

# Grammatiken

Eine Grammatik besteht aus Ersetzungsregeln, die angeben, auf welche Weise Nicht-Terminalzeichen (sie stehen in den Klammern  $\langle \rangle$ ) durch Zeichenketten ersetzt werden. Eine formale Sprache besteht aus allen Wörtern aus Terminalzeichen, die durch wiederholte Anwendung der Ersetzungsregeln erzeugt werden können.

1. Gegeben ist die Grammatik mit den Terminalzeichen  $\{a, b\}$ . Aus welchen Wörtern besteht die Sprache? Geben Sie einen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert.

- 1.)  $\langle A \rangle \rightarrow a$
- 2.)  $\langle S \rangle \rightarrow b \langle A \rangle$
- 3.)  $\langle S \rangle \rightarrow a \langle S \rangle$

Besonders einfach sind die Ersetzungsregeln für reguläre Grammatiken; ein Nicht-Terminalzeichen wird jeweils durch ein Terminalzeichen oder durch ein Terminal- und ein Nicht-Terminalzeichen ersetzt. Die regulären Sprachen sind - wie sich zeigen lässt - genau diejenigen Sprachen, die von einem endlichen Automaten akzeptiert werden.

2. Wie lautet eine Grammatik für die Sprache  $L = \{a^n b^n, n = 1, 2, \dots\}$ ?

Diese Sprache kann nicht von einem endlichen Automaten erkannt werden. Hierzu ist ein sogenannter Kellerautomat erforderlich. Er verfügt zusätzlich über einen Stapel, auf dessen oberste Stelle er lesend und schreibend zugreifen kann. Die Arbeitsweise eines Kellerautomaten hängt nun vom Eingabezeichen, vom inneren Zustand und von dem Zeichen ab, das zuoberst auf dem Stapel liegt. Kellerautomaten sind genau diejenigen Automaten, die die kontextfreien Sprachen akzeptieren, deren Ersetzungsregeln also auf der linken Seite lediglich ein Nicht-Terminalzeichen haben; die rechte Seite unterliegt keiner Einschränkung. Mit diesem Sprachtyp werden Programmiersprachen definiert, er kann Schachtelungen (Klammerstrukturen) verarbeiten.

3. Gegeben ist die Grammatik mit den Terminalzeichen  $\{0, 1\}$ . Aus welchen Wörtern besteht die Sprache? Geben Sie einen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert.

- |   |   |
|---|---|
| 1.) $\langle A \rangle \rightarrow 1$                   | 4.) $\langle S \rangle \rightarrow 0$                   |
| 2.) $\langle A \rangle \rightarrow \langle A \rangle 0$ | 5.) $\langle S \rangle \rightarrow \langle S \rangle 0$ |
| 3.) $\langle A \rangle \rightarrow \langle S \rangle 1$ | 6.) $\langle S \rangle \rightarrow \langle A \rangle 1$ |

4. Gegeben ist die Grammatik mit den Terminalzeichen  $\{a, b, c\}$ .  
Aus welchen Wörtern besteht die Sprache?

- |   |   |
|---|---|
| 1.) $\langle S \rangle \rightarrow a \langle B \rangle$                   | 4.) $c \langle A \rangle \rightarrow \langle A \rangle c$                   |
| 2.) $\langle S \rangle \rightarrow a \langle S \rangle \langle A \rangle$ | 5.) $\langle B \rangle \langle A \rangle \rightarrow b \langle B \rangle c$ |
| 3.) $\langle B \rangle \rightarrow bc$                                    |   |

Die Grammatik in 4. heißt kontextsensitiv, denn die Nicht-Terminalzeichen können nur ersetzt werden, wenn ein gewisser Kontext gegeben ist.