

Ablehnungsbereich mit Tabellen und GTR

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese $H_0: p = 0,3$ (Binomialverteilung) für einen

Binomialverteilung $n = 100, p = 0,3$

- linksseitigen
- rechtsseitigen
- zweiseitigen Signifikanztest,
Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, Stichprobenlänge $n = 100$.

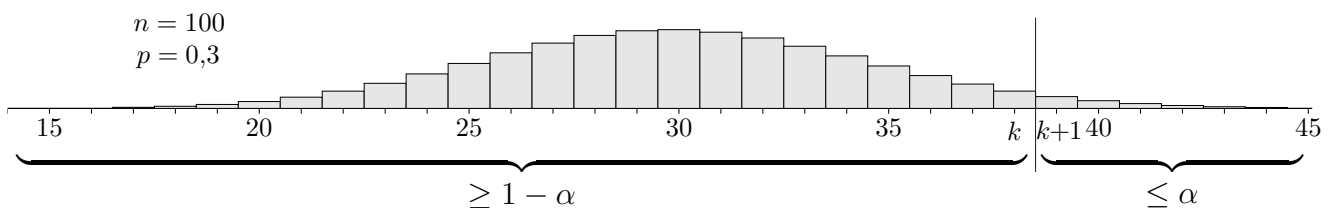
k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,0000	26	0,2244
1	0,0000	27	0,2964
2	0,0000	28	0,3768
3	0,0000	29	0,4623
4	0,0000	30	0,5491
5	0,0000	31	0,6331
6	0,0000	32	0,7107
7	0,0000	33	0,7793
8	0,0000	34	0,8371
9	0,0000	35	0,8839
10	0,0000	36	0,9201
11	0,0000	37	0,9470
12	0,0000	38	0,9660
13	0,0001	39	0,9790
14	0,0002	40	0,9875
15	0,0004	41	0,9928
16	0,0010	42	0,9960
17	0,0022	43	0,9979
18	0,0045	44	0,9989
19	0,0089	45	0,9995
20	0,0165	46	0,9997
21	0,0288	47	0,9999
22	0,0479	48	0,9999
23	0,0755	49	1,0000
24	0,1136	50	1,0000
25	0,1631	51	1,0000

Lösung:

- $\bar{A} = \{0, \dots, 22\}$
Suche das größte k mit $P(X \leq k) \leq \alpha$.
- $\bar{A} = \{39, \dots, 100\}$
 $1 - \alpha = 0,95$
Suche das kleinste k mit $P(X \leq k) \geq 1 - \alpha$,
 \bar{A} beginnt dann mit $k + 1$, siehe unten.
- $\bar{A} = \{0, \dots, 20\} \cup \{40, \dots, 100\}$
 α wird auf beide Bereiche aufgeteilt.

mit dem GTR kann die Tabelle erzeugt werden mit:

```
Y1 = binomcdf(100, 0.3, X)      (Y-Editor)
2nd TBLSET
Anfangswert: TblStart, hier z.B. 10,
Schrittweite:  $\Delta$  Tbl = 1
2nd TABLE
```



Ablehnungsbereich mit Tabellen Fortsetzung

Binomialverteilung $n = 100, p = 0,25$

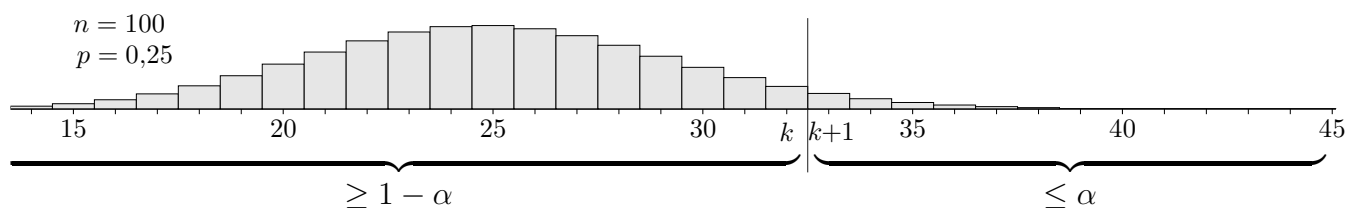
Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese $H_0: p = 0,25$ (Binomialverteilung) für einen

- a) linksseitigen
- b) rechtsseitigen
- c) zweiseitigen Signifikanztest,
Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, Stichprobenlänge $n = 100$.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,0000	26	0,6417
1	0,0000	27	0,7224
2	0,0000	28	0,7925
3	0,0000	29	0,8505
4	0,0000	30	0,8962
5	0,0000	31	0,9307
6	0,0000	32	0,9554
7	0,0000	33	0,9724
8	0,0000	34	0,9836
9	0,0000	35	0,9906
10	0,0001	36	0,9948
11	0,0004	37	0,9973
12	0,0010	38	0,9986
13	0,0025	39	0,9993
14	0,0054	40	0,9997
15	0,0111	41	0,9999
16	0,0211	42	0,9999
17	0,0376	43	1,0000
18	0,0630	44	1,0000
19	0,0995	45	1,0000
20	0,1488	46	1,0000
21	0,2114	47	1,0000
22	0,2864	48	1,0000
23	0,3711	49	1,0000
24	0,4617	50	1,0000
25	0,5535	51	1,0000

Lösung:

- a) $\bar{A} = \{0, \dots, 17\}$
Suche das größte k mit $P(X \leq k) \leq \alpha$.
- b) $\bar{A} = \{33, \dots, 100\}$
 $1 - \alpha = 0,95$
Suche das kleinste k mit $P(X \leq k) \geq 1 - \alpha$,
 \bar{A} beginnt dann mit $k + 1$, siehe unten.
- c) $\bar{A} = \{0, \dots, 16\} \cup \{35, \dots, 100\}$
 α wird auf beide Bereiche aufgeteilt.



Ablehnungsbereich mit dem GTR Normalverteilung

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese

$H_0: p = 0,3$ für einen

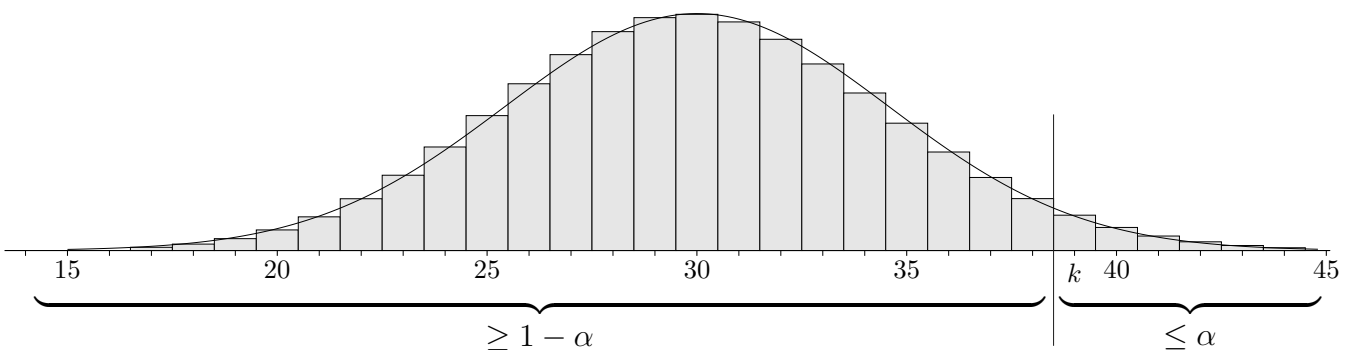
- a) linksseitigen
- b) rechtsseitigen
- c) zweiseitigen Signifikanztest,
Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
Approximation durch die Normalverteilung (stets für $\sigma > 3$ möglich).

Lösung:

a) $\bar{A} = \{0, \dots, 22\}$
 $\mu = n \cdot p = 30, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 4,58$
 $P(X \leq k) \approx \Phi\left(\frac{k + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \leq \alpha$
(größtes) $k + 0,5 \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma)$
 \Leftrightarrow (größtes) $k \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) - 0,5$

b) $\bar{A} = \{39, \dots, 100\}$
 $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1) \approx 1 - \Phi\left(\frac{k - 1 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \leq \alpha$
 $\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{k - 1 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \geq 1 - \alpha$
(kleinstes) $k - 0,5 \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma)$
 \Leftrightarrow (kleinstes) $k \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma) + 0,5$ (siehe unten)

c) $\bar{A} = \{0, \dots, 20\} \cup \{40, \dots, 100\}$
 α wird auf beide Bereiche aufgeteilt.



Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese

$H_0: p = 0,25$ für einen

- a) linksseitigen
- b) rechtsseitigen
- c) zweiseitigen Signifikanztest,
Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
Approximation durch die Normalverteilung.

Lösung:

- a) $\bar{A} = \{0, \dots, 17\}$
 $\mu = n \cdot p = 25, \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 4,33$
(größtes) $k \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) - 0,5$
- b) $\bar{A} = \{33, \dots, 100\}$
(kleinstes) $k \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma) + 0,5$
- c) $\bar{A} = \{0, \dots, 16\} \cup \{34, \dots, 100\}$

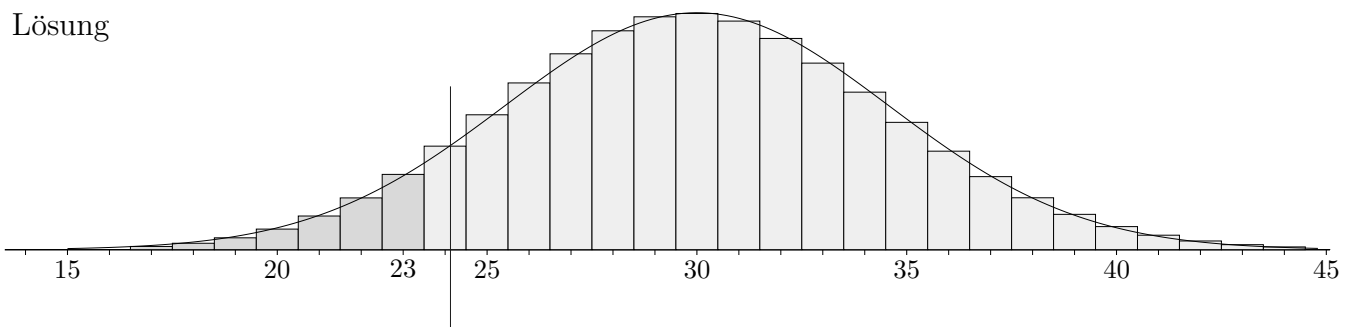
Ablehnungsbereich mit dem GTR Normalverteilung (vereinfacht)

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese

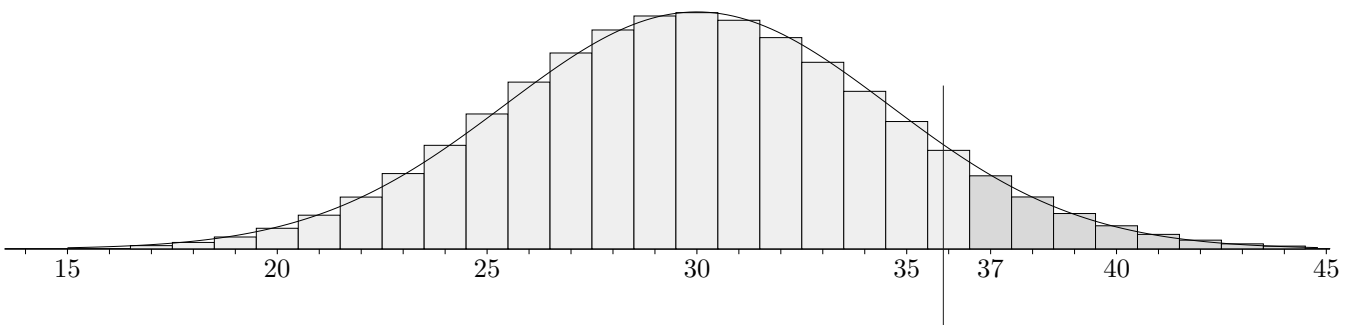
$H_0: p = 0,3$ für einen

- a) linksseitigen
- b) rechtsseitigen
- c) zweiseitigen Signifikanztest,
Signifikanzniveau $\alpha = 10\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
Approximation durch die Normalverteilung.

Lösung



- a) Ermittle k (auf eine Stelle) mit $P(X \leq k) = \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma}\right) = \alpha$ $k = 24,1$
Suche das größte ganzzahlige k , dessen Rechteck vollständig links von der Grenze liegt.
 $\bar{A} = \{0, \dots, 23\}$



- b) Ermittle k (auf eine Stelle) mit $P(X \leq k) = \Phi\left(\frac{k - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \alpha$ $k = 35,9$
Suche das kleinste ganzzahlige k , dessen Rechteck vollständig rechts von der Grenze liegt.
 $\bar{A} = \{37, \dots, 100\}$
- c) $\bar{A} = \{0, \dots, 21\} \cup \{39, \dots, 100\}$
 α wird auf beide Bereiche aufgeteilt.