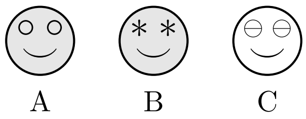
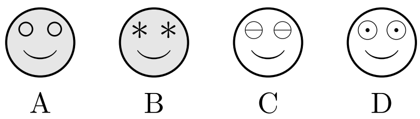
Sitzordnungen

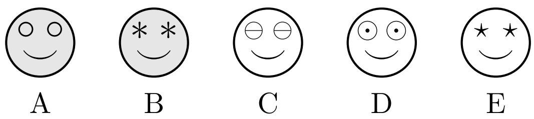
1. Die Personen A, B und C sitzen zufällig in einer Reihe.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?



2. Die Personen A, B, C und D sitzen zufällig in einer Reihe.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?

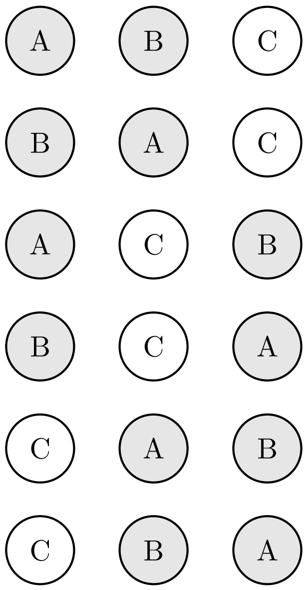


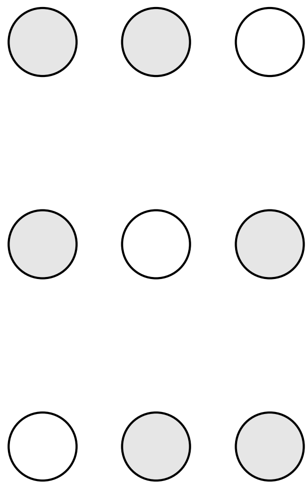
3. Die Personen A, B, C, D und E sitzen zufällig in einer Reihe.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?



Sitzordnungen

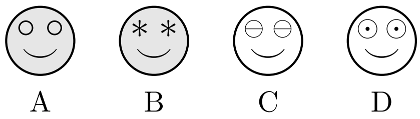
1. Die Personen A, B und C sitzen zufällig in einer Reihe.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?

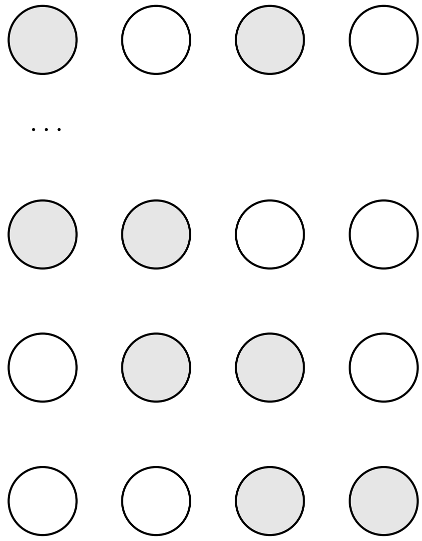




Rechts werden die Möglichkeiten der von A und B zufällig eingenommenen Plätze dargestellt.
$1 - P($“A und B sitzen nicht nebeneinander.“$)$ führt auch zum Ziel.
Für 3 Personen gibt es $3! = 6$ Möglichkeiten in einer Reihe zu sitzen.
Rechts gibt es $\binom{3}{2} = 3$ verschiedene Muster. Zu jedem Muster gehören 2! Anordnungen.
Der Anteil $\frac{2}{3}$ ist daher auch hier ablesbar.

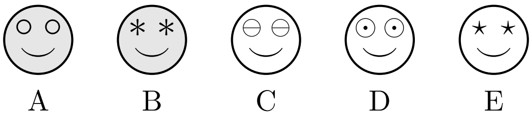
2. Die Personen A, B, C und D sitzen zufällig in einer Reihe.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?

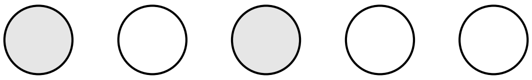




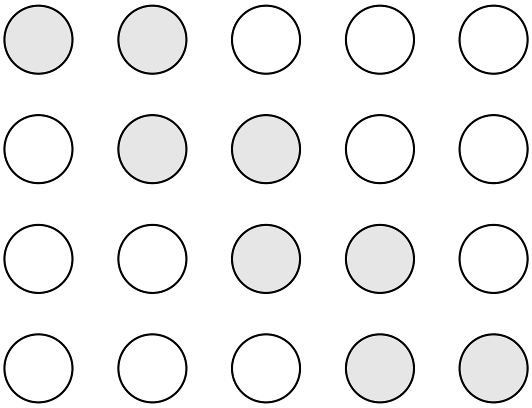
Rechts werden einige Möglichkeiten der von A und B zufällig eingenommenen Plätze dargestellt.
Für 4 Personen gibt es $4! = 24$ Möglichkeiten in einer Reihe zu sitzen.
Rechts gibt es insgesamt $\binom{4}{2} = 6$ verschiedene Muster. Zu jedem Muster gehören $2!\cdot 2!$ Anordnungen, also wieder insgesamt 24 Möglichkeiten in einer Reihe zu sitzen.
Der gesuchte Anteil beträgt $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
Beachte: Der Doppelblock wandert von links oben nach rechts unten.

3. Die Personen A, B, C, D und E sitzen zufällig in einer Reihe.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?





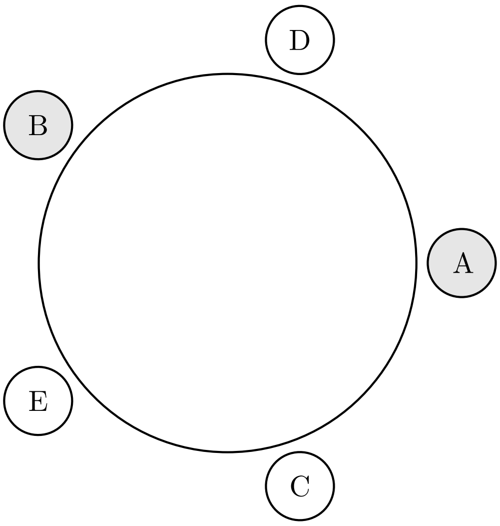
Insgesamt gibt es $\binom{5}{2} = 10$ verschiedene Muster dieser Art und
4 Muster, bei denen der Doppelblock von links oben nach rechts unten wandert.

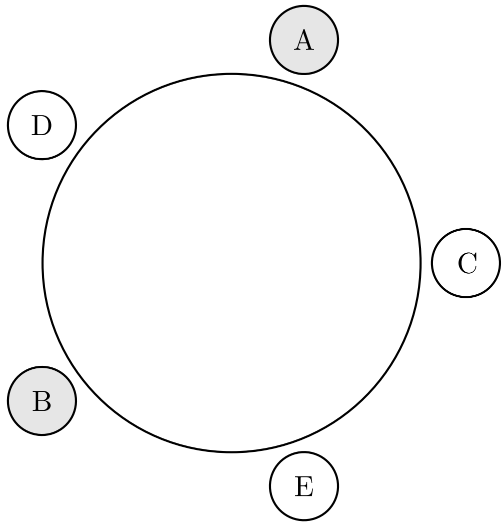


Der gesuchte Anteil beträgt $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Sitzordnungen am runden Tisch

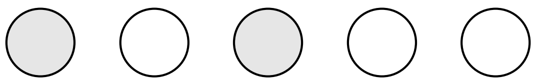
4. Die Personen A, B, C, D und E sitzen in zufälliger Reihenfolge an einem runden Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass A und B nebeneinander sitzen?



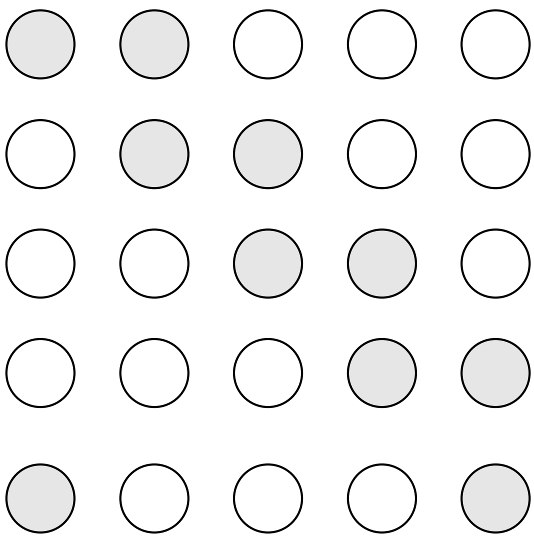


Wenn beim runden Tisch zwischen den rotationssymmetrischen Sitzordnungen nicht unterschieden wird, beträgt die Anzahl der Sitzordnungen $\frac{5!}{5} = 4! = 24$. Für A und B nebeneinander gibt es dann $2!3! = 12$ Möglichkeiten. Der Anteil beträgt daher $\frac{1}{2}$.

Alternativ betrachten wir wieder die $\binom{5}{2} = 10$ Muster der Art (wir vergessen kurz, dass der Tisch rund ist):



Zu den 4 Mustern, bei denen der Doppelblock von links oben nach rechts unten wandert, kommt ein Weiteres, das sich aus der Anordnung im Kreis ergibt. Der Anteil beträgt wieder $\frac{1}{2}$.



$$\frac{k!(n-k)!}{\frac{n!}{n}} = \frac{n-1+1}{\binom{n}{k}}$$

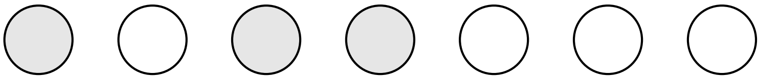
wird hier für $k = 2$ veranschaulicht.

Sitzordnungen am runden Tisch

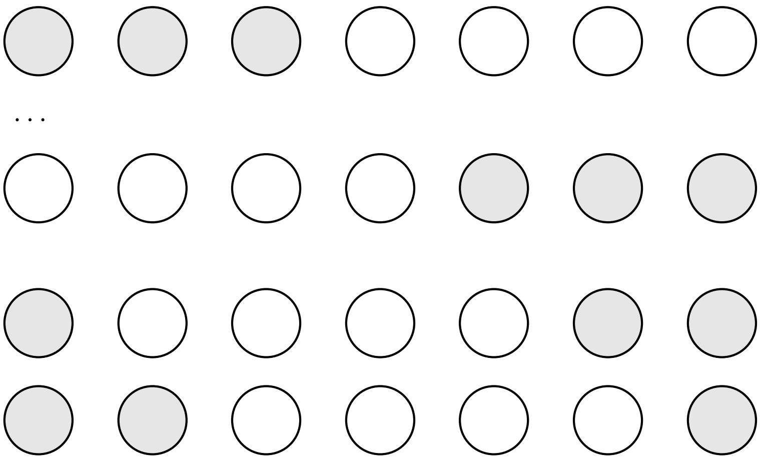
5. n Personen sitzen in zufälliger Reihenfolge an einem runden Tisch.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass k vorher bestimmte Personen nebeneinander sitzen?

   Beim runden Tisch beträgt die Anzahl der Sitzordnungen $\frac{n!}{n}$.
   Es gibt $k!(n-k)!$ Möglichkeiten, dass k vorher bestimmte Personen nebeneinander sitzen.
   Der Anteil beträgt daher $\frac{k!(n-k)!}{\frac{n!}{n}} = \frac{n}{\binom{n}{k}}$.

   Alternativ betrachten wir wieder die $\binom{n}{k}$ Muster der Art ($n = 7$, $k = 3$):



   Zu den $n-k+1$ Mustern, bei denen der k-Block von links oben nach rechts unten wandert, kommen weitere $k-1$ Muster, die sich aus der Anordnung im Kreis ergeben.



   Der Anteil beträgt wieder $\frac{n}{\binom{n}{k}}$.