

1. Glücksrad mehrere Aufgaben
2. Glücksräder
3. Fortbildungskurs
4. Aufgabe Saarland 2002
5. ohne GTR
6. ohne GTR Formel Normalverteilung
7. Teilchen-Aufgabe
8. Maximum-Aufgabe
9. Glücksrad BW Abitur 2014 berufl. Gymn.
10. Glücksrad BW Abitur 2012 berufl. Gymn.
11. Glücksrad Spielfeld
12. Glücksrad mit 3 Sektoren
13. Glücksrad Nr. 9

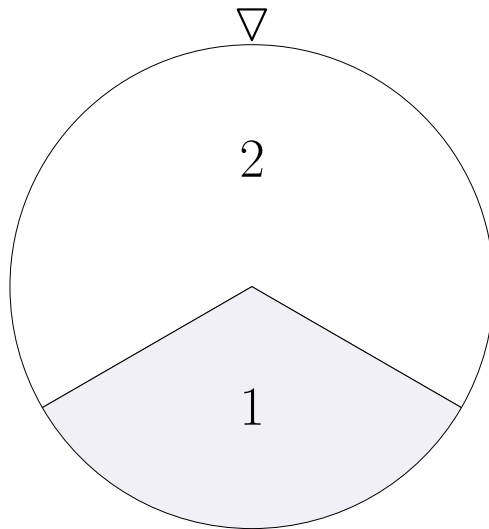
Differenzial- und Integralrechnung

Vektorrechnung

Stochastik

Startseite

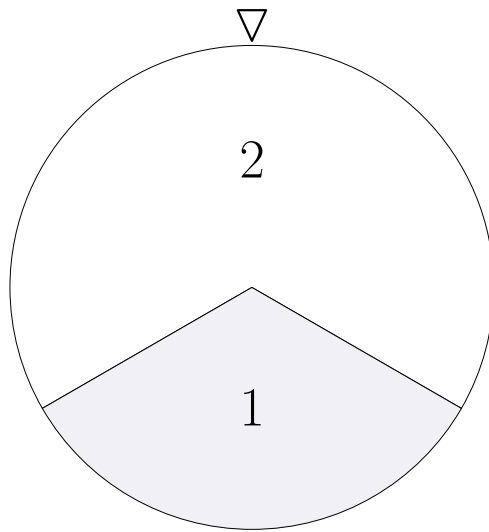
## ↑ Glücksrad-Aufgabe



Das Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 1 (Winkel  $120^\circ$ ) und 2 eingeteilt.

- Das Glücksrad wird dreimal gedreht.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:  
*A*: Die Zahl 1 tritt genau zweimal auf.  
*B*: Es ergibt sich dreimal dieselbe Zahl.  
*C*: Die Summe der Zahlen ist 5.
- Das Glücksrad wird so oft gedreht, bis die Summe der Zahlen mindestens 4 beträgt.  
Wie oft muss man im Mittel drehen?
- Wie oft muss das Glücksrad mindestens gedreht werden, damit mit 99%iger Sicherheit mindestens einmal eine 1 erscheint.
- Das Glücksrad wird 1000mal gedreht. Hierbei erscheint die 1 388mal.  
Beurteilen Sie dieses Ergebnis.
- Bei einem Glücksspiel wird das Glücksrad zweimal gedreht. Erscheint dabei zweimal die Zahl 1, so erhält man 2€, erscheint zweimal die Zahl 2, so erhält man 1€. Der Einsatz pro Spiel beträgt 1€. Wie hoch ist der Erwartungswert für den Gewinn?  
Damit das Spiel fair ist, sollen die Sektoren neu eingeteilt werden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit  $p$  muss dazu die Zahl 2 erscheinen?

## ↑ Glücksrad-Aufgabe

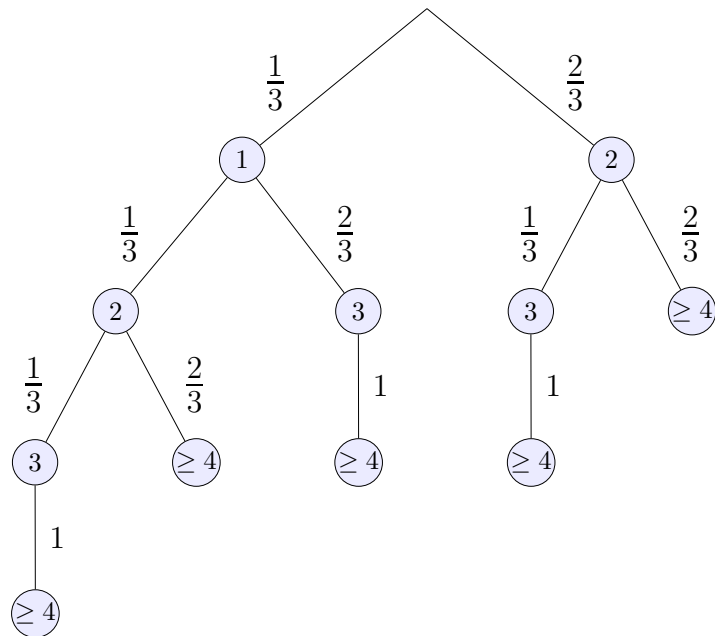


Das Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 1 (Winkel  $120^\circ$ ) und 2 eingeteilt.

- a) Das Glücksrad wird dreimal gedreht.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:
- A*: Die Zahl 1 tritt genau zweimal auf.
- B*: Es ergibt sich dreimal dieselbe Zahl.
- C*: Die Summe der Zahlen ist 5.

$\frac{2}{9}$   
 $\frac{1}{3}$   
 $\frac{4}{9}$

- b) Das Glücksrad wird so oft gedreht, bis die Summe der Zahlen mindestens 4 beträgt. Wie oft muss man im Mittel drehen?



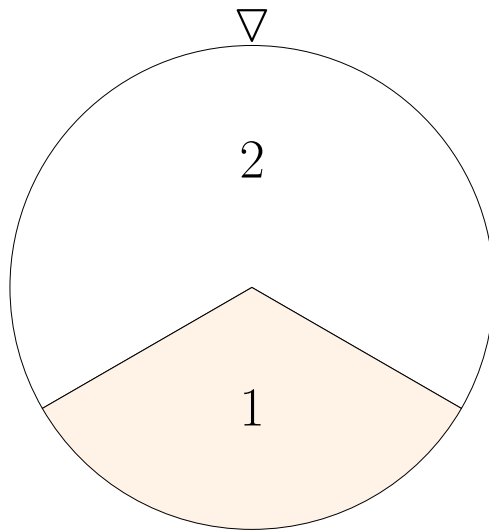
$$P(2) = \frac{4}{9}, P(3) = \frac{14}{27}, P(4) = \frac{1}{27}, E = \frac{70}{27} = 2,59$$

- c) Wie oft muss das Glücksrad mindestens gedreht werden, damit mit 99%iger Sicherheit mindestens einmal eine 1 erscheint.  $n = 12$
- d) Das Glücksrad wird 1000mal gedreht. Hierbei erscheint die 1 388mal. Beurteilen Sie dieses Ergebnis.  $[0,3578; 0,4182], \alpha = 95\%$
- e) Bei einem Glücksspiel wird das Glücksrad zweimal gedreht. Erscheint dabei zweimal die Zahl 1, so erhält man 2€, erscheint zweimal die Zahl 2, so erhält man 1€. Der Einsatz pro Spiel beträgt 1€. Wie hoch ist der Erwartungswert für den Gewinn? Damit das Spiel fair ist, sollen die Sektoren neu eingeteilt werden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit  $p$  muss dazu die Zahl 2 erscheinen?

$$E = -\frac{1}{3} (\text{€})$$

$$3p^2 - 4p + 1 = 0, p_1 = \frac{1}{3}, (p_2 = 1)$$

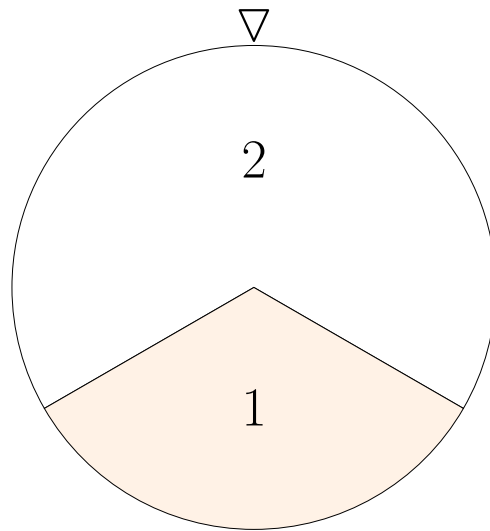
## ↑ Glücksrad



Das Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 1 (Winkel  $120^\circ$ ) und 2 eingeteilt.

- a) Das Glücksrad wird 12mal gedreht.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:  
A: Die Zahl 1 tritt genau 6mal auf.  
B: Bei den ersten 6 Drehungen tritt die Zahl 1 genau 3mal auf, insgesamt 6mal.  
C: Bei den ersten 6 Drehungen tritt keine 1 auf.
- b) Das Glücksrad wird 120mal gedreht.  $X$  sei die Anzahl der auftretenden Einsen.  
Welche relativen Häufigkeiten  $\frac{X}{120}$  sind mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% (99%) zu erwarten?
- c) Das Glücksrad wird 12000mal gedreht.  $Y$  sei die Anzahl der auftretenden Einsen.  
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(3900 \leq Y \leq 4100)$ .  
Für welches  $a$  gilt  $P(a \leq Y) = 0,1\%$ ?

## ↑ Glücksrad



Das Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 1 (Winkel  $120^\circ$ ) und 2 eingeteilt.

a) Das Glücksrad wird 12mal gedreht.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:

- |                                                                                |       |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|
| A: Die Zahl 1 tritt genau 6mal auf.                                            | 11,1% |
| B: Bei den ersten 6 Drehungen tritt die Zahl 1 genau 3mal auf, insgesamt 6mal. | 4,8%  |
| C: Bei den ersten 6 Drehungen tritt keine 1 auf.                               | 8,8%  |

b) Das Glücksrad wird 120mal gedreht.  $X$  sei die Anzahl der auftretenden Einsen.

Welche relativen Häufigkeiten  $\frac{X}{120}$  sind mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von

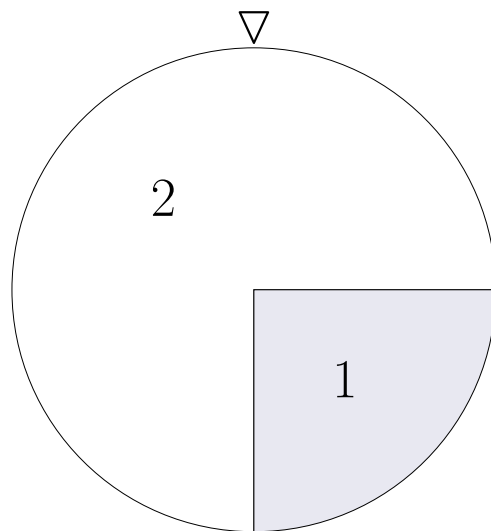
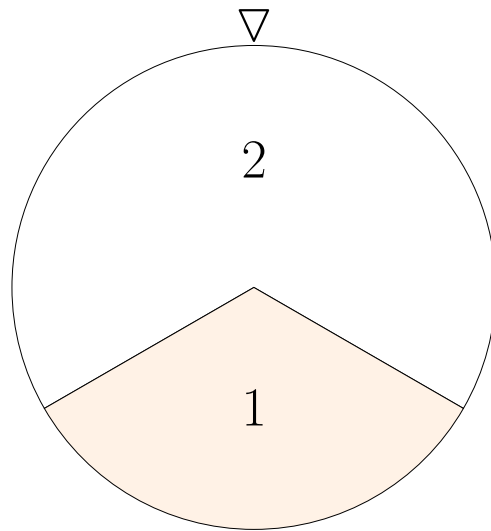
95% ( 99%) zu erwarten?  $[\frac{1}{4}, \frac{5}{12}]$  ( $[\frac{27}{120}, \frac{53}{120}]$ )

c) Das Glücksrad wird 12000mal gedreht.  $Y$  sei die Anzahl der auftretenden Einsen.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(3900 \leq Y \leq 4100)$ . 94,7%

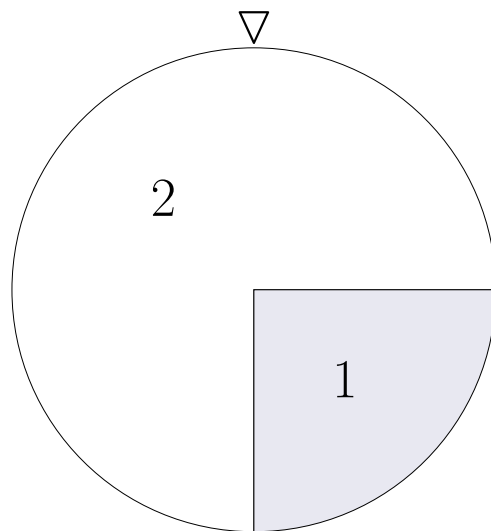
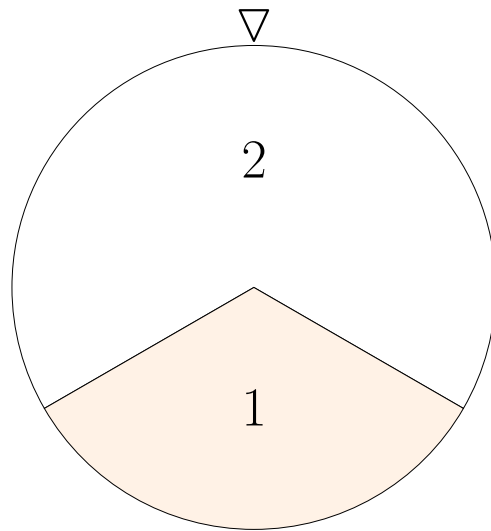
Für welches  $a$  gilt  $P(a \leq Y) = 0,1\%$ ?  $a = 4160$

## ↑ Glücksräder



Eines der beiden Glücksräder wird zufällig (verdeckt) ausgewählt und 120mal gedreht. Die Zahl 1 tritt dabei 32mal auf. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde das 2. Glücksrad gewählt?

## ↑ Glücksräder



Eines der beiden Glücksräder wird zufällig (verdeckt) ausgewählt und 120mal gedreht. Die Zahl 1 tritt dabei 32mal auf. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde das 2. Glücksrad gewählt?

76,1%



## ↑ Fortbildungskurs

Ein dreitägiger Fortbildungskurs kostet 300 €. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs an einem Tag nicht stattfinden kann, beträgt unabhängig von den übrigen Tagen jeweils 10%. Für jeden ausgefallenen Tag werden 100 € erstattet.

Welchen Gewinn macht das Fortbildungsinstitut im Schnitt pro Teilnehmer?

Welche Rückerstattung müsste das Fortbildungsinstitut für jeden ausgefallenen Tag zahlen, damit der durchschnittliche Gewinn pro Teilnehmer 280 € (290 €) betragen würde?

## ↑ Fortbildungskurs

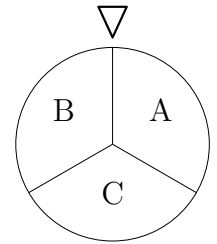
Ein dreitägiger Fortbildungskurs kostet 300 €. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs an einem Tag nicht stattfinden kann, beträgt unabhängig von den übrigen Tagen jeweils 10%. Für jeden ausgefallenen Tag werden 100 € erstattet.

Welchen Gewinn macht das Fortbildungsinstitut im Schnitt pro Teilnehmer? 270 €

Welche Rückerstattung müsste das Fortbildungsinstitut für jeden ausgefallenen Tag zahlen, damit der durchschnittliche Gewinn pro Teilnehmer 280 € (290 €) betragen würde?  
66,67 € (33,33 €)

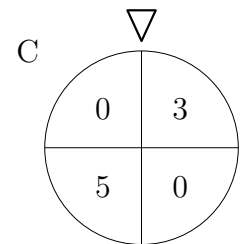
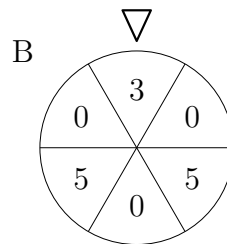
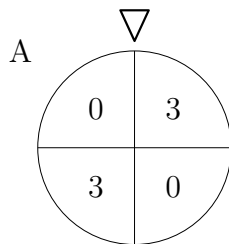
↑ Saarland 2002 (abgeändert)

Bei einem Vereinsfest bietet der Veranstalter folgendes Glücksspiel an, das aus zwei Schritten besteht.



Erster Schritt: Der Spieler dreht das so genannte „Einstiegsrad“, das in die drei Sektoren A, B und C eingeteilt ist.

Zweiter Schritt: Der Spieler dreht das durch den ersten Schritt festgelegte „Glücksrad“ A, B oder C.

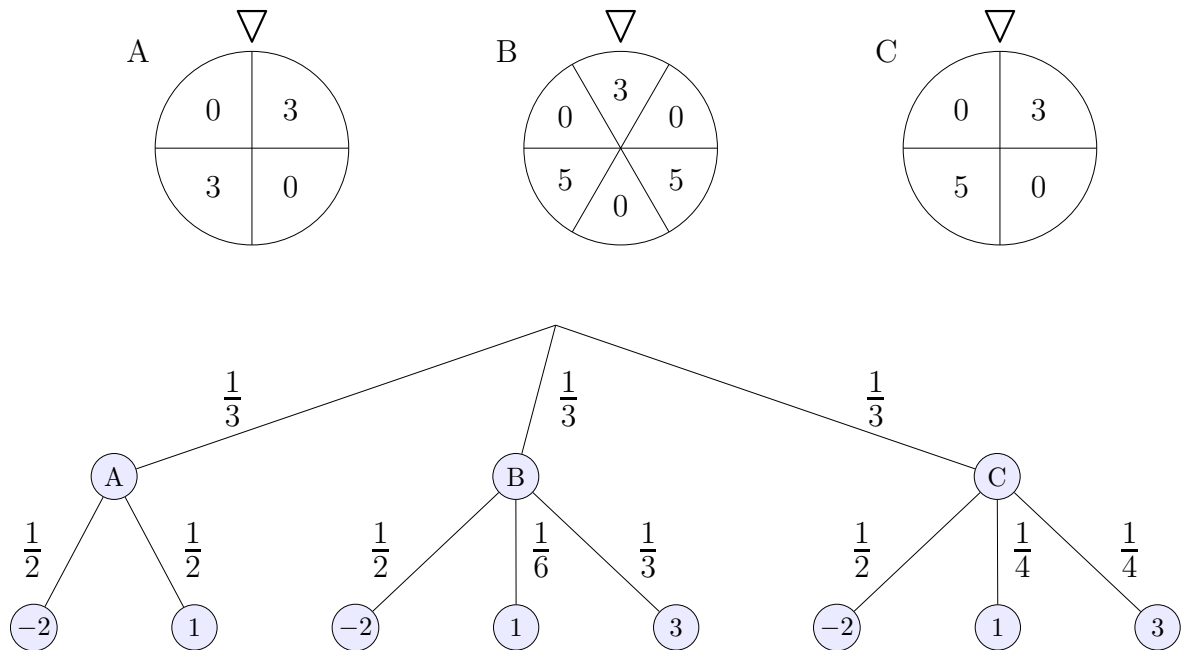


Der Einsatz beträgt 2€ pro Spiel. Der Spieler erhält den vom Glücksrad angezeigten Wert in Euro ausgezahlt. Sein Gewinn berechnet sich demnach als Differenz von der Auszahlung und Einsatz. Die Zufallsgröße  $X$  beschreibe diesen Gewinn.

- Beschreiben Sie das Spiel durch ein Baumdiagramm, und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, bei einem Spiel 3€ zu gewinnen.
- Ein Spieler verliert bei einem Spiel seinen Einsatz. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er Glücksrad C gedreht?
- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$  und berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$ .  
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Spieldurchgang 3€ zu gewinnen, beträgt  $\frac{7}{36}$ .
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler bei 10 Spielen genau zweimal 3€ gewinnt.
- Wie oft müsste man mindestens spielen, um mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens einmal 3€ zu gewinnen?
- Jemand spielt 100mal. Schätzen Sie ab, in welchem Intervall mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit die Anzahl der Spiele liegt, bei denen man 3€ gewinnt.
- Das Einstiegsrad wird so umgestaltet, dass das Spiel bei unverändertem Einsatz fair wird, d.h.  $E(X) = 0$ . Die Wahrscheinlichkeit  $P_A$  dafür, dass im zweiten Schritt Glücksrad A gedreht wird, beträgt nunmehr nur noch  $\frac{1}{8}$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P_B$  bzw.  $P_C$  dafür, dass im zweiten Schritt Glücksrad B bzw. Glücksrad C zum Zuge kommt.

↑

© Rooffs



- a) Beschreiben Sie das Spiel durch ein Baumdiagramm, und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, bei einem Spiel 3€ zu gewinnen. Einsatz beachten  $\frac{7}{36}$
- b) Ein Spieler verliert bei einem Spiel seinen Einsatz. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er Glücksrad C gedreht? auch ohne Rechnung  $\frac{1}{3}$
- c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$  und berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$ .

$k$	-2	1	3	$E(x) = -\frac{1}{9}$
$P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{7}{36}$	

Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Spieldurchgang 3€ zu gewinnen, beträgt  $\frac{7}{36}$ .

- d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler bei 10 Spielen genau zweimal 3€ gewinnt. 30,2%
- e) Wie oft müsste man mindestens spielen, um mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens einmal 3€ zu gewinnen?  $n = 14$
- f) Jemand spielt 100mal. Schätzen Sie ab, in welchem Intervall mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit die Anzahl der Spiele liegt, bei denen man 3€ gewinnt. [13; 26]
- g) Das Einstiegsrad wird so umgestaltet, dass das Spiel bei unverändertem Einsatz fair wird, d.h.  $E(X) = 0$ . Die Wahrscheinlichkeit  $P_A$  dafür, dass im zweiten Schritt Glücksrad A gedreht wird, beträgt nunmehr nur noch  $\frac{1}{8}$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P_B$  bzw.  $P_C$  dafür, dass im zweiten Schritt Glücksrad B bzw. Glücksrad C zum Zuge kommt.

$k$	-2	1	3
$P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{32} - P_B$	$P_B + \frac{7}{32}$

$$P_C = 1 - P_A - P_B = \frac{7}{8} - P_B, \quad P_B = \frac{3}{8}, \quad P_C = \frac{1}{2}$$

↑

↑ ohne GTR

Ein Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 0 und 1 eingeteilt.

Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einmal die Null auftritt, beträgt 0,84. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei den zwei Drehungen genau einmal die Eins erscheint.

## ↑ ohne GTR

Ein Glücksrad ist in 2 Sektoren mit den Zahlen 0 und 1 eingeteilt.

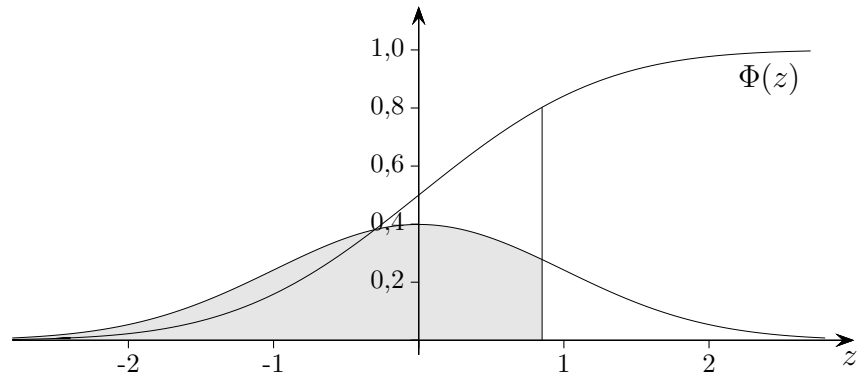
Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einmal die Null auftritt, beträgt 0,84. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei den zwei Drehungen genau einmal die Eins erscheint.

$$P(11) = 1 - 0,84 = 0,16 = p^2$$

$$p = \sqrt{0,16} = 0,4$$

$$P(\text{bei den zwei Drehungen genau einmal die Eins}) = 2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,48$$

↑ ohne GTR

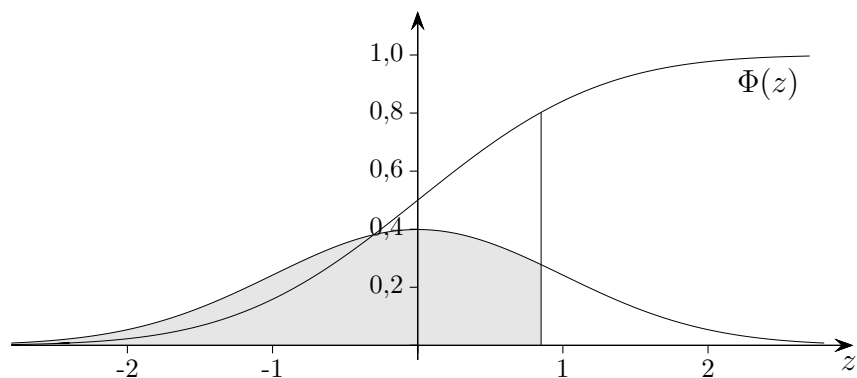


$X$  sei eine standardnormalverteilte Zufallsvariable.  
Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von  $\Phi$  an.

1.  $P(X \geq a)$
2.  $P(|X| \leq a)$

Ermitteln Sie  $a$  mit  $\Phi^{-1}$ , so dass zu vorgegebenem  $\alpha$  gilt:  $P(|X| \leq a) = \alpha$

↑ ohne GTR

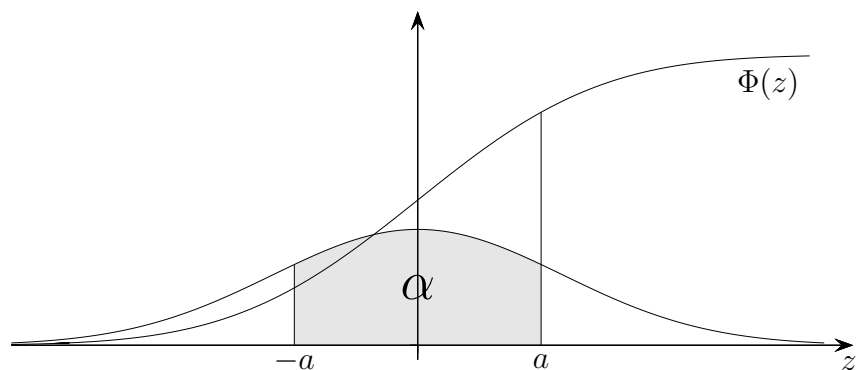


$X$  sei eine standardnormalverteilte Zufallsvariable.  
Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von  $\Phi$  an.

1.  $P(X \geq a) = 1 - \Phi(a)$

2.  $P(|X| \leq a) = 2 \cdot \Phi(a) - 1$

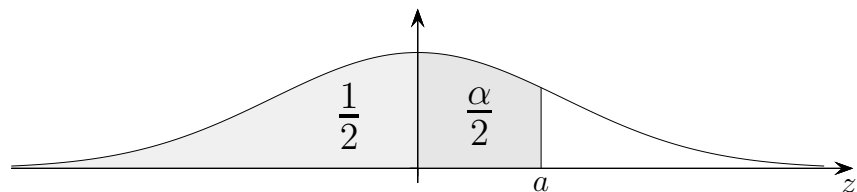
$$P(-a \leq X \leq a) = \Phi(a) - \underbrace{\Phi(-a)}_{1 - \Phi(a)} = 2 \cdot \Phi(a) - 1$$



Ermitteln Sie  $a$  mit  $\Phi^{-1}$ , so dass zu vorgegebenem  $\alpha$  gilt:  $P(|X| \leq a) = \alpha$

$$a = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right), \quad \text{mit 2.: } 2 \cdot \Phi(a) - 1 = \alpha, \quad \begin{array}{l} \text{nach } a \text{ auflösen} \\ \text{oder direkt} \end{array}$$

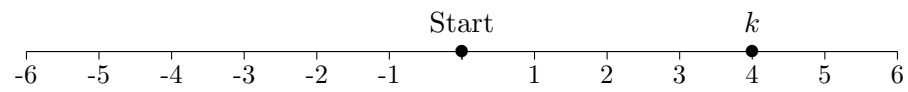
$$\Phi(a) = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2}, \quad \text{nach } a \text{ auflösen}$$



↑



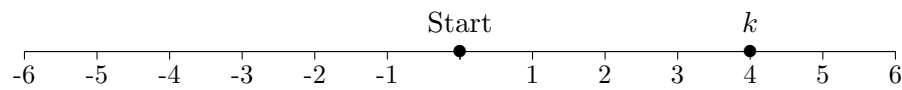
## ↑ Teilchen-Aufgabe



Ein Teilchen startet in 0 und springt auf der Strecke jede Sekunde mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  einen Schritt nach rechts, bzw. mit  $q$  nach links, insgesamt 6mal.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit endet die Irrfahrt auf dem Platz  $k$ ,  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ ?

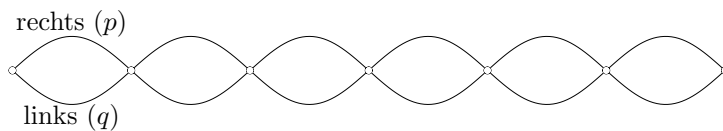
## ↑ Teilchen-Aufgabe



Ein Teilchen startet in 0 und springt auf der Strecke jede Sekunde mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  einen Schritt nach rechts, bzw. mit  $q$  nach links, insgesamt 6mal.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit endet die Irrfahrt auf dem Platz  $k$ ,  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ ?

Der Bezug zur Bernoulli-Kette mit der Länge  $n = 6$  ist offensichtlich.



Sei  $X$  die Platznummer nach 6 Schritten.

$$P(X = 1) = P(X = 3) = P(X = 5) = 0$$

Mit einer geraden Schrittzahl kann auch nur eine gerade Platznummer erreicht werden.

$$P(X = 0) = \binom{6}{3} \cdot p^3 \cdot q^3$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{4} \cdot p^4 \cdot q^2$$

$$P(X = 4) = \binom{6}{5} \cdot p^5 \cdot q$$

$$P(X = 6) = p^6$$

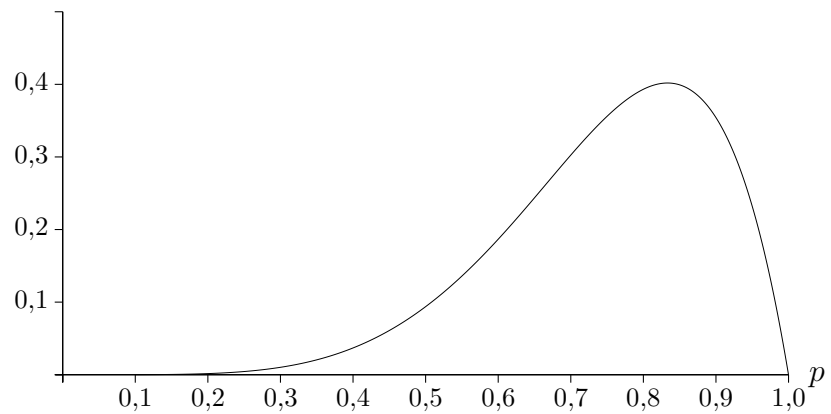
An welcher Stelle hat die Funktion  $p \mapsto P_p(X = 4)$  ein Maximum?

↑

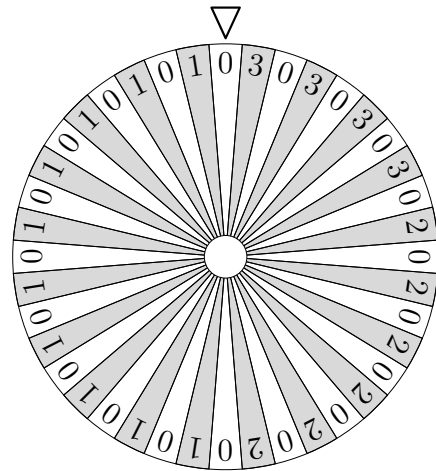
## ↑ Maximum-Aufgabe

An welcher Stelle hat die Funktion  $p \mapsto P_p(X = 4)$  ein Maximum?

$$p \mapsto 6 \cdot p^5 \cdot (1 - p)$$



Klammernauffösen und Ableiten föhrt zu  $p^4(5 - 6p) = 0$ ,  $p = \frac{5}{6} = 0,833$ .  
Auf dem Rand ist die Funktion null.



Auf einem Glücksrade sind 40 gleich große Sektoren vorhanden. Jeder Sektor ist mit einer der Zahlen 0, 1, 2, 3 beschriftet. Die 0 ist 20-mal vertreten, die 1 10-mal, die 2 6-mal und die 3 4-mal. Das Glücksrade wird gedreht und zufällig gestoppt. Ein fest stehender Pfeil zeigt dann auf einen der Sektoren. Die Zahl im Sektor wird abgelesen und notiert.

- a) Dieser Vorgang wird genau viermal durchgeführt.  
 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:  
*A*: Die Zahlen 0,1,2,3 werden in dieser Reihenfolge abgelesen.  
*B*: Alle vier Zahlen treten je einmal auf.  
*C*: Die 3 tritt mindestens zweimal auf.  
*D*: Die Summe der vier Zahlen ist größer als 10.
- b) Ein Veranstalter bietet folgendes Spiel an: Ein Spieler darf das Glücksrade bis zu viermal drehen. Ziel ist es, eine möglichst hohe Zahl zu erreichen. Sobald der Spieler mit der Zahl zufrieden ist, kann er aufhören. Wenn er aber noch einmal dreht, wird die zuvor erreichte Zahl verworfen.

Der Veranstalter beobachtet, dass viele Spieler folgende Strategie anwenden:  
 Spiele nur so lange, bis mindestens der Zahlenwert 2 auftritt und beende dann sofort das Spiel!

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mit dieser Strategie seine vier Versuche ausschöpft und nicht vorher aufhört?
- d) Welchen Zahlenwert erreicht ein Spieler mit dieser Strategie im Durchschnitt?  
*Hier ist eine umfangreiche Fallunterscheidung erforderlich.*

# ↑ Glücksrade-Aufgabe Baden-Württemberg Abitur 2014 berufl. Gymn.

Auf einem Glücksrade sind 40 gleich große Sektoren vorhanden. Jeder Sektor ist mit einer der Zahlen 0, 1, 2, 3 beschriftet. Die 0 ist 20-mal vertreten, die 1 10-mal, die 2 6-mal und die 3 4-mal. Das Glücksrade wird gedreht und zufällig gestoppt. Ein fest stehender Pfeil zeigt dann auf einen der Sektoren. Die Zahl im Sektor wird abgelesen und notiert.

Ergebnis	0	1	2	3
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$

- a) Dieser Vorgang wird genau viermal durchgeführt.  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Die Zahlen 0,1,2,3 werden in dieser Reihenfolge abgelesen.  $P(A) = \frac{3}{1600}$

B: Alle vier Zahlen treten je einmal auf.  $P(B) = P(A) \cdot 4! = \frac{9}{200}$

C: Die 3 tritt mindestens zweimal auf.  $P(\bar{C}) = 1 - \left(\frac{9}{10}\right)^4 - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^3 \cdot 4 = 0,0523$

D: Die Summe der vier Zahlen ist größer als 10.  $P(3333) + 4 \cdot P(3332) = \frac{7}{10000}$

- b) Ein Veranstalter bietet folgendes Spiel an: Ein Spieler darf das Glücksrade bis zu viermal drehen. Ziel ist es, eine möglichst hohe Zahl zu erreichen. Sobald der Spieler mit der Zahl zufrieden ist, kann er aufhören. Wenn er aber noch einmal dreht, wird die zuvor erreichte Zahl verworfen.

Der Veranstalter beobachtet, dass viele Spieler folgende Strategie anwenden:  
Spiele nur so lange, bis mindestens der Zahlenwert 2 auftritt und beende dann sofort das Spiel!

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mit dieser Strategie seine vier Versuche ausschöpft und nicht vorher aufhört?  $P(0 \vee 1 \text{ in den ersten drei Drehungen}) = \frac{27}{64}$

- d) Welchen Zahlenwert erreicht ein Spieler mit dieser Strategie im Durchschnitt?

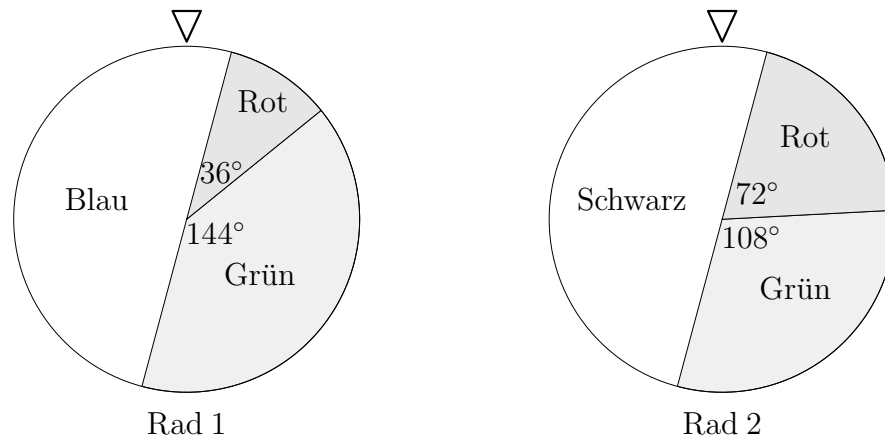
$k$	0	1	2	3
$P$	$P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 0 \vee 1, 0)$ $= \frac{27}{128}$	$P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 0 \vee 1, 1)$ $= \frac{27}{156}$	$P(2)+$ $P(0 \vee 1, 2)+$ $P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 2)+$ $P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 0 \vee 1, 2)$ $= \frac{105}{256}$	$P(3)+$ $P(0 \vee 1, 3)+$ $P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 3)+$ $P(0 \vee 1, 0 \vee 1, 0 \vee 1, 3)$ $= \frac{35}{128}$

Erwartungswert  $\frac{447}{256} = 1,746$

↑

## ↑ Glücksrad-Aufgabe

Baden-Württemberg Abitur 2012 berufl. Gymn.



Zwei Glücksräder sind in je drei verschiedenfarbige Sektoren eingeteilt (siehe Abbildung). Die Räder werden unabhängig voneinander in Drehung versetzt. Bei Stillstand zeigt ein Pfeil bei jedem Rad auf genau einen Sektor.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

$E_1$ : Beide Pfeile zeigen auf Rot.

$E_2$ : Es zeigt mindestens ein Pfeil auf Rot.

$E_3$ : Beide Pfeile zeigen auf verschiedene Farben.

Es wird folgendes Glücksspiel angeboten:

Der Spieler darf jedes Rad einmal in Drehung versetzen.

Zeigen die Pfeile auf die gleiche Farbe, so erhält der Spieler 1 €.

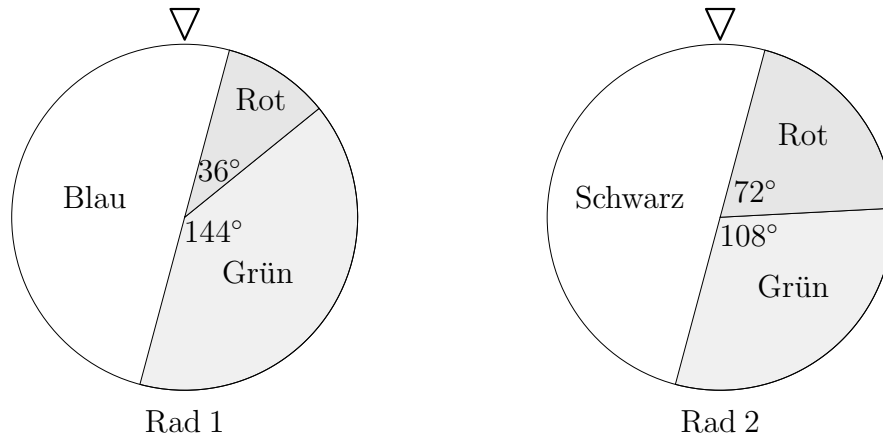
Zeigt ein Pfeil auf Blau und der andere auf Rot, so erhält der Spieler 3,50 €.

In allen anderen Fällen erhält er nichts.

b) Welchen Einsatz muss der Spielanbieter verlangen, damit sein Gewinn pro Spiel durchschnittlich 50 Cent beträgt?

c) Wie oft muss ein Spieler mindestens spielen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal eine Auszahlung von 3,50 € erhält, größer als 80% ist?

↑ Glücksrade-Aufgabe Baden-Württemberg Abitur 2012 berufl. Gymn.



Zwei Glücksräder sind in je drei verschiedenfarbige Sektoren eingeteilt (siehe Abbildung). Die Räder werden unabhängig voneinander in Drehung versetzt. Bei Stillstand zeigt ein Pfeil bei jedem Rad auf genau einen Sektor.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

$E_1$ : Beide Pfeile zeigen auf Rot.  $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$

$E_2$ : Es zeigt mindestens ein Pfeil auf Rot.

$$1 - P(\text{kein Pfeil zeigt auf Rot}) = 1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{27}{25}$$

$E_3$ : Beide Pfeile zeigen auf verschiedene Farben.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{43}{50}$

oder  $1 - (P(\text{Rot, Rot}) + P(\text{Grün, Grün})) = 1 - \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10}\right) = \frac{43}{50}$

Es wird folgendes Glücksspiel angeboten:

Der Spieler darf jedes Rad einmal in Drehung versetzen.

Zeigen die Pfeile auf die gleiche Farbe, so erhält der Spieler 1 €.

Zeigt ein Pfeil auf Blau und der andere auf Rot, so erhält der Spieler 3,50 €.

In allen anderen Fällen erhält er nichts.

b) Welchen Einsatz muss der Spielanbieter verlangen, damit sein Gewinn pro Spiel durchschnittlich 50 Cent beträgt?

$$P(\text{Rot, Rot}) + P(\text{Grün, Grün}) = \frac{7}{50}, \quad P(\text{Blau, Rot}) = \frac{1}{10}, \quad \text{Erwartungswert } 0,49 \text{ €}$$

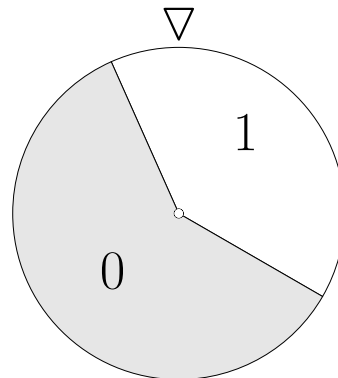
Einsatz 0,99 €

c) Wie oft muss ein Spieler mindestens spielen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal eine Auszahlung von 3,50 € erhält, größer als 80% ist?

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) > 0,8 \iff 1 - 0,9^n > 0,8 \implies n > 15,3 \text{ mindestens } n = 16$$

↑

## ↑ Glücksrad



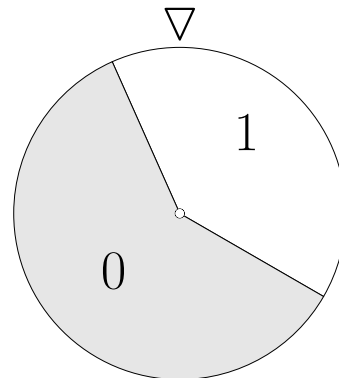
- a) Beim Drehen eines Glücksrads mit 2 Sektoren (siehe Abbildung) wird das Ergebnis "1" mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p = 40\%$  angezeigt.  
 $X$  sei die Anzahl der Ergebnisse "1", wenn das Rad 10mal gedreht wird.  
 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent auf eine Nachkommastelle),
- 1) dass  $X$  im Bereich  $[3; 8]$  liegt,
  - 2) dass unter den ersten 7 Drehungen genau 3mal das Ergebnis "1" ist und die übrigen Drehungen das Ergebnis "0" haben?
- b) Bestimmen Sie die Mindestanzahl der Drehungen so, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens einmal das Ergebnis "1" auftritt.
- c) Ein Glücksrad steuert die Bewegung einer Spielfigur auf dem abgebildeten Spielfeld nach folgenden Regeln:
- Bei "1" wird die Figur um ein Feld nach rechts gerückt, bei "0" um ein Feld nach links.
  - Ist eines der beiden Zielfelder erreicht, so ist das Spiel beendet.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eines der beiden Zielfelder erreicht, wenn das Glücksrad bei einem Spiel höchstens sechsmal gedreht wird?





## ↑ Glücksrad



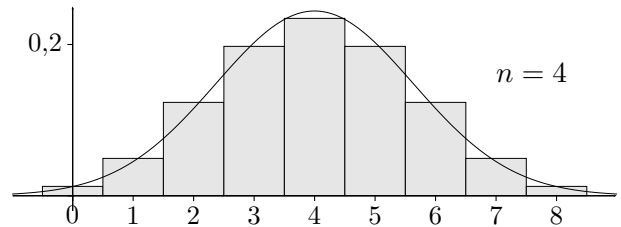
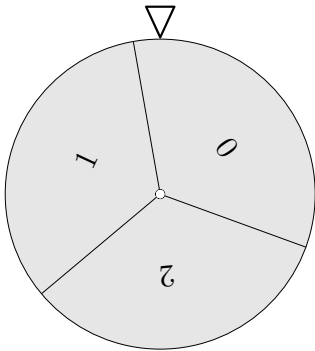
- a) Beim Drehen eines Glücksrads mit 2 Sektoren (siehe Abbildung) wird das Ergebnis "1" mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p = 40\%$  angezeigt.  
 $X$  sei die Anzahl der Ergebnisse "1", wenn das Rad 10mal gedreht wird.  
 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (in Prozent auf eine Nachkommastelle),
- 1) dass  $X$  im Bereich  $[3; 8]$  liegt, 83,1%
  - 2) dass unter den ersten 7 Drehungen genau 3mal das Ergebnis "1" ist und die übrigen Drehungen das Ergebnis "0" haben? 6,3%
- b) Bestimmen Sie die Mindestanzahl der Drehungen so, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens einmal das Ergebnis "1" auftritt. 10
- c) Ein Glücksrad steuert die Bewegung einer Spielfigur auf dem abgebildeten Spielfeld nach folgenden Regeln:
- Bei "1" wird die Figur um ein Feld nach rechts gerückt, bei "0" um ein Feld nach links.
  - Ist eines der beiden Zielfelder erreicht, so ist das Spiel beendet.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eines der beiden Zielfelder erreicht, wenn das Glücksrad bei einem Spiel höchstens sechsmal gedreht wird?



$$(1 - p)^6 + p^4 + 4 \cdot (1 - p) \cdot p^5 = 9,7\%$$

## ↑ Glücksrad



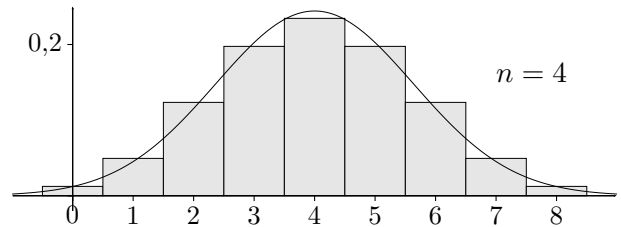
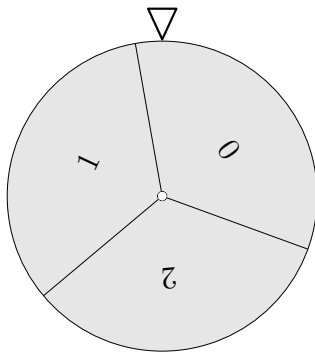
$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
abs. $H$			10	16	19	16	10		

Ein Glücksrad mit 3 gleichen Sektoren (siehe Abbildung) wird 4mal gedreht.  
 $X$  ist die Summe der Einzelergebnisse.

- Füllen Sie die Tabelle aus.
- Ermitteln Sie  $P(X \leq 3)$  exakt und mit der Normalverteilung als Näherung.

*Hinweis: Für die Summe von  $n$  unabhängigen Summanden werden der Erwartungswert und die Varianz für einen Einzelversuch mit  $n$  multipliziert.*

## ↑ Glücksrad



$X$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
abs. $H$	1	4	10	16	19	16	10	4	1

Ein Glücksrad mit 3 gleichen Sektoren (siehe Abbildung) wird 4mal gedreht.  
 $X$  ist die Summe der Einzelergebnisse.

- Füllen Sie die Tabelle aus.
- Ermitteln Sie  $P(X \leq 3)$  exakt und mit der Normalverteilung als Näherung.

*Hinweis: Für die Summe von  $n$  unabhängigen Summanden werden der Erwartungswert und die Varianz für einen Einzelversuch mit  $n$  multipliziert.*

$$\text{exakt: } P(X \leq 3) = \frac{1 + 4 + 10 + 16}{3^4} = 0,383$$

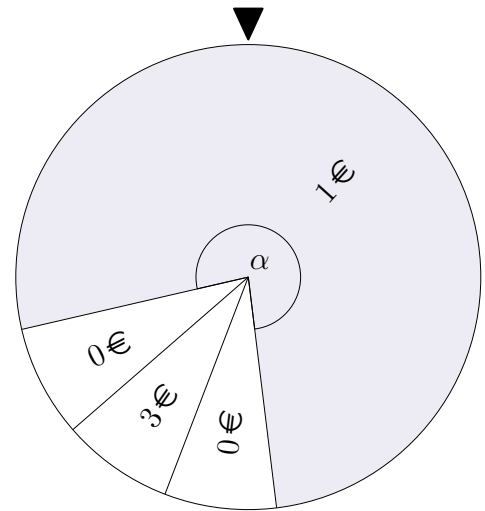
$$\mu_X = 4$$

$$\sigma_X = 1,633$$

$$\text{genähert: } P(X \leq 3) \approx 0,377$$

mit Stetigkeits-Korrektur

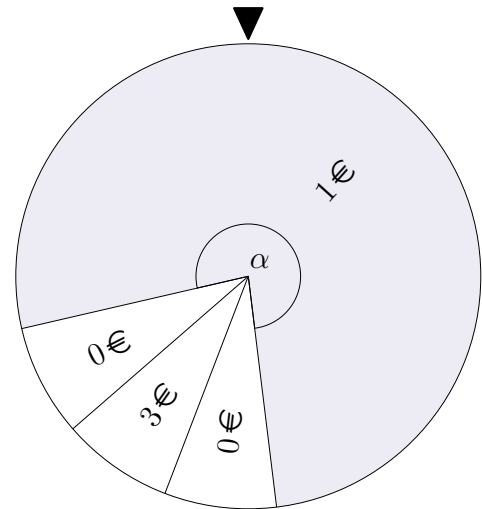
## ↑ Glücksrad Nr. 9



Der Sektor des Glücksrads mit einem Gewinn von 1 € hat die Wahrscheinlichkeit  $p$ . Die drei übrigen Sektoren haben gleiche Wahrscheinlichkeit. Das Glücksrad wird 5mal gedreht.

- a) Geben Sie einen Term an für:
- (1) den Erwartungswert,
  - (2) die Wahrscheinlichkeit, 5 € zu gewinnen,
  - (3) die Wahrscheinlichkeit, 3 € zu gewinnen.
- b) Sei nun  $p = 0,767$ .
- (1) Wie groß ist der Winkel  $\alpha$  (auf Grad gerundet)?
  - (2) Wie groß müsste der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist?
  - (3) Um welchen Betrag  $B$  müssten die Gewinne 1 € und 3 € jeweils erhöht werden, damit das Spiel mit einem Einsatz von 8 € fair ist?

## ↑ Glücksrad Nr. 9    Ergebnisse



Der Sektor des Glücksrads mit einen Gewinn von 1 € hat die Wahrscheinlichkeit  $p$ .  
 Die drei übrigen Sektoren haben gleiche Wahrscheinlichkeit.  
 Das Glücksrad wird 5mal gedreht.

a) Geben Sie einen Term an für:

(1) den Erwartungswert,

$$q = 1 - p, \quad p^* = q/3, \quad E = 5(1p + 3p^*)$$

(2) die Wahrscheinlichkeit, 5€ zu gewinnen,

$$p^5 + 3 \binom{5}{2} p^2 p^* (2p^*)^2 \quad \text{oder} \quad p^5 + 5p^* \binom{4}{2} p^2 (2p^*)^2$$

(3) die Wahrscheinlichkeit, 3€ zu gewinnen.

$$5p^* (2p^*)^4 + \binom{5}{3} p^3 (2p^*)^2$$

b) Sei nun  $p = 0,767$ .

(1) Wie groß ist der Winkel  $\alpha$  (auf Grad gerundet)?

$$0,767 \cdot 360^\circ \approx 276^\circ$$

(2) Wie groß müsste der Einsatz sein, damit das Spiel fair ist?

$$E = 5 \text{ €}$$

(3) Um welchen Betrag  $B$  müssten die Gewinne 1 € und 3 € jeweils erhöht werden, damit das Spiel mit einem Einsatz von 8 € fair ist?

$$5((1+B)p + (3+B)p^*) = 8$$

$$B \approx 0,71 \text{ [€]}$$

Differenzial- und Integralrechnung

Vektorrechnung

Stochastik

Startseite