Geradenschar

1. Gegeben ist eine Geradenschar

$$g_a\colon \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1-a \\ a+3 \\ a-2 \end{pmatrix}, \qquad a \in \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$$

   a) Untersuche, ob es jeweils ein a gibt, so dass $P(14\,|\,-20\,|\,-6)$ und $Q(4\,|\,18\,|\,-3)$ auf g_a liegen.

   b) Begründe, dass die Geraden g_a in einer Ebene liegen und gibt die Koordinatenform der Ebene an.

2. Gegeben ist eine Geradenschar

$$h_a\colon \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2-a \\ a+1 \\ a-1 \end{pmatrix}$$

   a) Untersuche, ob die Koordinatenachsen geschnitten werden.

   b) Begründe, dass die Geraden h_a in einer Ebene liegen und gibt die Koordinatenform der Ebene an.

3. Für $a \in \mathbb{R}^+$ ist die Gerade g_a: $\overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -10a \\ 2/a \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ gegeben.

   Zeige, dass für einen bestimmten Wert von a die Gerade g_a in der Ebene T: $5x + 4y + 5z = 30$ liegt. (Bayern 2019)

Geradenschar

1. Gegeben ist eine Geradenschar

$$g_a\colon \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1-a \\ a+3 \\ a-2 \end{pmatrix}, \qquad a \in \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$$

   a) Untersuche, ob es jeweils ein a gibt, so dass $P(14 \mid -20 \mid -6)$ und $Q(4 \mid 18 \mid -3)$ auf g_a liegen.

   $P \in g_5,\ a = 5,\ \lambda = -3$

   $Q \notin g_a\ \ (a = \frac{1}{2},\ \lambda = 4)$

   b) Begründe, dass die Geraden g_a in einer Ebene liegen und gibt die Koordinatenform der Ebene an.

   $5x + y + 4z = 26$

2. Gegeben ist eine Geradenschar

$$h_a\colon \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2-a \\ a+1 \\ a-1 \end{pmatrix}$$

   a) Untersuche, ob die Koordinatenachsen geschnitten werden.

   S_x existiert nicht

   $S_y(0 \mid -6 \mid 0),\ a = \frac{5}{3},\ \lambda = -3)$

   $S_z(0 \mid 0 \mid 2),\ a = 1,\ \lambda = -1)$

   b) Begründe, dass die Geraden h_a in einer Ebene liegen und gibt die Koordinatenform der Ebene an.

   $2x - y + 3z = 6$

3. Für $a \in \mathbb{R}^+$ ist die Gerade $g_a\colon\ \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -10a \\ 2/a \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ gegeben.

   Zeige, dass für einen bestimmten Wert von a die Gerade g_a in der Ebene $T\colon\ 5x + 4y + 5z = 30$ liegt. (Bayern 2019)

   Nachweis $g_a \subset T$ mit Schnitt unabhängig von λ

   $g_a \cap T\colon\quad 5 \cdot 2{,}5 + 4 \cdot (-10\lambda a) + 5 \cdot (3{,}5 + 2\lambda/a) = 0$

   $\Longrightarrow\quad 4a^2 = 1,\ a = 1/2,\ \text{da } a \in \mathbb{R}^+$

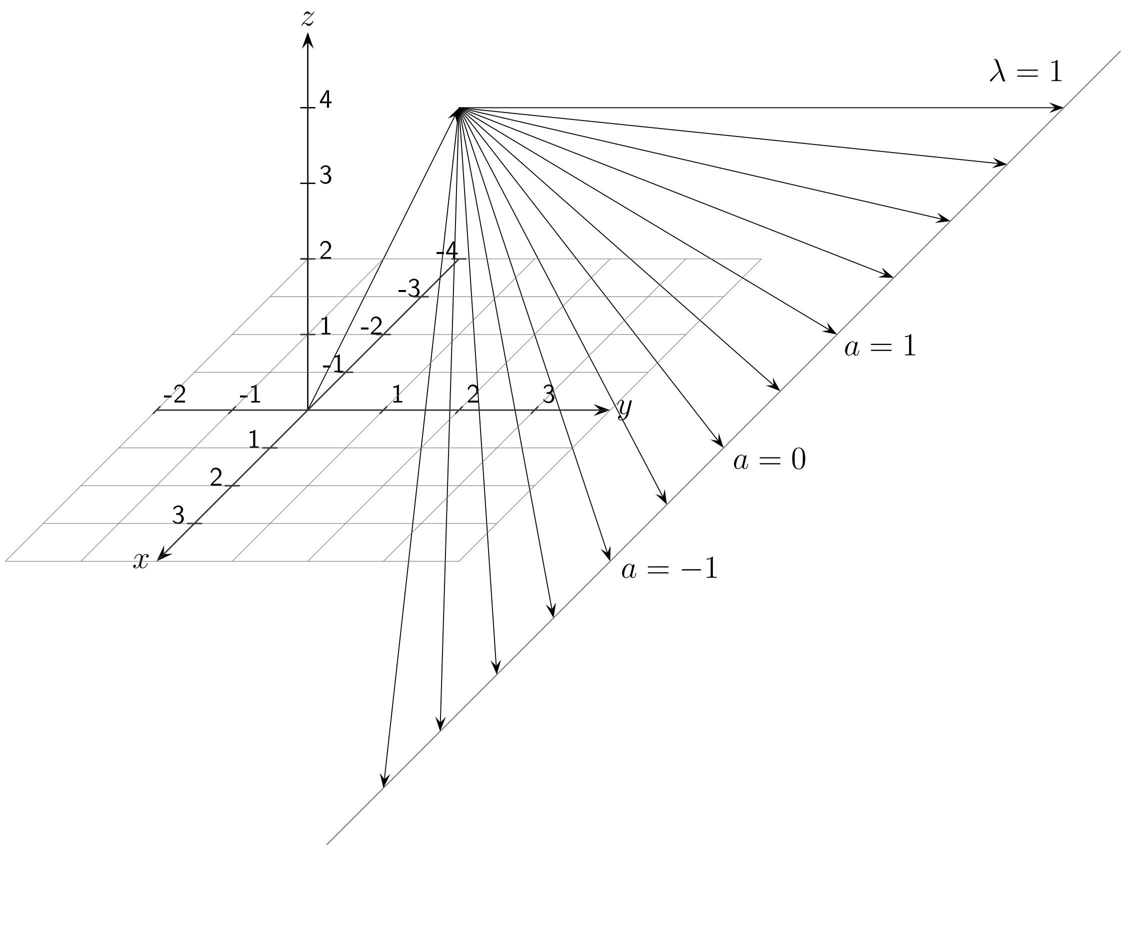
   oder Nachweis $g_a \subset T$ mit Hilfe $\vec{u} \perp \vec{n}$ und $A(2{,}5 \mid 0 \mid 3{,}5) \in T$

   $g_{1/2}$ liegt somit in der Ebene T.

Geradenschar

$$g_a\colon \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1-a \\ a+4 \\ a-4 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Begründe, dass die Richtungsvektoren der Geradenschar als Ortsvektoren eine Gerade beschreiben.
(Nun sollte es möglich sein, sich die Geradenschar zu veranschaulichen.)



$$\begin{pmatrix} 1-a \\ a+4 \\ a-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$