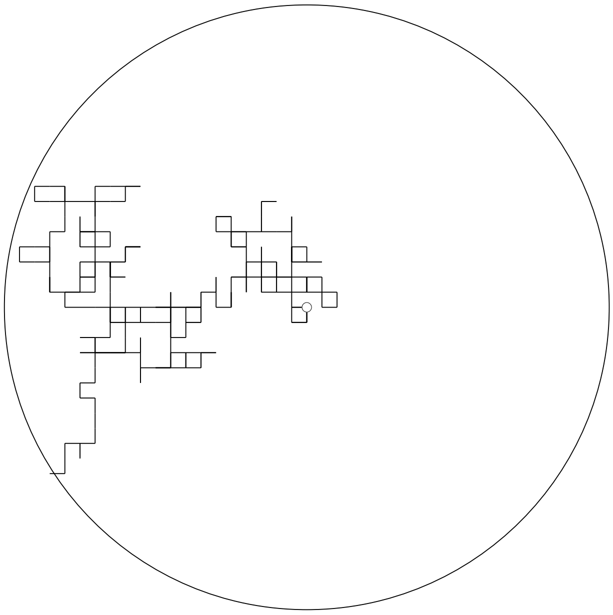
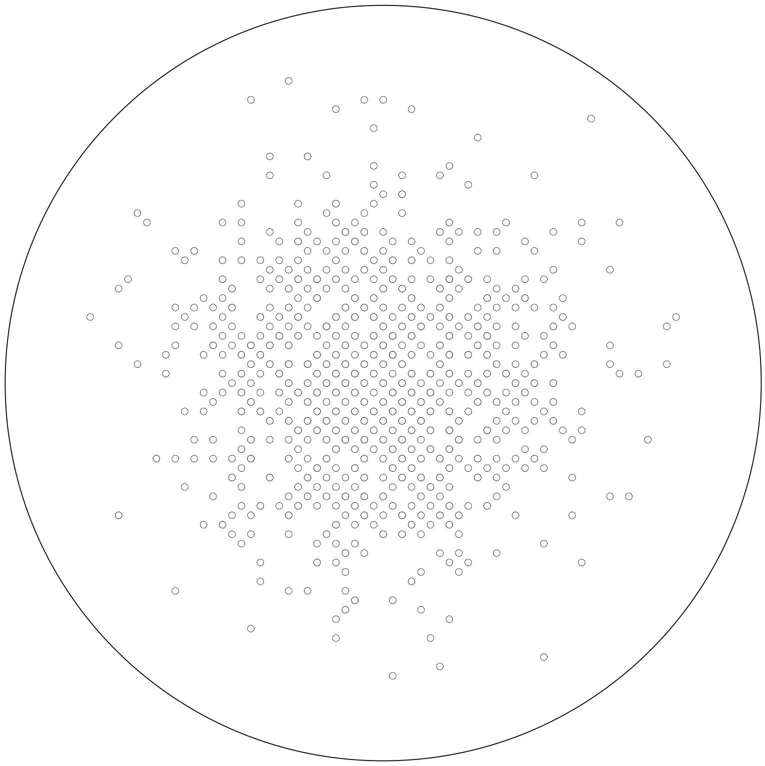
Random Walk in der Ebene



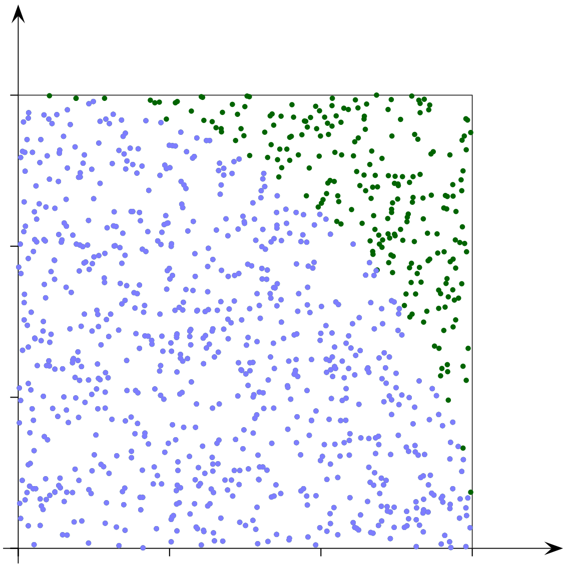
Wie viele Schritte werden im Schnitt benötigt, um den Rand zu erreichen?

Bestimme für je n Schritte die Endposition von N Durchläufen.
Mit welchen Phänomenen ist die Verteilung der Endpositionen vergleichbar?
Welche Bedingungen verursachen allgemein derartige Verteilungen?



Monte-Carlo-Methode

π soll durch Simulation ermittelt werden.



Abkühlung

In einem Labor wird ein Körper mit der Temperatur $50°C$ zum Zeitpunkt $x = 0$ zum Abkühlen in einen Raum gebracht. Die Raumtemperatur beträgt $0°C$ und wird linear um $10°C$ pro Stunde erhöht.

Die Differentialgleichung lautet: $y'(x) = -(y(x) - 10x)$, Anfangswert ist $y(0) = 50$.

Ermittle die diskrete Näherungslösung der Differentialgleichung
für die nächsten sechs Werte, Schrittweite $h = 0{,}5$.
Variiere die Schrittweite und stelle den Abkühlungsprozess grafisch dar.

Abkühlung

In einem Labor wird ein Körper mit der Temperatur $50°C$ zum Zeitpunkt $x = 0$ zum Abkühlen in einen Raum gebracht. Die Raumtemperatur beträgt $0°C$ und wird linear um $10°C$ pro Stunde erhöht.

Die Differentialgleichung lautet: $y'(x) = -\,(y(x) - 10x)$, Anfangswert ist $y(0) = 50$.

Ermittle die diskrete Näherungslösung der Differentialgleichung
für die nächsten sechs Werte, Schrittweite $h = 0{,}5$.
Variiere die Schrittweite und stelle den Abkühlungsprozess grafisch dar.

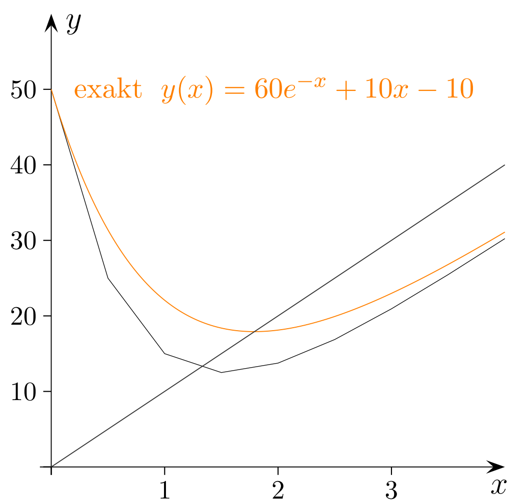
Für eine diskrete Näherungslösung einer Differentialgleichung wird $y'(x)$ durch $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{h}$ ersetzt und nach y_{n+1} aufgelöst. y_{n+1} kann dann iterativ errechnet werden.

Diskrete Näherungslösung:

$$y_{n+1} \;=\; y_n + (10\,x_n - y_n)\cdot 0{,}5 \quad\Longleftrightarrow\quad y_{n+1} \;=\; 0{,}5\,y_n + 5\,x_n$$

Anfangswert: $y_0 = 50$

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Näherung	50	25	15	12,5	13,8	16,9	20,9



Fressen und Gefressen werden, das Räuber-Beute-Modell

Aufzeichnungen (1850-1950) der Hudson-Bay-Company über den Eingang der Felle von Luchsen und Schneehasen zeigen regelmässige Schwankungen mit einer Periode von 6,9 Jahren.

Je mehr Beutetiere vorhanden sind, desto mehr Räuber finden Nahrung.
Die Population der Räuber nimmt daher zu. Durch die Vernichtung der Beutetiere sinkt auf Grund der fehlenden Nahrung die Anzahl der Räuber.

A. Lotka und V. Volterra formulierten um 1925 unabhängig voneinander die nach ihnen benannten Gleichungen, um diese Populationsschwankungen zu modellieren,
$f(t)$ Anzahl der Beutetiere, $g(t)$ Anzahl der Räuber, jeweils zum Zeitpunkt t.

$$\begin{aligned} f'(t) &= \alpha f(t) + \beta f(t) \cdot g(t), \qquad \alpha > 0, \quad \beta < 0 \\ g'(t) &= \gamma g(t) + \delta f(t) \cdot g(t), \qquad \gamma < 0, \quad \delta > 0 \end{aligned}$$

$f(t) \cdot g(t)$ ist proportional zur Anzahl der Begegnungen,
für Hasen in der Regel weniger erfreulich als für Luchse.

Erläutere die Gleichungen.
Stelle für $\alpha = 0{,}25,\ \beta = -0{,}01,\ \gamma = -1{,}00,\ \delta = 0{,}01$
und den Startwerten $f(0) = 80$ und $g(0) = 30$
die Entwicklung der Populationen für die Zeit $[0, 30]$ (in Jahren) grafisch dar.
Erstelle auch ein Phasendiagramm. Es besteht aus den Punkten $(f(t) \,|\, g(t))$.

Duplikatssuche

Gegeben ist eine endliche Folge natürlicher Zahlen. Es soll festgestellt werden, ob alle Elemente der Folge paarweise verschieden sind, oder ob darin mindestens zwei gleiche Elemente auftreten.

Duplikatssuche

Gegeben ist eine endliche Folge natürlicher Zahlen. Es soll festgestellt werden, ob alle Elemente der Folge paarweise verschieden sind, oder ob darin mindestens zwei gleiche Elemente auftreten. Untersuche auch die Komplexität (Zeitaufwand und Speicherplatzbedarf).

Maximale Abschnittssumme

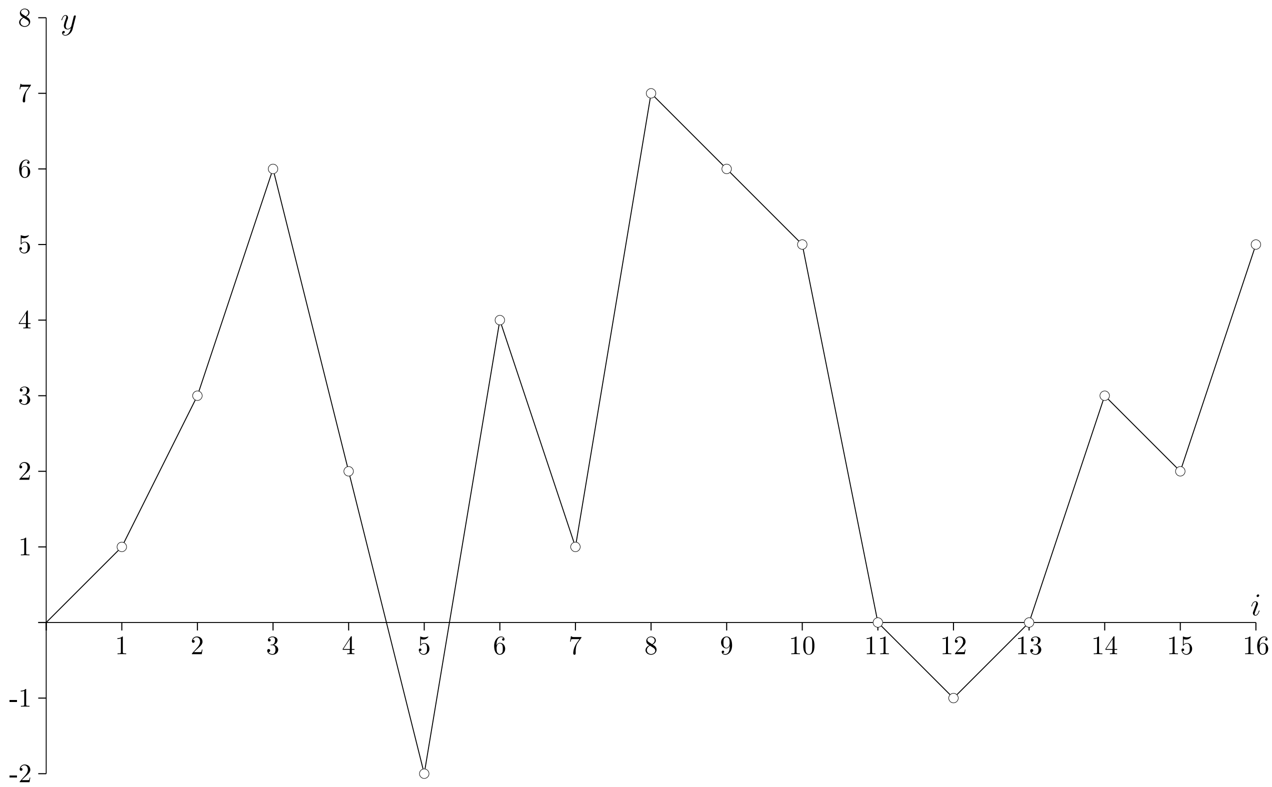
Gegeben ist eine endliche Folge ganzer Zahlen. Gesucht ist eine zusammenhängende Teilfolge mit maximaler Summe.

Besteht die Folge beispielsweise aus den Zahlen $31, -41, 59, 26, -53, 58, 97, -93, -23, 84$, so ist $59 + 26 - 53 + 58 + 97 = 187$ die maximale Abschnittssumme.

Maximale Abschnittssumme

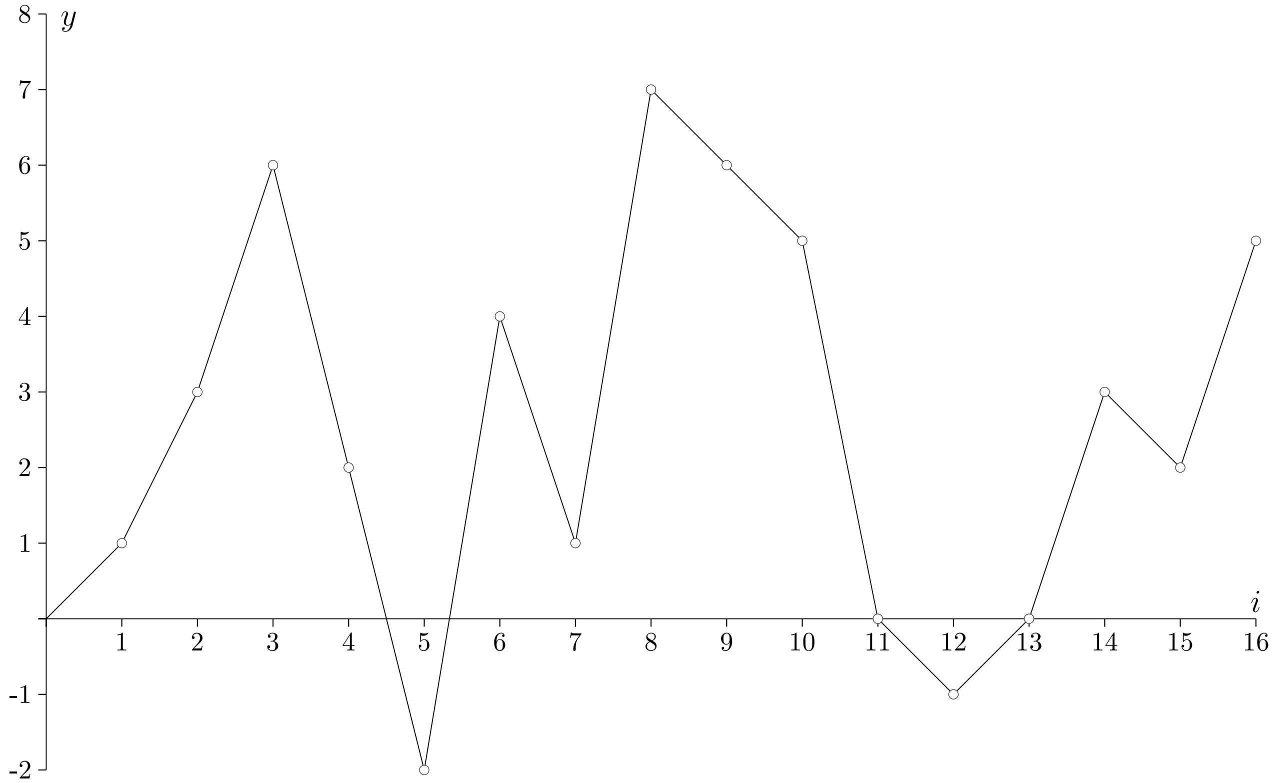
Gegeben ist eine endliche Folge ganzer Zahlen. Gesucht ist eine zusammenhängende Teilfolge mit maximaler Summe.

Anhand einer Grafik für $i \longrightarrow a[1] + a[2] + \ldots + a[i]$
wird ein linearer Algorithmus erkennbar.
Rekonstruiere die Folge.



Maximale Abschnittssumme

Gegeben ist eine endliche Folge ganzer Zahlen. Gesucht ist eine zusammenhängende Teilfolge mit maximaler Summe.



Eingabe: Folge der Zahlen $a[i]$ mit $i = 1, 2, \ldots, n$

Maximum $= 0$, AbschnittsMaximum $= 0$

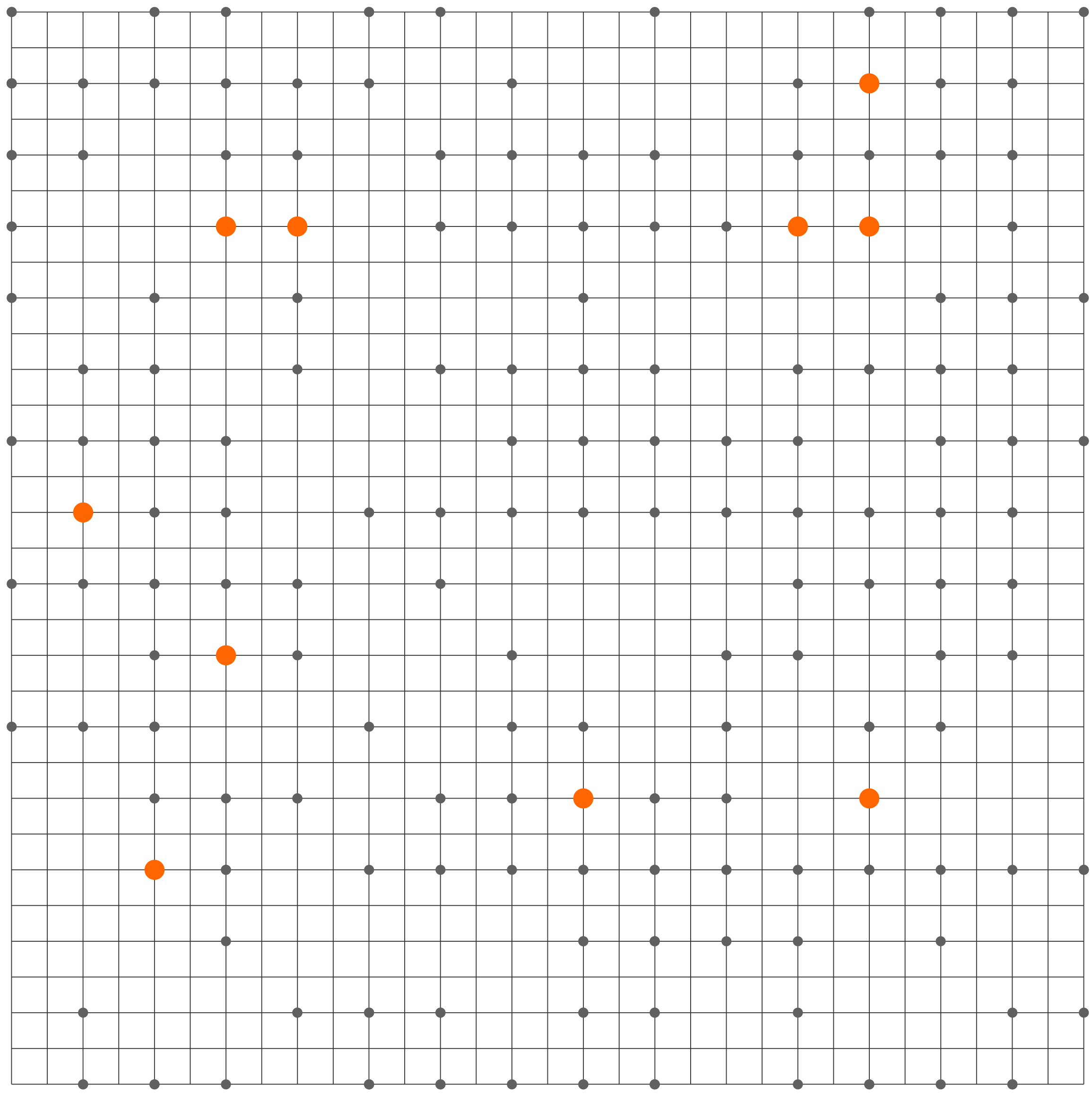
wiederhole für $i = 1, \ldots, n$

AbschnittsMaximum $=$ max(AbschnittsMaximum $+ a[i], 0)$

Maximum $=$ max(Maximum, AbschnittsMaximum)

Ausgabe: Maximum

Simulation eines Ökosystems



Das System besteht aus Haien und Fischen.
Beginne mit einer zufälligen Verteilung und füge schrittweise sinnvolle Regeln hinzu.

Versuche, ein Aussterben der Haie und Fische zu vermeiden.

Mögliche Regeln
Ein Fisch schwimmt pro Takt zu einem freien Nachbarpunkt.
Ein Hai verhält sich ebenso, falls kein Fisch in der Nähe ist, ansonsten frisst er diesen.
Fische und Haie können erst in einem bestimmten Alter Nachkommen haben.
Die Lebensdauer der Fische ist begrenzt.
Ein Hai kommt nur für eine gewisse Zeit ohne Nahrung aus.

Siehe auch: weitere Aufgaben
Startseite