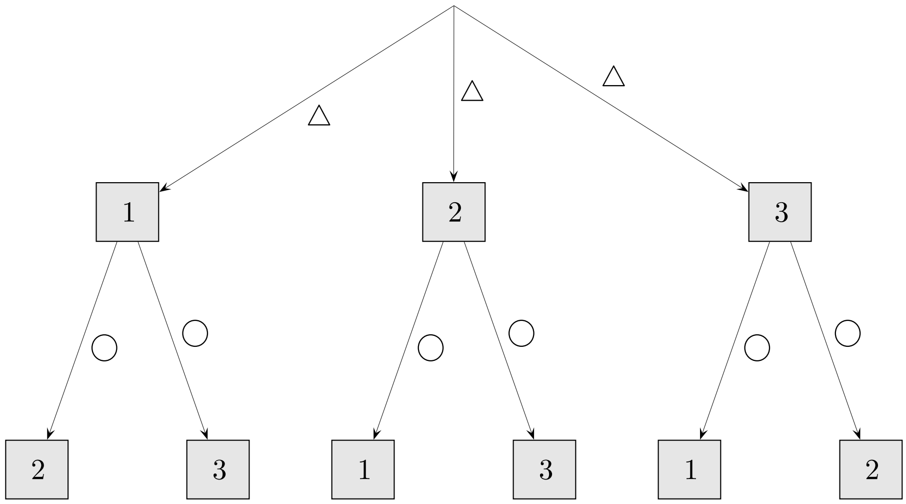
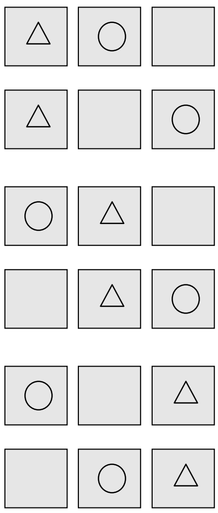
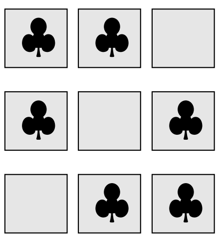
n-Fakultät

2 Personen $\triangle$ und $\bigcirc$ besetzen 2 von 3 Plätzen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es hierzu?





Wie viele Möglichkeiten gibt es, falls nur noch von Interesse ist, ob ein Platz besetzt ist oder nicht? Wer den Platz einnimmt, ist also belanglos.



n-Fakultät und Binomialkoeffizient

4 Personen $\triangle$, $\bigcirc$, $\heartsuit$ und $\diamondsuit$ besetzen 4 Plätze.
Wie viele Möglichkeiten gibt es hierzu?

1	2	3	4

2 Personen $\triangle$ und $\bigcirc$ besetzen 2 von 4 Plätzen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es hierzu?
Wie viele Möglichkeiten gibt es, falls nur noch von Interesse ist, ob ein Platz besetzt ist oder nicht?

1	2	3	4

3 Personen $\triangle$, $\bigcirc$ und $\heartsuit$ besetzen 3 von 5 Plätzen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es hierzu?
Wie viele Möglichkeiten gibt es, falls nur noch von Interesse ist, ob ein Platz besetzt ist oder nicht?

1	2	3	4	5

Die Anzahl der Möglichkeiten für 5 Personen, 5 Plätze zu besetzen, beträgt 5-Fakultät, kurz:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Die Anzahl der Möglichkeiten, von 5 Plätzen 3 zu besetzen - wer den Platz einnimmt, ist also belanglos - wird durch den Binomialkoeffizienten (“5 über 3“) erfasst, kurz:

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$$

♣	♣	♣		
♣	♣		♣	
♣	♣			♣
♣		♣	♣	
♣		♣		♣

...

Für 3 Personen bestehen $5 \cdot 4 \cdot 3$ Möglichkeiten, die Plätze zu besetzen. Die 1. Person hat 5 Möglichkeiten, die 2. dann nur noch ...

Einige Möglichkeiten wären:

	$\triangle$	$\bigcirc$		$\heartsuit$
	$\bigcirc$	$\triangle$		$\heartsuit$
	$\bigcirc$	$\heartsuit$		$\triangle$

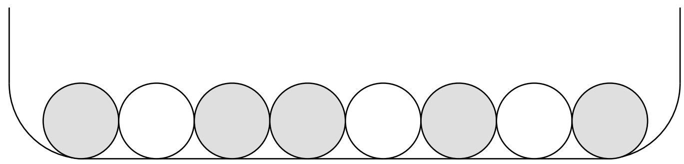
Es gibt genau $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$ Möglichkeiten, dass genau diese 3 Plätze besetzt sind, jedoch nur ein zugehöriges Muster:

	♣	♣		♣

Daher ist $5 \cdot 4 \cdot 3$ durch $1 \cdot 2 \cdot 3$ zu dividieren.

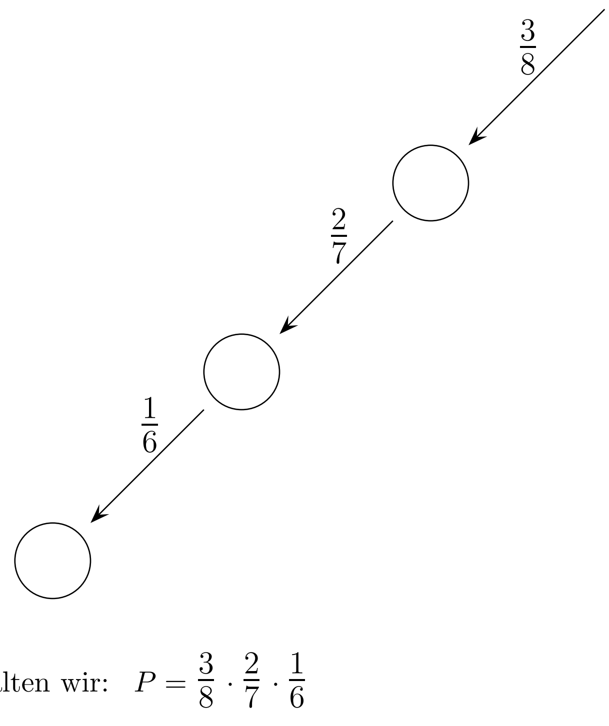
Binomialkoeffizient alternativ

Eine Urne enthält 5 graue und 3 weiße Kugeln.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit einem Griff die 3 weißen Kugeln zu ziehen?



Die Anzahl der Möglichkeiten, 3 Elemente aus 8 Elementen auszuwählen, also 3-elementige Teilmengen zu bilden, wird mit $\binom{8}{3}$ bezeichnet (lies: 8 über 3), allgemein mit $\binom{n}{k}$.
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt daher $P = \dfrac{1}{\binom{8}{3}}$.

Die Anzahl $\binom{8}{3}$ kann, falls sie noch nicht bekannt ist, durch eine elementare Berechnung von P ermittelt werden. Das Ziehen mit einem Griff kann auch als 3maliges einzelnes Ziehen ohne Zurücklegen erfolgen.

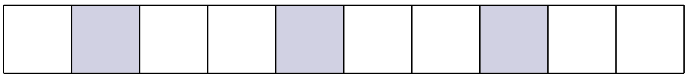


Mit dem reduzierten Pfaddiagramm erhalten wir: $P = \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{1}{6}$

Daraus folgt: $\binom{8}{3} = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

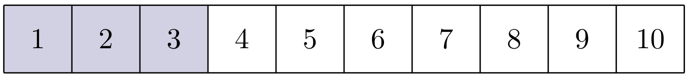
Binomialkoeffizient

1. Von 10 Plätzen werden 3 ausgewählt.
   Wie viele Möglichkeiten (Muster) gibt es?

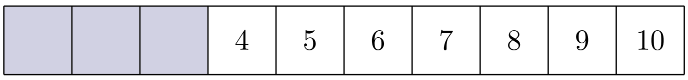


...

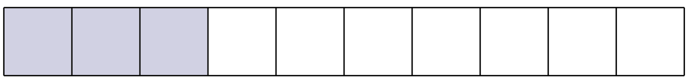
2. Betrachten wir zunächst ein ähnliches Problem.
   Auf wie viele Arten können die 10 nummerierten Quadrate ihre Plätze tauschen?



3. Wie viele verschiedene Muster gibt es dann, falls die Zahlen 1, 2, 3 gelöscht werden,

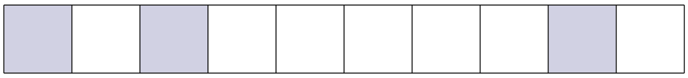


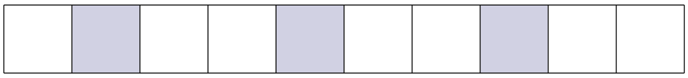
4. und wie viele schließlich, falls alle Zahlen gelöscht werden?



Binomialkoeffizient

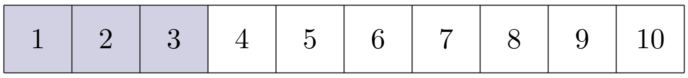
1. Von 10 Plätzen werden 3 ausgewählt.
   Wie viele Möglichkeiten (Muster) gibt es?



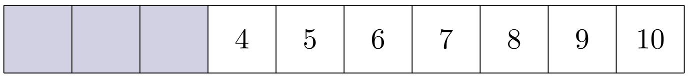


...

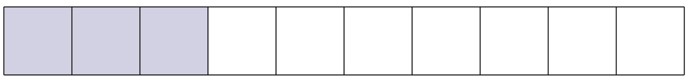
2. Betrachten wir zunächst ein ähnliches Problem.
   Auf wie viele Arten können die 10 nummerierten Quadrate ihre Plätze tauschen? $10!$



3. Wie viele verschiedene Muster gibt es dann, falls die Zahlen 1, 2, 3 gelöscht werden, $\dfrac{10!}{3!}$



4. und wie viele schließlich, falls alle Zahlen gelöscht werden? $\dfrac{10!}{3!7!} = \dbinom{10}{3}$



n-Fakultät, Binomialkoeffizient

Folien Fakultät

Folien Binomialkoeffizient