Leibnizschule Hannover

- Seminararbeit -

Modellierung von Ausflussvorgängen

J. I.

Schuljahr: 2010

Fach: Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

1.1 Vorwort

Diese Seminararbeit setzt sich damit auseinander, wie sich der Ausfluss von Wasser aus verschieden geformten Körpern in Abhängigkeit von der Zeit verhält. Für diese Untersuchungen werde ich ausgewählte Gesetze der Strömungsmechanik herleiten und verwenden.

1.2 Vorbereitung

Anfangs galt es, für dieses Thema Informationen zu sammeln, was sich als äußerst schwierig erwies. Es ist nur wenig für mich geeignete Literatur zu finden, die sich mit diesem Teilbereich der Strömungsmechanik beschäftigt. Die Strömungsmechanik spielt eine immer größer werdende Rolle, was man einem Zitat der Technischen Fakultät der Friedrich-Alexander-Universität[1] entnehmen kann: „Die Bedeutung strömungsmechanischer Untersuchungen, gekoppelt mit Wärme- und Stoffübertragung, macht es heute erforderlich, die Behandlung solcher Vorgänge mit modernen experimentellen und numerischen Methoden anzugehen.“ Schließlich stellte sich folgende Frage: Ist es möglich, anhand einer von mir aufzustellenden, allgemein geltenden Ausströmungsfunktion Rückschlüsse auf die Form des Ausflusskörpers zu ziehen. Zunächst beschäftigt sich diese Arbeit mit dem Zylinder, um anhand dieses relativ einfachen geometrischen Körpers die Verwendung der Strömungsgesetze zu erproben. Später werden auch andere geometrische Körper behandelt. Zentrale Betrachtung wird sein: Wie verändert sich der Füllungszustand in Abhängigkeit von der Zeit.

[1] http://bionik.fbsm.hs-bremen.de/downloads/news/2009-Stroemungsmechanik-erlangen.pdf

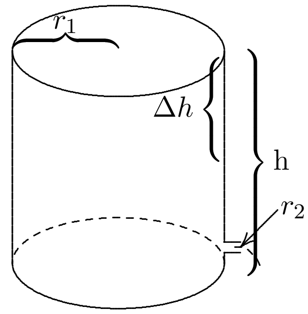
2 Ausflussvorgang bei konstantem Querschnitt

2.1 Herleitung

Um die Formel für den Ausflussvorgang herleiten zu können, muss man zunächst die Zusammenhänge zwischen der Wasserstandshöhe h, der Ausflussgeschwindigkeit v, dem Volumen des ausgeflossenen Wassers ΔV und der Wasseroberfläche Q beim Ausfluss aus einem Behältnis in Gleichungen darstellen. Durch Verwendung verschiedener Formeln soll der direkte Zusammenhang zwischen der Zeit t und der Wasserstandshöhe h gezeigt werden.

(I) Die Geschwindigkeit, mit der das Wasser den Behälter verlässt (egal ob horizontal oder vertikal), ist gleich der Geschwindigkeit, die ein Wasserteilchen beim Fall von der Wasseroberfläche zum Boden des Behälters, also auf der Strecke h erreichen würde. Es gilt dann für die Geschwindigkeit (gemäß Gesetz von Evangelista Torricelli (1608 - 1647)):

$$v = \sqrt{2g \cdot h} \qquad g = \text{Erdbeschleunigung}$$



$$Q = \pi \cdot r_1^2$$
$$q = \pi \cdot r_2^2$$

(II) Die Menge des ausgeflossenen Wassers V lässt sich über die Querschnittsfläche Q und die sich zur Zeit t ändernde Höhe h bestimmen:

$$\Delta V = \Delta h \cdot Q$$

(III) Über den Abfluss lässt sich ein zweitesmal die Menge des ausgeflossenen Wassers bestimmen, denn das Wasser verlässt den Körper in Form eines Zylinders, mit der Querschnittsfläche q. Die Geschwindigkeit v bleibt in der Horizontalen wie beim „waagerechten Wurf“ konstant.
Das Volumen ist dann:

$$\Delta V = q \cdot \Delta s \qquad \Delta s \text{ Länge der Ausflusssäule}$$

(IV) Δs wird ersetzt durch:

$$v = \Delta s / \Delta t \qquad \Rightarrow \qquad \Delta s = v \cdot \Delta t$$

v wird jetzt durch (I) ersetzt:

$$\Delta s = \sqrt{2g \cdot h} \cdot \Delta t$$

Man erhält durch Gleichsetzen von (II) und (III) und Ersetzen von s die Gleichung:

$$Q \cdot \Delta h = q \cdot \sqrt{2g \cdot h} \cdot \Delta t$$

Durch Umformen dieser Gleichung und Ersetzen des Differenzenquotienten durch den Differentialquotienten ergeben sich folgende Ausführungen:

$$Q \cdot \Delta h = q \cdot \sqrt{2g \cdot h} \cdot \Delta t \qquad \rightarrow \qquad \tfrac{\Delta h}{\Delta t} = \tfrac{q \cdot \sqrt{2g}}{Q} \cdot \sqrt{h}$$

$$\lim_{t \to 0} \tfrac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$$

Indem Δt gegen Null strebt, nähert sich der Quotient $\tfrac{\Delta h}{\Delta t}$ der Steigung $\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ der Funktion an der Stelle t an.
Für $\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ kann man $h'(t)$ schreiben und erhält eine Differentialgleichung 1. Ordnung.

$$\boxed{h'(t) = \tfrac{q\sqrt{2 \cdot g}}{Q} \cdot \sqrt{h(t)}}$$

In dieser Gleichung ist $\tfrac{q\sqrt{2 \cdot g}}{Q}$ eine Konstante. Also kann man sie durch k ersetzen und so die DGL[1] zum Lösen vereinfachen:

$$\boxed{h'(t) = k \cdot \sqrt{h(t)}}$$

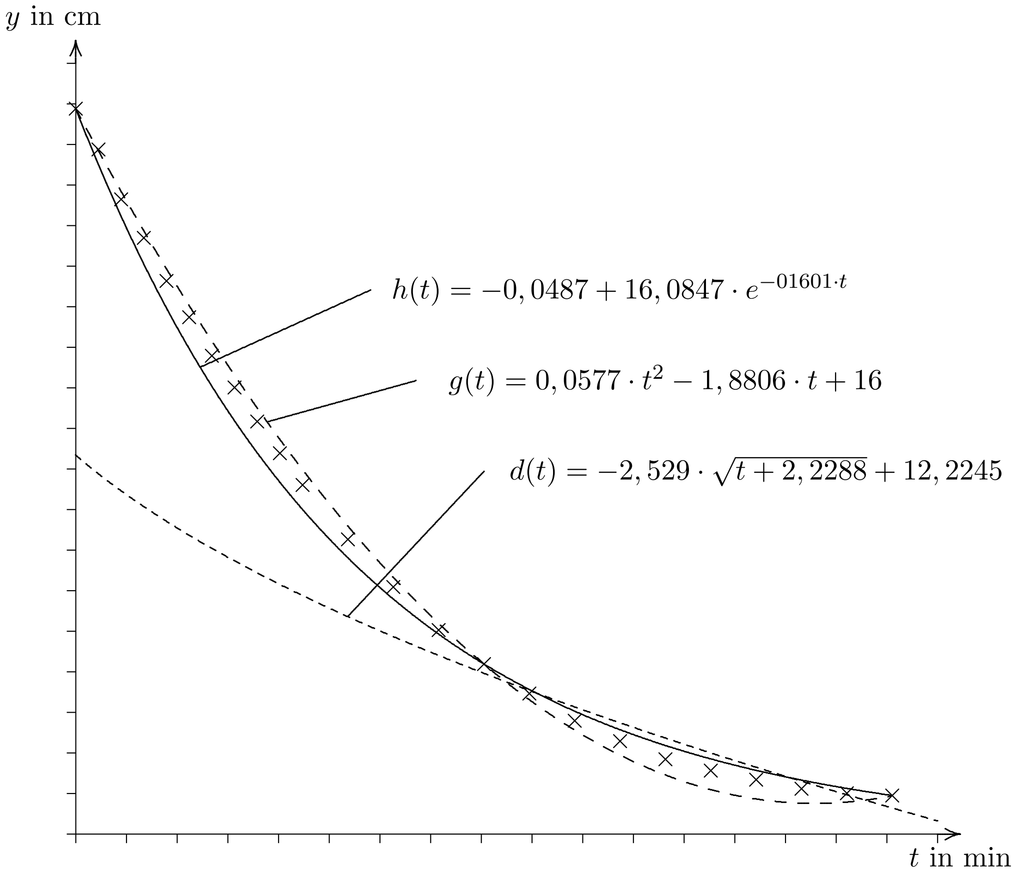
[1] Differentialgleichung

2.2 Lösen der Differentialgleichung

Die Differentialgleichung für den Vorgang ist hergeleitet. Doch welche Funktion erfüllt die gestellte Bedingung?
Man schaut sich dazu zunächst einmal den Graphen eines Flüssigkeitsablaufes an und stellt zusätzlich drei Funktionen (e-Funktion, quadrat. Funktion, Wurzelfunktion) mit den für die Messwerte ermittelten Parametern[2] dar. Erste Annahmen über die Eignung dieser Funktionen lässt dies zu:

Messwerte:(×)

Zeit	Höhe
0	16
0,5	15,1
1	14
1,5	13,15
2	12,2
2,5	11,4
3	10,55
3,5	9,85
4	9,1
4,5	8,4
5	7,7
6	6,5
7	5,45
8	4,5
9	3,75
10	3,1
11	2,5
12	2,05
13	1,65
14	1,4
15	1,2
16	1
17	0,9
18	0,85



Wie in der Graphik zu sehen, sind die e-Funktion und die Quadrat-Funktion der Kurve der Messwerte am ähnlichsten. Die Wurzelfunktion reißt jedoch völlig aus. Sie verläuft nicht einmal durch den Funktionswert zum Zeitpunkt Null, obwohl dieser auch ins Gleichungssystem der Wurzelfunktion eingesetzt wurde.
Aber welche der Funktionen erfüllt nun die DGL?

[2] die Parameter der Funktionen wurden mit Maple bestimmt

(I) Die e-**Funktion**:
Es gilt $h'(t) = k \cdot \sqrt{h(t)}$ für die DGL. Also ergibt die Funktion $h(t) = a + b \cdot e^{ct}$ und ihre Ableitung $h'(t) = b \cdot c \cdot e^{ct}$ eingesetzt in die DGL:

$$b \cdot c \cdot e^{ct} = k \cdot \sqrt{a + b \cdot e^{ct}}$$

Zunächst vereinfacht man die Gleichung und quadriert diese, um die Wurzel zu entfernen:

$$b^2 \cdot c^2 \cdot e^{2ct} = k^2 \cdot (a + b \cdot e^{ct})$$

Hier wäre bereits die Gleichung nicht erfüllt. Denn bei $a \neq 0$ würde sich die Funktion auf der y-Achse verschieben. Für $a = 0$ gilt:

$$\begin{aligned} b^2 \cdot c^2 \cdot e^{2ct} &= k^2 \cdot (b \cdot e^{ct}) \\ \tfrac{b^2 \cdot c^2}{k^2} \cdot e^{2ct} &= b \cdot e^{ct} \\ \tfrac{b^2 \cdot c^2}{k^2} \cdot e^{2ct} - b \cdot e^{ct} &= 0 \\ e^{ct} \cdot (\tfrac{b^2 \cdot c^2}{k^2} \cdot e^{ct} - b) &= 0 \end{aligned}$$

Die Klammer muss nun gleich Null sein, denn $e^{ct} \neq 0$:

$$\begin{aligned} \tfrac{b^2 \cdot c^2}{k^2} \cdot e^{ct} - b &= 0 \\ e^{ct} &= b \cdot \tfrac{k^2}{b^2 \cdot c^2} \end{aligned}$$

Da $b \cdot \frac{k^2}{b^2 \cdot c^2}$ konstant ist, ist die Gleichung nicht erfüllt und die Funktion

$$h(t) = a + b \cdot e^{ct}$$

realisiert die DGL nicht.

(II) Die **Quadratische Gleichung**
In Anlehnung an die Überlegungen zur e-Funktion folgt hier:

$$\begin{aligned} 2 \cdot a \cdot t + b &= -k \cdot \sqrt{a \cdot t^2 + b \cdot t + c} \\ 4 \cdot a^2 \cdot t^2 + 4a \cdot t \cdot b + b^2 &= -k^2 \cdot (a \cdot t^2 + b \cdot t + c) \end{aligned}$$

Durch Umformen obiger Gleichung folgt:

$$\begin{aligned} 4 \cdot a^2 \cdot t^2 - k^2 \cdot a \cdot t^2 + 4a \cdot t \cdot b - k^2 \cdot b \cdot t + b^2 - k^2 \cdot t &= 0 \\ t^2 \cdot (4a^2 - k^2 \cdot a) + t \cdot (4 \cdot a \cdot b - k^2 \cdot b) + (b + k^2 \cdot c) &= 0 \end{aligned}$$

Der Wert jeder Klammer muss Null sein, um die Kondition einzuhalten:

a)

$$\begin{aligned} 4a^2 - k^2 \cdot a &= 0 \\ a^2 &= \tfrac{k^2 \cdot a}{4} \\ a &= \tfrac{k^2}{4} \end{aligned}$$

a kann die Bedingung für die Klammer erfüllen, ist jedoch an k gebunden, sodass folgendes gilt:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\frac{q\sqrt{2 \cdot g}}{Q}^2}{4} \\ a &= \frac{2g \cdot \frac{q^2}{Q^2}}{4} \\ a &= \tfrac{g}{2} \cdot \tfrac{q^2}{Q^2} \end{aligned}$$

b)

$$4 \cdot a \cdot b - k^2 \cdot b = 0$$

$$b \cdot (4 \cdot a - k^2) = 0$$

Die Bedingung ist erfüllt, wenn a) erfüllt ist.

c)

$$\begin{aligned} b^2 - k^2 \cdot c &= 0 \\ b^2 &= -k^2 \cdot c \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Die Quadratische Funktion erfüllt die DGL solange $c > 0$ ist.

(III) Die **Wurzel-Funktion** :

$$d(t) = a \cdot \sqrt{t+b} + c \qquad \Rightarrow \qquad d'(t) = \tfrac{a}{2 \cdot \sqrt{t+b}}$$

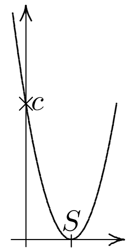
Durch Einsetzen in die DGL folgt:

$$\begin{aligned} \tfrac{a}{2 \cdot \sqrt{t+b}} &= k \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{t+b} + c} \\ \tfrac{a^2}{a \cdot 4 \cdot (t+b)} &= k \cdot (a\sqrt{t+b} + c) \\ \tfrac{a^2}{4 \cdot k^2} &= (t+b) \cdot (a \cdot \sqrt{t+b} + c) \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist nicht erfüllbar. Die Wurzel-Funktion kann die DGL nicht erfüllen und bestätigt die Vermutung, die aus dem Graphen hervorging.

2.3 Anwendung und Nutzbarkeit der Funktion

Wie eben bewiesen, erfüllt die Funktion $q(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ die DGL. Sie kann also den Ausflussvorgang beschreiben, aber nur solange es sich um einen Ausflusskörper mit gleichbleibenden Querschnitt handelt. Es könnte also auch ein Quader sein, aus dem die Flüssigkeit austritt, da auch bei diesem Körper die Querschnittsfläche konstant bleibt. Für die Parameter sind feste Bedingungen gegeben. c muss die Starthöhe sein, denn $q(0)$ muss größer Null sein und den Startwert definieren. Da die Parabel nach oben geöffnet ist, muss $a > 0$ sein. b muss kleiner als Null sein, denn der Scheitel der Parabel ist nach rechts verschoben. Man kann jetzt nach dem folgenden Schema die Ausströmungszeit errechnen. Als erstes bestimmt man dazu die Werte der Funktion:



$r_1 = 4,3cm \qquad r_2 = 0,08cm \qquad g = 981\frac{cm}{min^2} \cdot 60^2 \qquad h(0) = 16$

Der Wert von c kann sofort bestimmt werden, da der Funktionswert zur Zeit Null 16 sein muss. $c = 16$

Für die Parameter a und b waren Bedingungen über k festgelegt, somit gilt für k:

$k = \frac{q\sqrt{2 \cdot g}}{Q} \qquad q = \pi \cdot r_2^2 \qquad Q = \pi \cdot r_1^2$

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{2g} \cdot (\tfrac{r_2}{r_1})^2 \\ k &= \sqrt{2 \cdot 981\tfrac{cm}{min^2} \cdot 60^2} \cdot (\tfrac{0,8mm}{43mm})^2 \\ k &\approx 0,9199 \cdot \tfrac{\sqrt{cm}}{min} \end{aligned}$$

Für a gilt: $a = \frac{k^2}{4}$

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{0,9199^2}{4} \\ a &\approx 0,21156 \end{aligned}$$

Für b gilt: $b^2 = k^2 \cdot c$

$$\begin{aligned} b^2 &\approx 0,9199^2 \cdot 16 \\ b &\approx 0,9199 \cdot 4 \end{aligned}$$

Da beim Quadrieren von b das Vorzeichen verschwindet, muss ein Minus ergänzt werden, da $b < 0$ sein muss:

$$b \approx -3,6796$$

Die Funktion $q(t)$ (Wasserpegelstand in Abhängigkeit von der Zeit) lautet nun:

$$q(t) = 0,21156 \cdot t^2 - 0,9199 \cdot t + 16$$

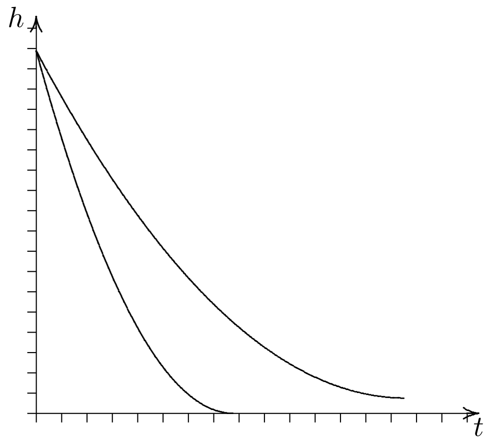
Um nun die Ausströmzeit zu errechnen, kann $q(t)$ entweder mit Null gleich gesetzt werden oder die allgemeine Bedingung für den Scheitel verwendet werden, da der Scheitel die Nullstelle ist.

$$t = -\frac{b}{2a}$$

Einsetzen:

$$\begin{aligned} t &= \frac{4 \cdot k}{0,5 \cdot k^2} \\ t &= \frac{8}{k} \\ t &\approx 8,7 \end{aligned}$$

Nach 8,7 min wäre damit der Ausströmvorgang abgeschlossen. Doch warum herrscht eine so starke Divergenz zwischen dem errechneten Ergebnis und dem experimentell bestimmten. Die größte Fehlerquelle ist voraussichtlich das Ausströmloch. Wenn der hydrostatische Druck kleiner wird, fließt das Wasser gegen Ende des Ausflussvorganges tröpfchenweise. Dies ist der Grund, dass die Messwerte nie den Wert Null erreichen. Desweiteren wurden Wiederstand, Viskosität und die Umwandlung von potentieller Energie[3] in kinetische Energie[4] völlig vernachlässigt. Dies sind Faktoren, die dem Strömungssystem Energie entziehen und so den Vorgang verlangsamen. Hier noch einmal die Funktion im Vergleich zur Kurve der Messwerte.

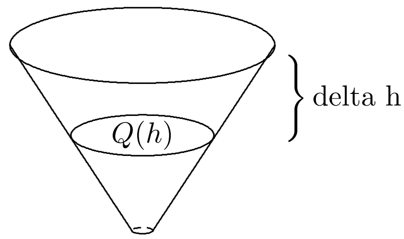


[3] ist in diesem Fall die Höhe h, aus der sich das Wasser bis zum Loch bewegt.

[4] die Geschwindigkeit, mit der das Wasser aus dem Loch austritt.

3 Ausflussvorgang bei variierendem Querschnitt

3.1 Herleitung



Ich betrachte zunächst einen konischen Körper mit der Flächenfunktion $Q(h)$, zum Beispiel einen Kegel. Alle Überlegungen, die bereits zum Zylinder gemacht wurden, lassen sich nun auf den Kegel übertragen. Die Geschwindigkeit v ist nach dem Gesetz von Torricelli in Abhängigkeit von der Höhe zu sehen, somit gilt: $v(t) = \sqrt{2 \cdot g \cdot h(t)}$.

Für den Ausfluss gilt $\Delta V = q \cdot v(t) \cdot \Delta t$ wie zuvor, denn q bleibt konstant. Nur der Schwund (das aus dem Kegel abfließende Volumen) ist abhängig von der Flächenfunktion $\Delta V = Q(h) \cdot \Delta h$. Gleichsetzen der Volumina und Ersetzen von v ergibt:

$$\begin{aligned} q \cdot v(t) \cdot \Delta t &= Q(h) \cdot \Delta h \\ q \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h(t)} \cdot \Delta t &= Q(h) \cdot \Delta h \end{aligned}$$

Diese Formel bedeutet, dass der Vorgang, der eigentlich dynamisch abläuft, jetzt in den Intervallen Δt und Δh betrachtet wird. Bei der Lösung würde es sich also nur um eine Näherung handeln, die umso genauer wird, je kleiner Δh gewählt wird. Um eine exakte Lösung zu bekommen, lässt man Δh gegen Null streben.

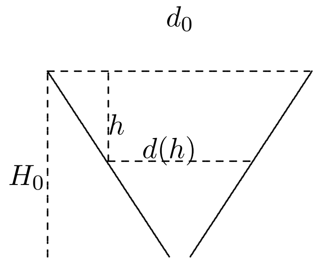
$$\begin{aligned} \Delta t &= \tfrac{1}{q \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \cdot Q(h) \cdot \Delta h \\ \Delta t &= \tfrac{1}{q \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot Q(h) \cdot \tfrac{1}{\sqrt{h}} \cdot \Delta h \end{aligned}$$

$$\lim_{h \to 0}$$

$$\boxed{t = \tfrac{1}{q \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{h_0}^{h_x} Q(h) \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}\, dh}$$

Um die Ausströmzeit des Wassers aus einem Körper zu bestimmen, muss man die Größe des Austrittsloches, Ausgangspegelstand (h_0) und die Flächenfunktion berücksichtigen.

3.1.1 Für den Kegel

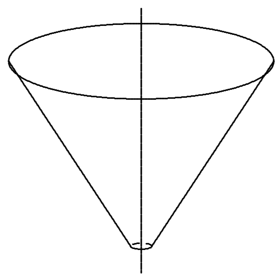


Es gibt eine zweite Möglichkeit die Formel herzuleiten. Unter Anwendung des Strahlensatzes gilt Folgendes: $\frac{H_0}{h} = \frac{d_0}{d(h)} \Rightarrow d(h) = d_0 \cdot \frac{h}{H_0}$

Die Gleichung $Q(h) = \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot d_0 \cdot \frac{h}{H_0})^2$, beschreibt die Fläche des Wasserspiegels in Abhängigkeit von der Höhe in einen Kegel. Durch Einsetzen dieser Formel in die allgemeingültige Formel der Ausströmzeit ergibt sich folgende Formel:

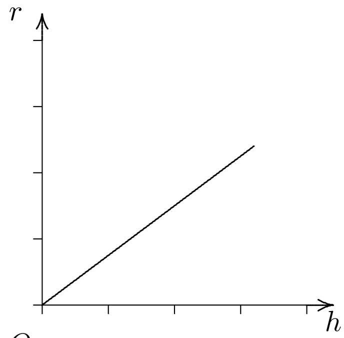
$$\boxed{t = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4 \cdot H_0^2 \cdot q \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{h_0}^{h_x} h^{\frac{3}{2}}\, dh}$$

3.2 Anwendung



Um die Ausflusskurve verschiedener Körper darstellen zu können, muss man zunächst deren Flächenfunktion aufstellen. Dazu lässt sich der rotationssymmetrische Körper parallel zur Rotationsachse durchtrennen und dann auf die x-Achse legen. Jetzt lässt sich die Funktion für den Radius bestimmen. Um zu Vereinfachen werden im Folgenden die Maßeinheiten vernachlässigt. Somit hat nebenstehender Kegel die Höhe 2 und den Radius 0,5, somit lautet die Funktion für den Radius:

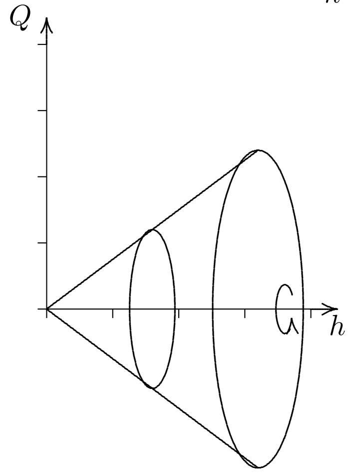
$$r(h) = 0,25 \cdot h$$



Um die Flächenfunktion zu bekommen, wird bei jedem h-Wert ein Kreis mit dem Radius $r(h)$ gezogen. Die Fläche jedes Kreises ist nach der Formel $A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$:

$$Q(h) = \pi \cdot (0,25 \cdot h)^2$$

$Q(h)$ kann in die Formel für den Ausfluss eingesetzt werden. q soll 0,5 sein.

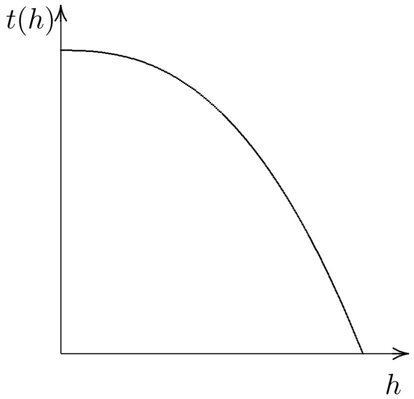


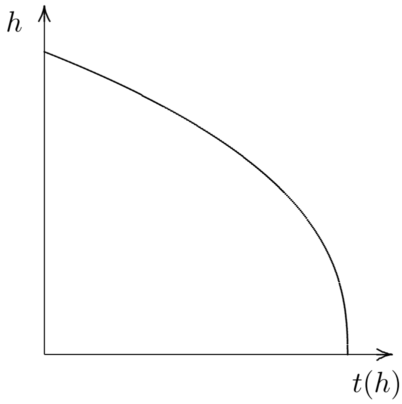
$$t = \frac{1 \cdot \pi \cdot 0{,}25^2}{0{,}5 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{h_0}^{h_x} h^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}\, dh$$

Hier ist $\pi \cdot 0,25^2$ bereits ausgeklammert und bleibt, da es eine Konstante ist, beim der Integration erhalten.

$$t = \frac{1 \cdot \pi \cdot 0{,}25^2}{0{,}5 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (\frac{2}{5} \cdot 2^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} \cdot h^{\frac{5}{2}})$$

Mit $g = 9,81$ sieht die Funktion aus wie folgt:

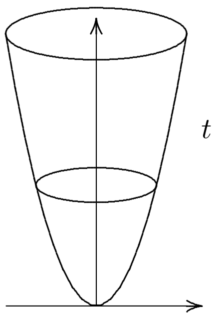




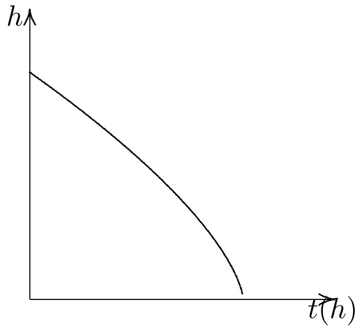
Aus diesem Diagramm lässt sich schlecht erkennen, wie sich der Flüssigkeitsstand verhält. Um die Anschaulichkeit zu verbessern, werden die Achsenbeschriftungen vertauscht.

3.3 Weitere Körper

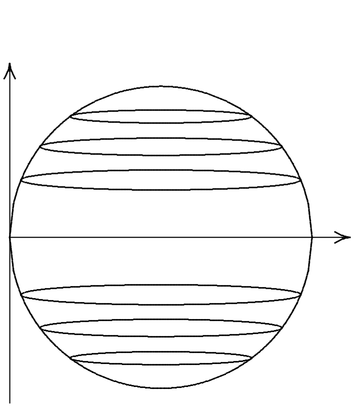
(I) Ein Glas mit dem Umriss einer Parabel:



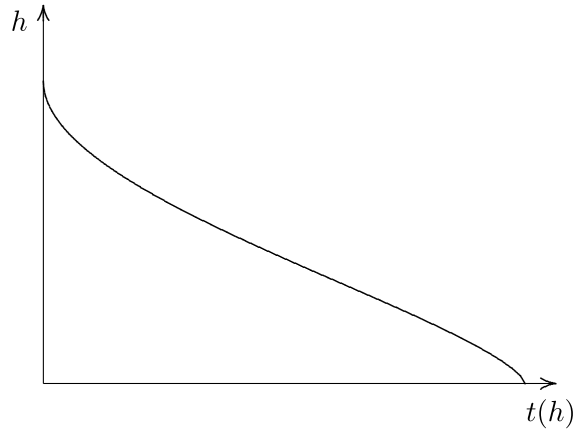
$$r(h) = \sqrt{h}$$
$$Q(h) = h \cdot \pi$$
$$q = 0,3 \; h = 20$$
$$t(h) = \frac{1}{0,3 \cdot \sqrt{9,81 \cdot 2}} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 20^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot h^{\frac{3}{2}}\right.$$



(II) Die Kugel:



$$\begin{aligned} r(h) &= \sqrt{10^2 - h^2} \\ Q(h) &= (10^2 - h^2) \cdot \pi \end{aligned}$$
$$q = 0,3 \; h = 10$$
$$t(h) = \frac{1}{0,3 \cdot \sqrt{9,81 \cdot 2}} \cdot ((\pi \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{\frac{3}{2}} - \pi \cdot \frac{2}{5} \cdot 10^{\frac{5}{2}}) - (\pi \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot h^{\frac{3}{2}} - \pi \cdot \frac{2}{5} \cdot h^{\frac{5}{2}}))$$



3.4 Linearer Ausfluss

Mehrere Körper wurden untersucht und ihre Ausflusskurven bestimmt, doch bei keinem dieser Ausflussvorgänge verhielt sich die Zeit proportional zum Flüssigkeitsstand. Wie müsste dieser Körper aussehen?
Die Funktion zu t würde lauten.

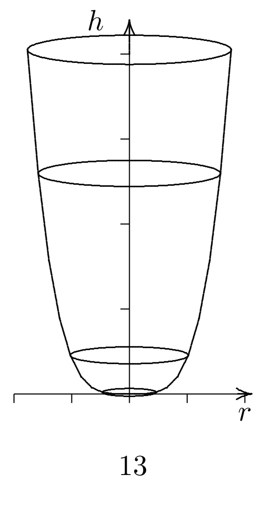
$$t(h) = \frac{1}{q \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (k \cdot h_o - k \cdot h_x)$$

Das bedeutet, dass vor dem Integrieren nur Konstanten vorhanden sein dürfen. Im Integral muss sich $\frac{1}{\sqrt{h}}$ wegkürzen mit der Flächenfunktion Q(h).

$$\int_{h_0}^{h_x} Q(h) \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}\, dh$$

$$\int_{h_0}^{h_x} k \cdot \sqrt{h} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}\, dh$$

Die Flächenfunktion muss $Q(h) = k \cdot \sqrt{h}$ lauten. Da $Q(h) = (r(h))^2 \cdot \pi$ gilt, muss $r(h) = \sqrt{\frac{k}{\pi}} \cdot \sqrt{\sqrt{h}}$ sein, beziehungsweise $r(h) = k \cdot \sqrt[4]{h}$. Durch Bildung der Umkehrfunktion wird die Silhuette des Ausflusskörpers aufgerichtet. Sie lautet $h(r)_{\text{Körper}} = r^4 \cdot k$. Der Körper sieht wie folgt aus:



4 Schluss

4.1 Zusammenfassung

Am Anfang meiner Arbeit war mir noch nicht klar, womit ich mich beschäftigen würde. Ich arbeitete also meine Informationen zu diesem Thema durch und verschaffte mir einen Überblick. Anschließend überlegte ich, in welchem Spektrum sich meine Arbeit bewegen sollte. Dann begann ich in reproduktiver Arbeit den Ausströmvorgang am Beispiel des Zylinders klar zu verdeutlichen. Dies geschah sehr ausführlich. Anschließend beschäftigte ich mich mit den Ausströmvorgängen bei Körpern mit variierendem Querschnitt, versuchte Formeln zu erarbeiten und diese auf ihre Tauglichkeit zu überprüfen. Schließlich gelang es mir, anhand der allgemeingültigen Formel für die Ausströmzeit einen Körper darzustellen, dessen Wasserstandshöhe bei der Leerung linear abnimmt. Aus Zeitmangel mussten weitere Betrachtungen unterbleiben. Überlegungen zur Viskosität der Flüssigkeiten oder zu weiteren Körpern und auch zu wechselnden Druckverhältnissen wären gewiss interessant gewesen.

4.2 Resümee

Für meine Arbeit wären weitere Betrachtungen interessant gewesen, in denen ich eine allgemeingeltende Formel hätte erstellen können, in der h abhängig von t ist und nicht umgekehrt. Weitere Überlegungen zum Körper mit linear abnehmendem Wasserpegelstand wären ebenfalls eine Herausforderung, insbesondere wenn man den Boden des Körpers unter Beibehaltung der Größe der Ausflussöffnung in unterschiedlichen Höhen ansetzt. Welche Auswirkungen hätte dies auf die Strömungsgeschwindigkeit?

5 Anhang

5.1 Literaturverzeichnis

(1) http://www.personenlexikon.net/d/torricelli-evangelista/torricelli-evangelista.htm

(2) Kopien vom Fachlehrer

(3) Meyers kleine Enzyklopädie Mathematik

(4) http://www.mathematische-basteleien.de/halbkreis.htm

(5) Formelsammlung

(6) Zitat aus: http://bionik.fbsm.hs-bremen.de/downloads/news/2009-Stroemungsmechanik-erlangen.pdf

...