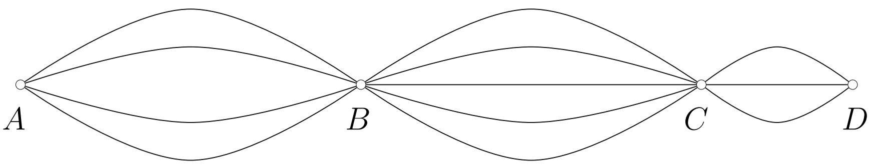
Kombinatorik

Wie viele Wege führen von A nach D? (Zählprinzip)



Lösung: $4 \cdot 5 \cdot 3 \;=\; 60$

5 Elemente $\{\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\ \}$		Anzahl	
3-Tupel, Wiederholung möglich (3, 2, 3) (4, 1, 2)	5 Möglichkeiten für den 1. Platz 5 für den 2. Platz 5 für den 3. Platz	5^3	k-Tupel n^k
3-Tupel, ohne Wiederholung (1, 5, 3) (4, 2, 1)	5 Möglichkeiten für den 1. Platz 4 für den 2. Platz 3 für den 3. Platz	$5 \cdot 4 \cdot 3$	$n(n-1)(n-2)$
Permutationen (2, 5, 4, 3, 1) (4, 2, 1, 5, 3)	n-Tupel ohne Wiederholung $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$	5!	n!
3-elementige Teilmengen $\{2, 1, 5\}$ $\{1, 2, 4\}$	Anzahl aller 3-Tupel: $5 \cdot 4 \cdot 3$ 3! 3-Tupel ergeben jeweils eine 3-elementige Teilmenge	$\binom{5}{3}$	$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3}$
Muster (△ ♠ ♠ △ ♠) (♠ △ ♠ △ ♠)	3 Plätze werden aus 5 ausgewählt Jeder 3-elementigen Teilmenge entspricht ein Muster	$\binom{5}{3}$	$\binom{n}{k}$

Wie viele 3-elementige Teilmengen mit genau einer schwarzen Figur kann man aus der Menge { ♠, △, ▽, ♡, ♣, ◯ } bilden? $\binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1}$

k ununterscheidbare Elemente werden auf n Plätze verteilt

6 Kugeln werden auf 8 Urnen verteilt,
6 Stimmen werden auf 8 Kandidaten verteilt
(Kugeln und Stimmen sind jeweils nicht unterscheidbar),
wie viele Möglichkeiten gibt es hierzu?

1	2	3	4	5	6	7	8
○○		○	○○				○

1	2	3	4	5	6	7	8
	○		○	○		○○	○

Die Anzahl kann unmittelbar erkannt werden,
wenn die Verteilungen vereinfacht dargestellt werden:

$$\bigcirc\bigcirc \mid \qquad \mid \bigcirc \mid \bigcirc\bigcirc \mid \qquad \mid \qquad \mid \qquad \mid \bigcirc$$

$$\mid \bigcirc \mid \qquad \mid \bigcirc \mid \bigcirc \mid \qquad \mid \bigcirc\bigcirc \mid \bigcirc$$

oder mit gleichen Abständen:

$$\bigcirc\bigcirc \mid \mid \bigcirc \mid \bigcirc\bigcirc \mid \mid \mid \mid \bigcirc$$

$$\mid \bigcirc \mid \mid \bigcirc \mid \bigcirc \mid \mid \bigcirc\bigcirc \mid \bigcirc$$

Aus 13 Plätzen sind 6 auszuwählen und mit Kreisen zu besetzen.

Das ist auf $\binom{13}{6}$ Arten möglich, allgemein auf $\binom{n+k-1}{k}$ Arten.

Die Fragestellung lässt sich auch noch anders formulieren:
Aus einer Urne mit 8 Kugeln werden 6 Kugeln mit Zurücklegen entnommen.
Am Ergebnis interessiert uns nur, wie oft jede Kugel gezogen wurde.