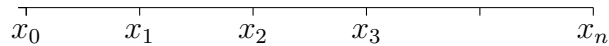


Differenzenverfahren

$$-y'' + 6y' = 2, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0, \quad \text{Intervall } [0, 1]$$

Gesucht ist eine Funktion $u(x)$, die die DGL und die Randbedingungen erfüllt.



Das Intervall wird in n äquidistante Teilintervalle unterteilt mit:

$$x_i = ih, \quad h = \frac{1}{5}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 5 \quad (\text{hier } n = 5)$$

Für die Ableitungen werden die Näherungen verwendet (trotzdem =):

$$u' = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

$$u'' = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2} = \frac{\frac{u(x+h) - u(x)}{h} - \frac{u(x) - u(x-h)}{h}}{h}$$

Damit erhalten wir eine diskrete Version des Problems

$$-\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + 6\frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} = 2, \quad i = 1, 2, \dots, 4$$

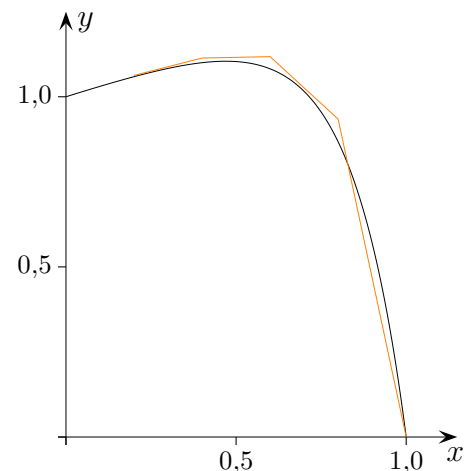
zusammengefasst ergibt das

$$cu_{i-1} + du_i + eu_{i+1} = f_i$$

mit $c = -40, \quad d = 50, \quad e = -10$

Insgesamt erhalten wir ein lineares Gleichungssystem der Ordnung 6:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ c & d & e & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & c & d & e & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Startseite

Finite-Elemente-Methode (FEM)