle Werte auf dem Bildschirm sichtbar sind.

0:ZoomFit

Meine Lieblingsfunktion, denn sie ist die Nützlichste von allen.

Ich will ihre Auswirkungen an einem Beispiel verdeutlichen:

Es sei die Funktion f mit

$$f(x) = -2000 / (x+50) + 60 \text{ für } 0 < x < 150$$

gegeben.

Wir geben die Funktion ein und lassen sie zeichnen. Ausgegeben wird nichts, da unser Bildschirm falsch eingestellt ist. Wir wechseln also in das **[WINDOW]**-Menü und geben $X_{\min} = 0$, $X_{\max} = 150$ und $X_{\text{scl}} = 10$ ein. Für diesen Definitionsbereich ist die Funktion ja gegeben.

Kehren wir zum Schaubild zurück wird abermals nichts angezeigt.

Jetzt kommt die Zoom-Funktion **[ZOOM] -> 0:ZoomFit** zum Einsatz.

Nach kurzer Rechenzeit wird das Fenster neu gezeichnet. Nun ist die Funktion drauf.

Was ist geschehen?

Y_{\min} , Y_{\max} und Y_{scl} wurden vom GTR automatisch so angepasst, dass die Funktion im Bereich von 0 bis 150 für jeden x-Wert zu sehen ist.

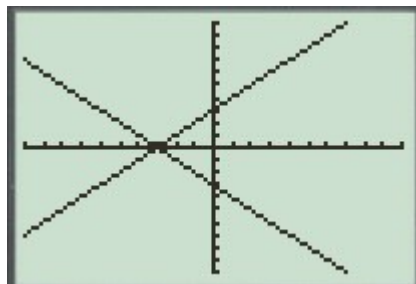


Abbildung 9.1: Ohne ZoomSquare

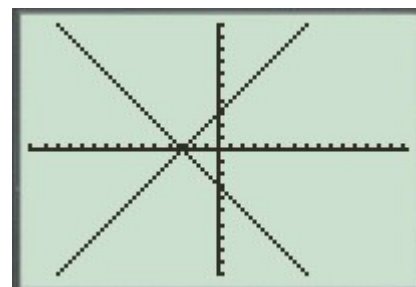


Abbildung 9.2: Mit ZoomSquare