# Ablehnungsbereich mit Tabellen und GTR

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese $H_0$: $p = 0{,}3$ (Binomialverteilung) für einen

a) linksseitigen
b) rechtsseitigen
c) zweiseitigen Signifikanztest,

Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$, Stichprobenlänge $n = 100$.

Binomialverteilung $n = 100$, $p = 0{,}3$

| $k$ | $P(X \le k)$ | $k$ | $P(X \le k)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,0000 | 26 | 0,2244 |
| 1 | 0,0000 | 27 | 0,2964 |
| 2 | 0,0000 | 28 | 0,3768 |
| 3 | 0,0000 | 29 | 0,4623 |
| 4 | 0,0000 | 30 | 0,5491 |
| 5 | 0,0000 | 31 | 0,6331 |
| 6 | 0,0000 | 32 | 0,7107 |
| 7 | 0,0000 | 33 | 0,7793 |
| 8 | 0,0000 | 34 | 0,8371 |
| 9 | 0,0000 | 35 | 0,8839 |
| 10 | 0,0000 | 36 | 0,9201 |
| 11 | 0,0000 | 37 | 0,9470 |
| 12 | 0,0000 | 38 | 0,9660 |
| 13 | 0,0001 | 39 | 0,9790 |
| 14 | 0,0002 | 40 | 0,9875 |
| 15 | 0,0004 | 41 | 0,9928 |
| 16 | 0,0010 | 42 | 0,9960 |
| 17 | 0,0022 | 43 | 0,9979 |
| 18 | 0,0045 | 44 | 0,9989 |
| 19 | 0,0089 | 45 | 0,9995 |
| 20 | 0,0165 | 46 | 0,9997 |
| 21 | 0,0288 | 47 | 0,9999 |
| 22 | 0,0479 | 48 | 0,9999 |
| 23 | 0,0755 | 49 | 1,0000 |
| 24 | 0,1136 | 50 | 1,0000 |
| 25 | 0,1631 | 51 | 1,0000 |

*Lösung:*

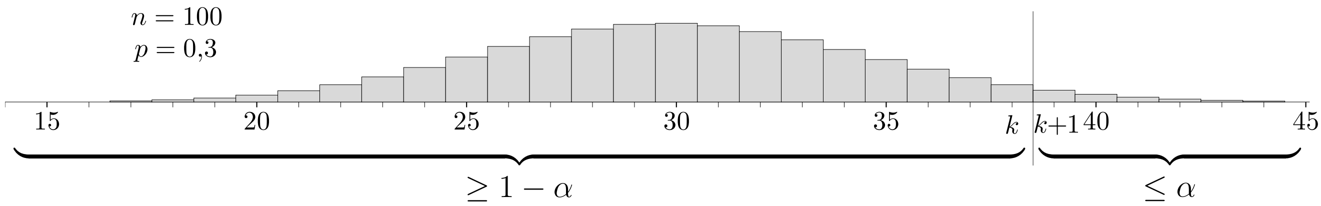
a) $\overline{A} = \{0, \ldots, 22\}$
Suche das größte $k$ mit $P(X \le k) \le \alpha$.

b) $\overline{A} = \{39, \ldots, 100\}$
$1 - \alpha = 0{,}95$
Suche das kleinste $k$ mit $P(X \le k) \ge 1 - \alpha$,
$\overline{A}$ beginnt dann mit $k + 1$, siehe unten.

c) $\overline{A} = \{0, \ldots, 20\} \cup \{40, \ldots, 100\}$
$\alpha$ wird auf beide Bereiche aufgeteilt.

Mit dem GTR kann die Tabelle erzeugt werden mit:

Y1 = binomcdf(100, 0.3, X) (Y-Editor)
2nd TBLSET
Anfangswert: TblStart, hier z. B. 10,
Schrittweite: △ Tbl = 1
2nd TABLE



# Ablehnungsbereich mit Tabellen  Fortsetzung

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese
$H_0$: $p = 0{,}25$ (Binomialverteilung ) für einen

a) linksseitigen
b) rechtsseitigen
c) zweiseitigen  Signifikanztest,
   Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$, Stichprobenlänge $n = 100$.

Binomialverteilung $n = 100$, $p = 0{,}25$

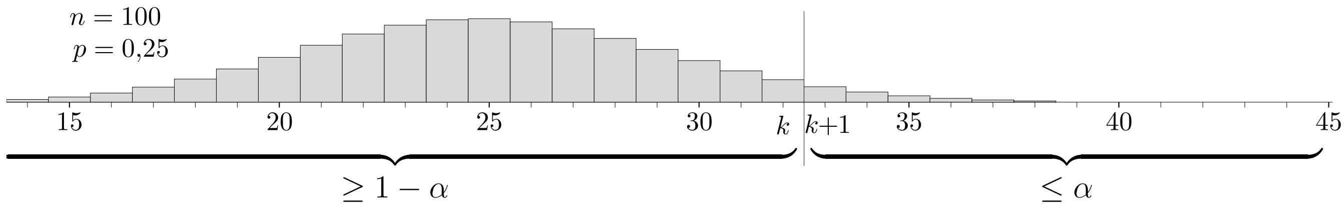
| $k$ | $P(X \leq k)$ | $k$ | $P(X \leq k)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,0000 | 26 | 0,6417 |
| 1 | 0,0000 | 27 | 0,7224 |
| 2 | 0,0000 | 28 | 0,7925 |
| 3 | 0,0000 | 29 | 0,8505 |
| 4 | 0,0000 | 30 | 0,8962 |
| 5 | 0,0000 | 31 | 0,9307 |
| 6 | 0,0000 | 32 | 0,9554 |
| 7 | 0,0000 | 33 | 0,9724 |
| 8 | 0,0000 | 34 | 0,9836 |
| 9 | 0,0000 | 35 | 0,9906 |
| 10 | 0,0001 | 36 | 0,9948 |
| 11 | 0,0004 | 37 | 0,9973 |
| 12 | 0,0010 | 38 | 0,9986 |
| 13 | 0,0025 | 39 | 0,9993 |
| 14 | 0,0054 | 40 | 0,9997 |
| 15 | 0,0111 | 41 | 0,9999 |
| 16 | 0,0211 | 42 | 0,9999 |
| 17 | 0,0376 | 43 | 1,0000 |
| 18 | 0,0630 | 44 | 1,0000 |
| 19 | 0,0995 | 45 | 1,0000 |
| 20 | 0,1488 | 46 | 1,0000 |
| 21 | 0,2114 | 47 | 1,0000 |
| 22 | 0,2864 | 48 | 1,0000 |
| 23 | 0,3711 | 49 | 1,0000 |
| 24 | 0,4617 | 50 | 1,0000 |
| 25 | 0,5535 | 51 | 1,0000 |

*Lösung:*

a) $\overline{A} = \{0, \ldots, 17\}$
   Suche das größte $k$ mit $P(X \leq k) \leq \alpha$.

b) $\overline{A} = \{33, \ldots, 100\}$
   $1 - \alpha = 0{,}95$
   Suche das kleinste $k$ mit $P(X \leq k) \geq 1 - \alpha$,
   $\overline{A}$ beginnt dann mit $k + 1$, siehe unten.

c) $\overline{A} = \{0, \ldots, 16\} \cup \{35, \ldots, 100\}$
   $\alpha$ wird auf beide Bereiche aufgeteilt.



# Ablehnungsbereich mit dem GTR    Normalverteilung

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese
$H_0$: $p = 0{,}3$ für einen

a) linksseitigen
b) rechtsseitigen
c) zweiseitigen  Signifikanztest,

Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
Approximation durch die Normalverteilung (stets für $\sigma > 3$ möglich).

*Lösung:*

a) $\overline{A} = \{0, \ldots, 22\}$

$\mu = n \cdot p = 30,\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 4{,}58$

$P(X \leq k) \approx \Phi\Big(\frac{k + 0{,}5 - \mu}{\sigma}\Big) \leq \alpha$

(größtes) $k + 0{,}5 \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma)$

$\iff$ (größtes) $k \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) - 0{,}5$

b) $\overline{A} = \{39, \ldots, 100\}$

$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1) \approx 1 - \Phi\Big(\frac{k - 1 + 0{,}5 - \mu}{\sigma}\Big) \leq \alpha$

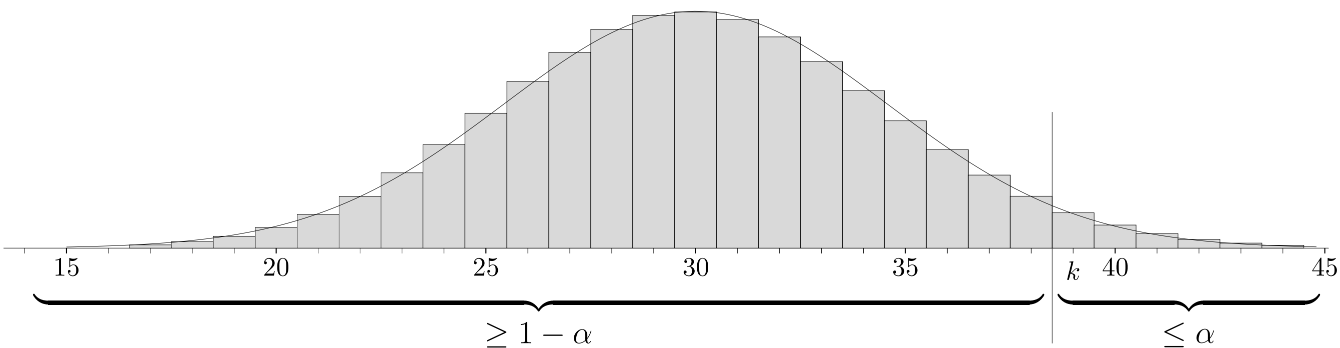
$\iff \Phi\Big(\frac{k - 1 + 0{,}5 - \mu}{\sigma}\Big) \geq 1 - \alpha$

(kleinstes) $k - 0{,}5 \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma)$

$\iff$ (kleinstes) $k \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma) + 0{,}5$ (siehe unten)

c) $\overline{A} = \{0, \ldots, 20\} \cup \{40, \ldots, 100\}$

$\alpha$ wird auf beide Bereiche aufgeteilt.



# Ablehnungsbereich mit dem GTR    Normalverteilung    Fortsetzung

Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese
$H_0$: $p = 0{,}25$ für einen

a) linksseitigen
b) rechtsseitigen
c) zweiseitigen   Signifikanztest,
   Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
   Approximation durch die Normalverteilung.

*Lösung:*

a) $\overline{A} = \{\,0, \ldots, 17\}$
   $\mu = n \cdot p = 25,\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 4{,}33$
   (größtes) $k \leq \text{invNorm}(\alpha, \mu, \sigma) - 0{,}5$

b) $\overline{A} = \{\,33, \ldots, 100\}$
   (kleinstes) $k \geq \text{invNorm}(1 - \alpha, \mu, \sigma) + 0{,}5$

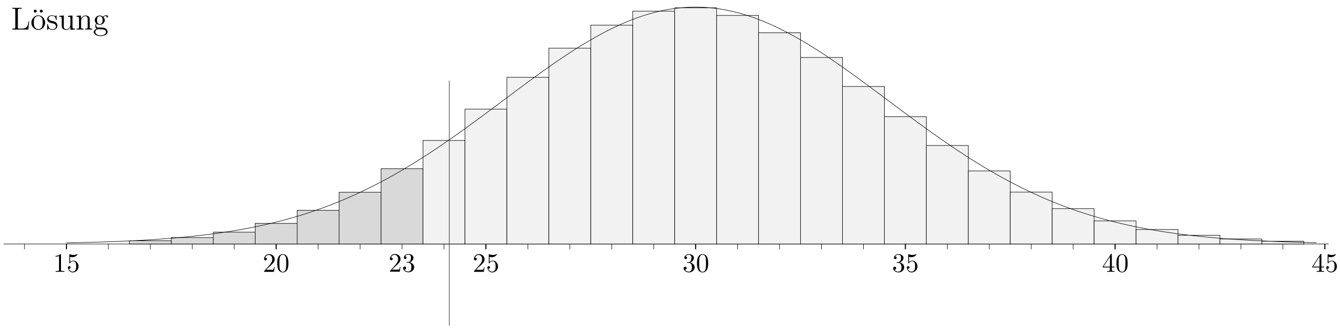
c) $\overline{A} = \{\,0, \ldots, 16\} \cup \{\,34, \ldots, 100\}$

# Ablehnungsbereich mit dem GTR   Normalverteilung   (vereinfacht)

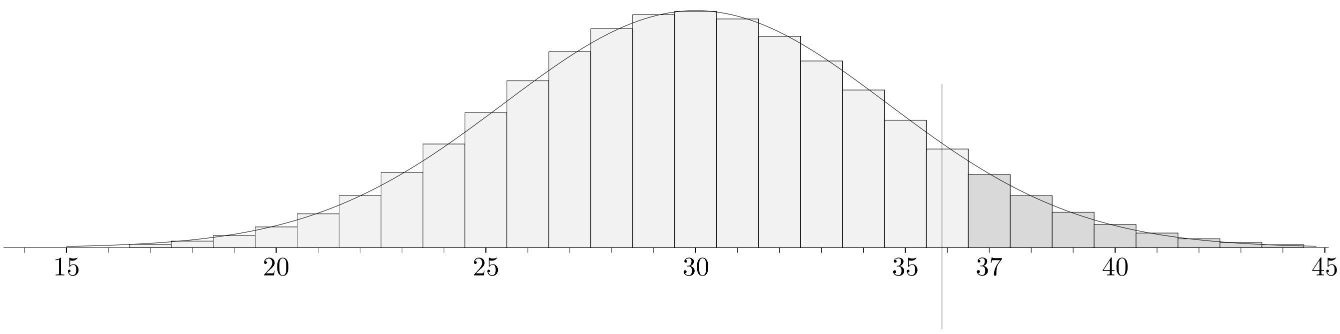
Gesucht ist der Ablehnungsbereich für die Nullhypothese
$H_0$: $p = 0{,}3$ für einen

a) linksseitigen
b) rechtsseitigen
c) zweiseitigen   Signifikanztest,
   Signifikanzniveau $\alpha = 10\,\%$, Stichprobenlänge $n = 100$,
   Approximation durch die Normalverteilung.

Lösung




a) Ermittle $k$ (auf eine Stelle) mit $P(X \le k) = \Phi\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right) = \alpha$   $k = 24{,}1$
   Suche das größte ganzzahlige $k$, dessen Rechteck vollständig links von der Grenze liegt.
   $\overline{A} = \{0, \ldots, 23\}$




b) Ermittle $k$ (auf eine Stelle) mit $P(X \le k) = \Phi\left(\frac{k-\mu}{\sigma}\right) = 1 - \alpha$   $k = 35{,}9$
   Suche das kleinste ganzzahlige $k$, dessen Rechteck vollständig rechts von der Grenze liegt.
   $\overline{A} = \{37, \ldots, 100\}$

c) $\overline{A} = \{0, \ldots, 21\} \cup \{39, \ldots, 100\}$
   $\alpha$ wird auf beide Bereiche aufgeteilt.