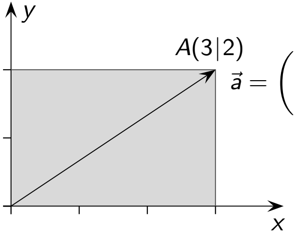
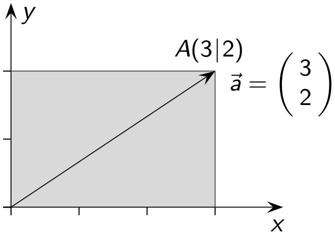
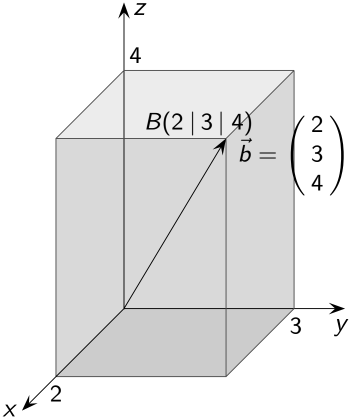
Vektoren

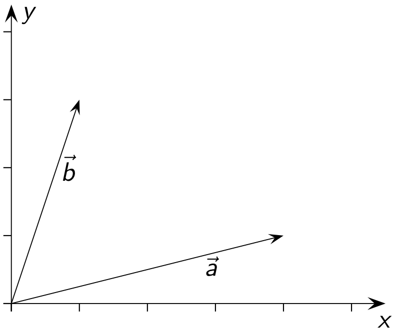
groolfs.de



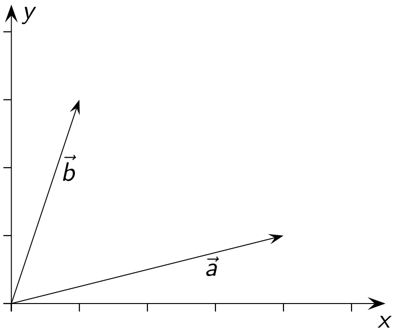
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$


y
A(3|2)
$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
x

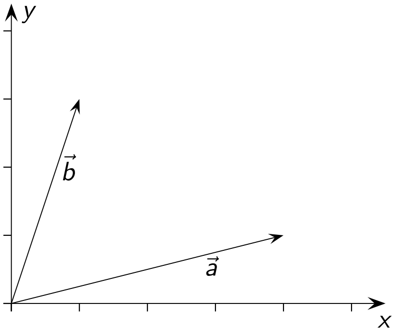

z
4
B(2 | 3 | 4)
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
3
y
2
x



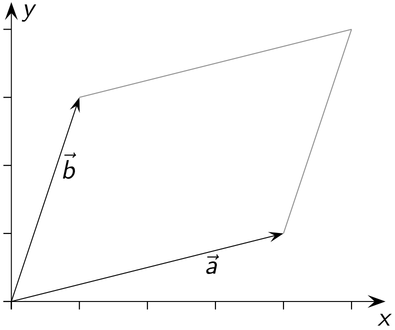
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} =$$



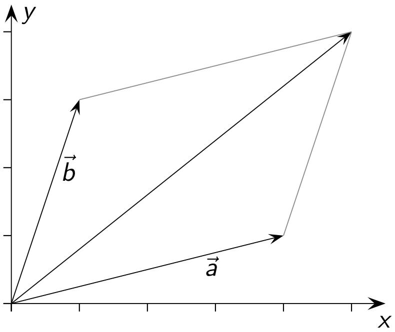
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+1 \\ 1+3 \end{pmatrix} =$$



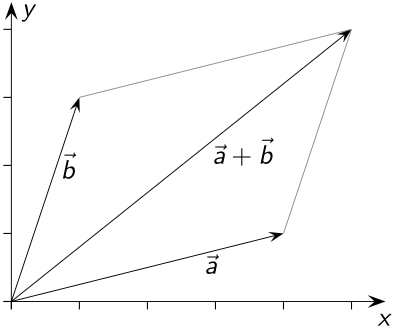
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$



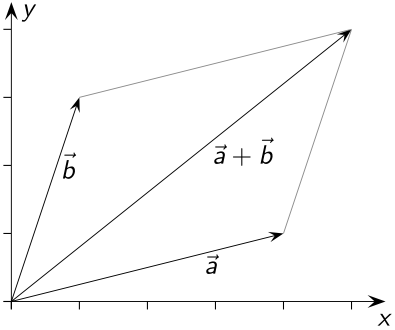
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+1 \\ 1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

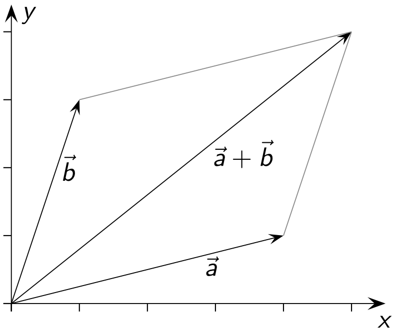


$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$



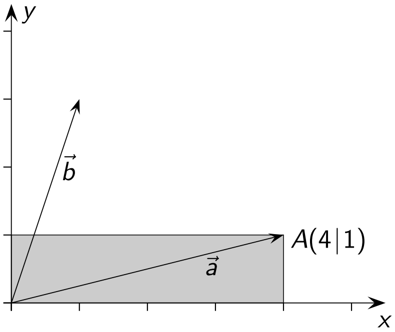
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

Bei der Addition erhalten wir die Eckpunkte eines

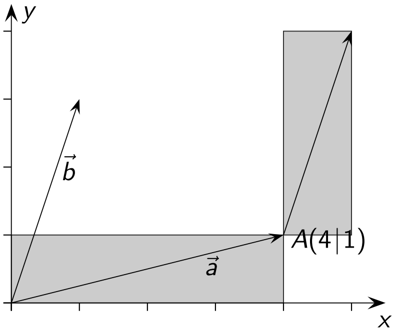


$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

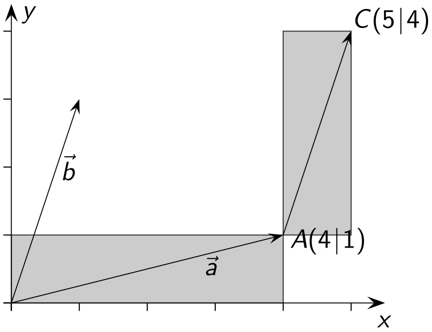
Bei der Addition erhalten wir die Eckpunkte eines Parallelogramms.



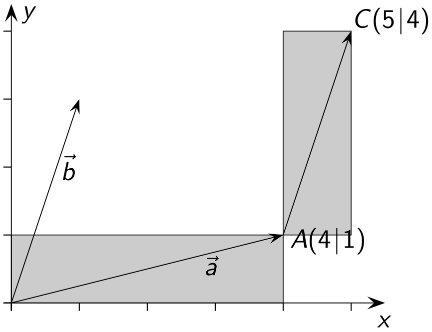
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {\color{blue}1} \\ {\color{blue}3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + {\color{blue}1} \\ 1 + {\color{blue}3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$



$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \color{blue}{1} \\ \color{blue}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + \color{blue}{1} \\ 1 + \color{blue}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

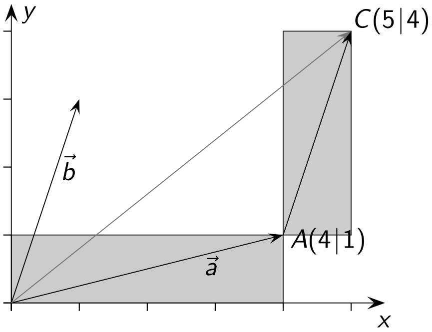


$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \color{blue}{1} \\ \color{blue}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + \color{blue}{1} \\ 1 + \color{blue}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$



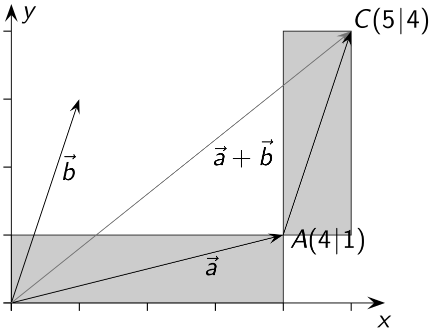
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1\\1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

Der angehängte Pfeil verdeutlicht,



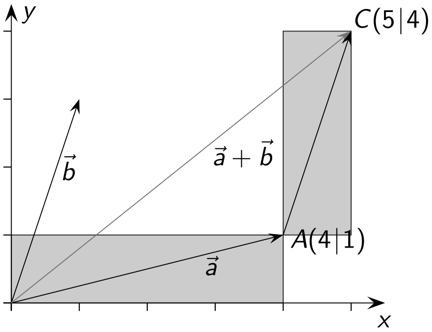
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\color{blue}{1}\\\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+\color{blue}{1}\\1+\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

Der angehängte Pfeil verdeutlicht, dass bei der Addition von einem Vektor ausgegangen werden kann



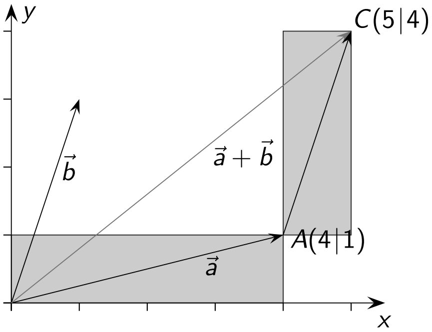
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\color{blue}{1}\\\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+\color{blue}{1}\\1+\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

Der angehängte Pfeil verdeutlicht, dass bei der Addition von einem Vektor ausgegangen werden kann und der andere Vektor



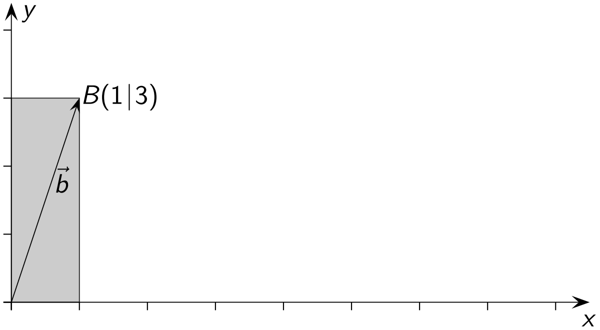
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\color{blue}{1}\\\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+\color{blue}{1}\\1+\color{blue}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

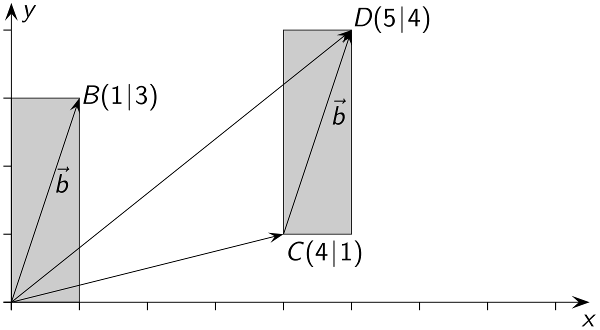
Der angehängte Pfeil verdeutlicht, dass bei der Addition von einem Vektor ausgegangen werden kann und der andere Vektor die Koordinatenänderungen angibt,



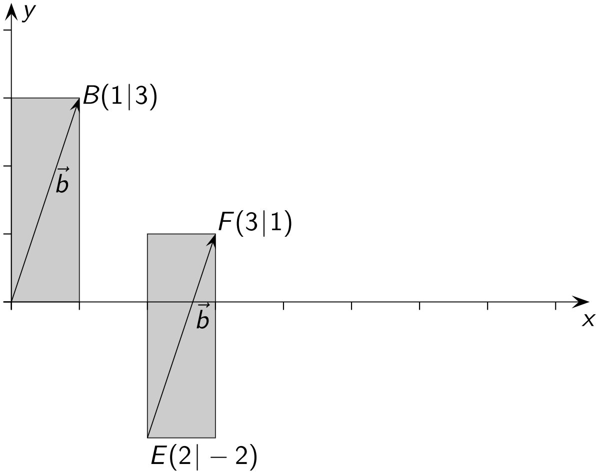
$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\color{blue}1\\\color{blue}3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+\color{blue}1\\1+\color{blue}3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$$

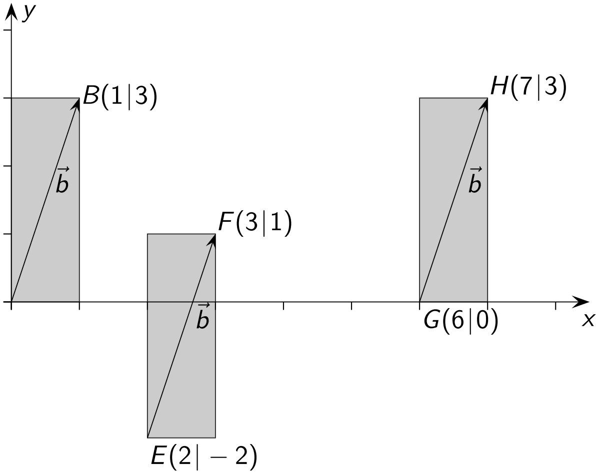
Der angehängte Pfeil verdeutlicht, dass bei der Addition von einem Vektor ausgegangen werden kann und der andere Vektor die Koordinatenänderungen angibt, um von A nach C zu gelangen.

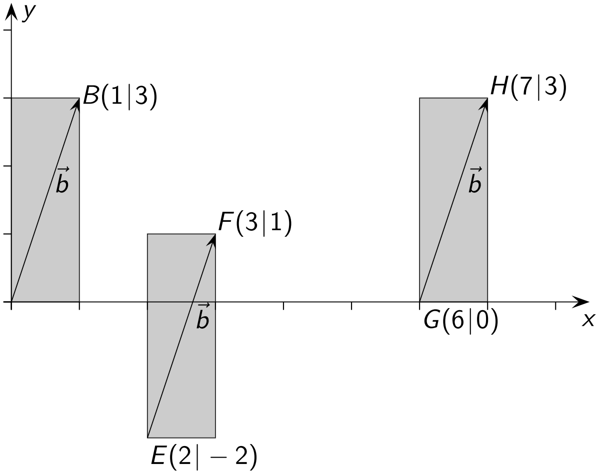

y
B(1|3)
$\vec{b}$
x



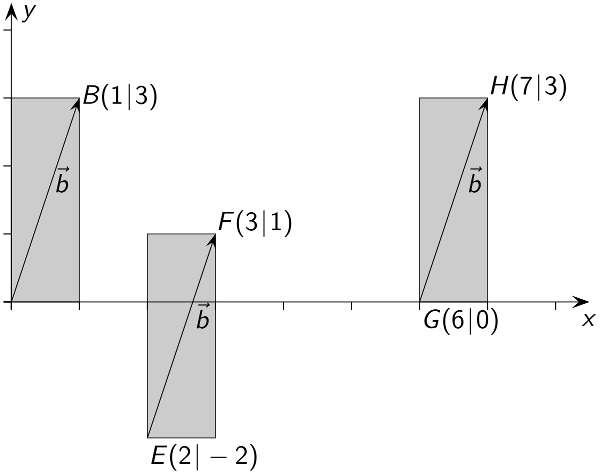
y
D(5|4)
B(1|3)
$\vec{b}$
$\vec{b}$
C(4|1)
x


y
B(1|3)
$\vec{b}$
F(3|1)
$\vec{b}$
x
E(2| − 2)

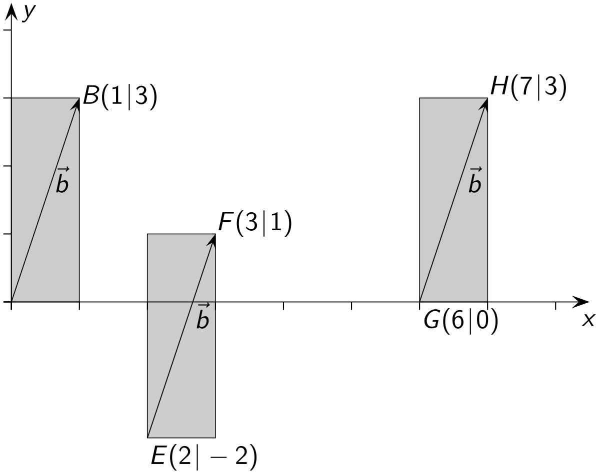

y
B(1|3)
H(7|3)
b
b
F(3|1)
b
G(6|0)
x
E(2| − 2)



Zu $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ gehört als Ortsvektor der Endpunkt

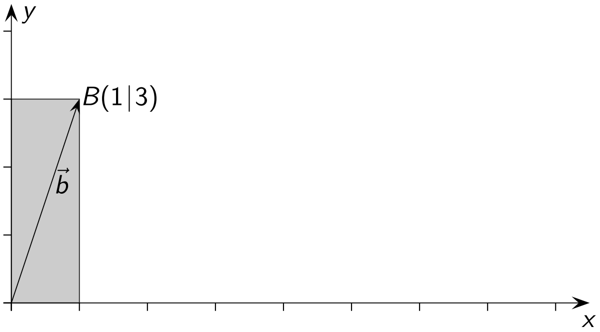


Zu $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ gehört als Ortsvektor der Endpunkt $B(1|3)$.



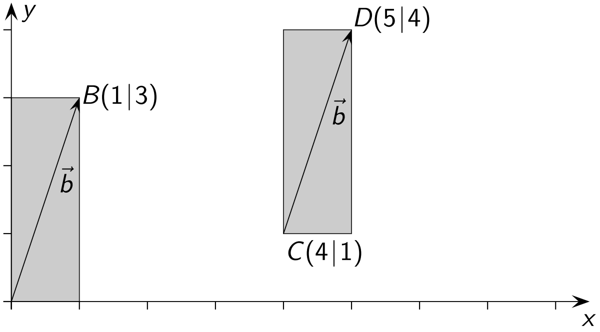
Zu $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ gehört als Ortsvektor der Endpunkt $B(1|3)$.

Gleichzeitig ist mit $\vec{b}$ eine Richtung gegeben, die durch jeweils 2 Punkte festgelegt ist.



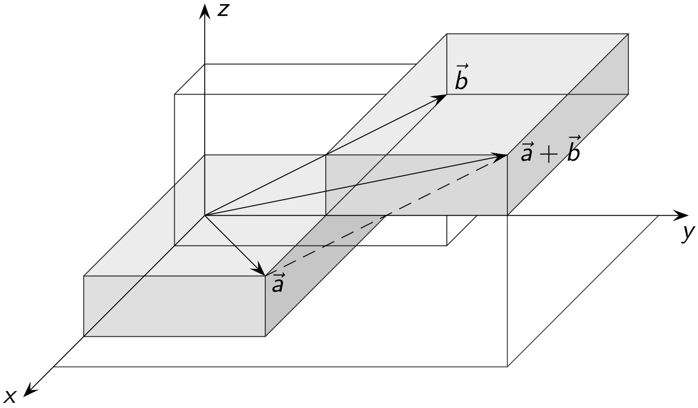
Welcher Aspekt (Punkt- oder Richtungsangabe) gemeint ist, geht aus der Anwendung hervor.
Der Aspekt kann durch die Schreibweise hervorgehoben werden, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ als Ortsvektor

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

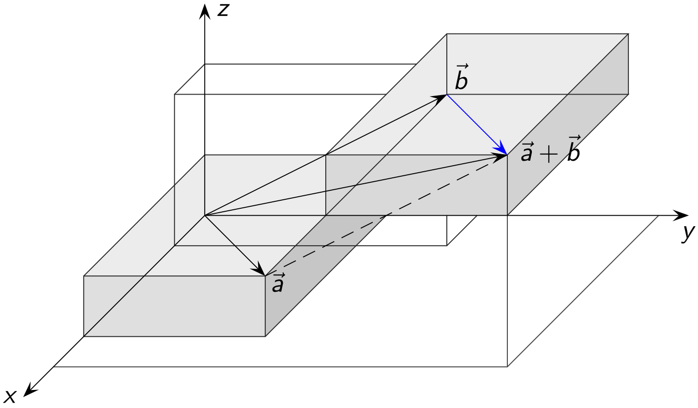


oder als Richtungs- oder Verbindungsvektor: $\vec{b} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

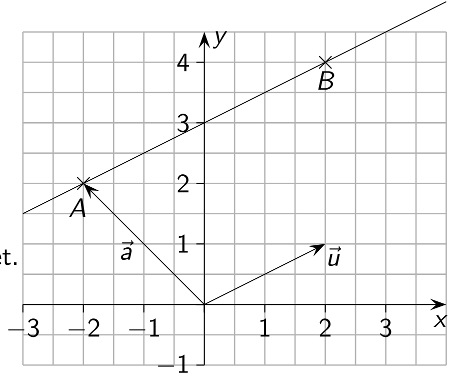


z
$\vec{b}$
$\vec{a}+\vec{b}$
y
$\vec{a}$
x



z
$\vec{b}$
$\vec{a} + \vec{b}$
y
$\vec{a}$
x

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(-2 \mid 2)$ und $B(2 \mid 4)$.
Wie lautet die vektorielle Geradengleichung?



Der Verlauf der Geraden kann durch den

Stützvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, der zum Punkt A führt,

und den Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ festgelegt werden.

Als Richtungsvektor wäre auch ein Vielfaches von $\vec{u}$ geeignet.
Jeder Vektor, der zu einem Geradenpunkt führt,
kann als Stützvektor dienen.

Wie erhalten wir nun mit $\vec{a}$ und $\vec{u}$ die Gesamtheit aller Vektoren, die zu Punkten auf der Geraden führen?

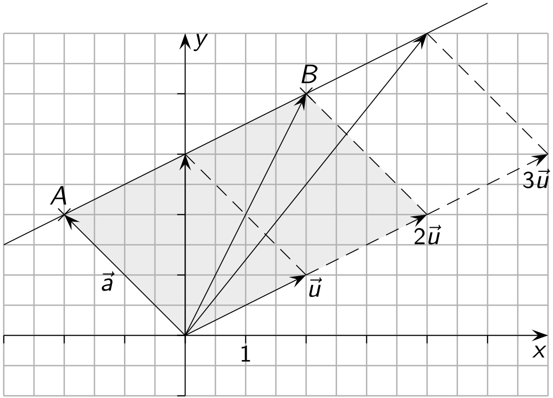
Auf je einen Punkt der Geraden weisen die Vektoren:

$$\vec{a}+\vec{u} = \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}+2\,\vec{u} = \begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}+3\,\vec{u} = \begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}+\lambda\vec{u} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$



Die *Geradengleichung* lautet daher: $\vec{x}=\vec{a}+\lambda\vec{u}$ und für unser Beispiel: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

Für jeden λ-Wert ergibt sich ein Vektor $\vec{x}$, der zu einem Punkt auf der Geraden führt.

Der besseren Anschauung halber verschieben wir den Richtungspfeil parallel, so dass sein Anfangspunkt mit dem Endpunkt von $\vec{a}$ zusammenfällt.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Für jeden λ-Wert ergibt sich ein Vektor $\vec{x}$, der zu einem Punkt P auf der Geraden führt, $P(-2 + 2\lambda \mid 2 + \lambda),\ \lambda \in \mathbb{R}$.