

1 Finanzmathematik

Punkte

Herr Gigl hat ein Barvermögen in Höhe von 50.000,00 € geerbt und überlegt, dieses bis zu seinem Renteneintritt in 15 Jahren für die Altersvorsorge anzulegen. Sein Bankberater unterbreitet ihm ein Angebot für eine Kapitalanlage mit steigendem Zinssatz. In den ersten 10 Jahren verzinst sich die Anlage pro Jahr mit 1,5 %, danach erhöht sich der Zinssatz für den Rest der Laufzeit einmalig um 1,0 %.

1.1 Berechnen Sie die Höhe des Kapitals, welches Herr Gigl bei Vertragsende ausbezahlt bekommen würde.

4

Herr Gigl fragt seinen Bankberater nach einer Kapitalanlage, bei der sich sein geerbtes Barvermögen innerhalb von 15 Jahren verdoppeln würde.

1.2 Berechnen Sie den durchschnittlichen Zinssatz, den der Bankberater Herrn Gigl für diese Kapitalanlage anbieten müsste.

3

Herr Gigl möchte das geerbte Kapital letztendlich in ein Appartement für seinen Altersruhesitz investieren. Er bekommt von der Wohnungsbaugesellschaft drei Finanzierungsangebote vorgelegt:

Angebot A: Sofortzahlung in Höhe von 85.000,00 €

Angebot B: Drei nachschüssige jährliche Zahlungen in Höhe von 31.000,00 €; beginnend in einem Jahr

Angebot C: Mit Vertragsabschluss vier vorschüssige jährliche Raten zu je 15.000,00 € und eine Abschlusszahlung nach fünf Jahren in Höhe von 32.000,00 €

1.3 Berechnen Sie, welches Angebot Herr Gigl annehmen sollte, wenn er mit einem Zinssatz von 2,6 % p. a. rechnet.

5

Herr Gigl entscheidet sich für Angebot A und hat deshalb einen Kreditbedarf in Höhe von 35.000,00 €. Im Internet findet er einen Finanzierungsrechner und fordert mit Hilfe der unten stehenden Internetseite ein Angebot an.



1.4 Stellen Sie für die eingetragenen Finanzierungsbedingungen einen Tilgungsplan für die ersten zwei Jahre auf.
(Zwischenergebnis: $p = 2,0\%$)

3

1.5 Herr Gigl hat sich das Ziel gesetzt, bis zum Renteneintritt in 15 Jahren schuldenfrei zu sein.

5

Zeigen Sie mithilfe einer Rechnung, ob er dieses Ziel mit dem vorliegenden Angebot erreichen wird.

Summe 20

2 Folgen und Reihen

Punkte

Die Bundesregierung hatte im Jahr 2012 den Umbau der Energieversorgung hin zu erneuerbaren Energien eingeleitet. Der gesamte Energieverbrauch im Jahr 2012 betrug in Deutschland 13.512 Petajoule (PJ). Die jährliche Steigerungsrate zum Vorjahresenergieverbrauch wird bis 2050 auf jeweils 2,1 % geschätzt.

2.1 Ermitteln Sie den Energieverbrauch im Jahr 2050.
(Ergebnis: 29.764,45 PJ)

2

Im Jahr 2012 betrug der Anteil der erneuerbaren Energien am Gesamtverbrauch 1.702 PJ und soll nach den Planungen der Bundesregierung bis zum Jahr 2050 auf 18.000 PJ ansteigen.

2.2 Berechnen Sie die jährlich gleichbleibende Zuwachsrate des Anteils der erneuerbaren Energien in Prozent, damit dieses Ziel im Jahr 2050 erreicht werden kann.

3

Im Jahr 2012 wurden bundesweit 895 Windräder neu installiert. Die Branche geht in den folgenden Jahren von einem jährlich gleichbleibenden prozentualen Zuwachs an Neuinstallationen in Höhe von 11,5 % aus.

2.3 Berechnen Sie, in welchem Jahr erstmals mehr als 2.000 Windräder neu installiert werden.

3

2.4 Berechnen Sie, wie viele Windräder bis zum Ende des Jahres 2022 insgesamt neu installiert werden.

3

Zu den erneuerbaren Energien gehören auch Solarparks. Ein Solarparkbetreiber plant eine neue Anlage. Aufgrund der gegebenen Fläche wird die Anlage so gebaut, dass in jeder neuen Reihe 6 Solarmodule mehr als in der vorhergehenden Reihe aufgestellt werden. In der achten Reihe stehen 180 Module.



Bildquelle: <http://www.solarselections.co.uk/blog/wp-content/uploads/2012/09/Churchtown-5MW-solar-park.jpeg>

2.5 Bestimmen Sie rechnerisch, wie viele Solarmodule der Solarpark insgesamt umfassen würde, wenn zunächst 50 Reihen geplant sind.

4

Der Betreiber des Solarparks plant mehr Strom in das Netz einzuspeisen. Dafür muss der Solarpark auf 20.000 Module erweitert werden.

2.6 Berechnen Sie, wie viele Reihen der Park mindestens umfassen muss, wenn in der ersten Reihe maximal 138 Module stehen können.

5

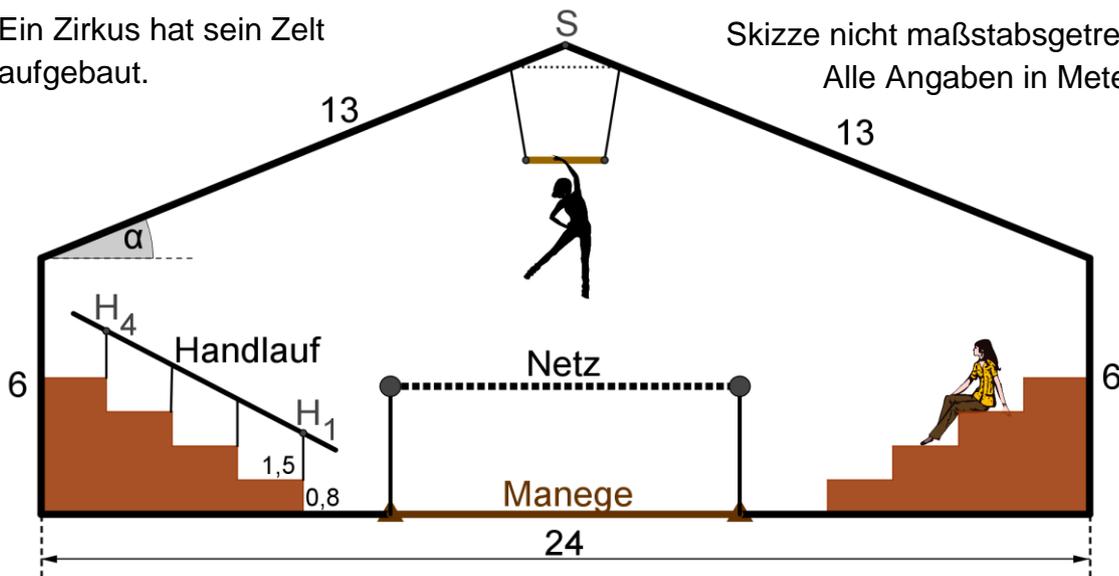
Summe

20

3 Trigonometrie

Ein Zirkus hat sein Zelt aufgebaut.

Skizze nicht maßstabsgetreu.
Alle Angaben in Meter.



Punkte

3.1 Berechnen Sie die Höhe der Zeltspitze S über der Manege.
(Ergebnis: $h = 11$ m)

3

3.2 Berechnen Sie den Neigungswinkel α des Zeltendes.

2

Die Zuschauerränge bestehen aus 4 identischen Stufen, die jeweils 0,8 m hoch und 1,50 m tief sind. Zur Sicherheit soll an der linken Seite ein Handlauf parallel zur Treppensteigung angebracht werden, der nach einer geltenden Sicherheitsvorschrift nicht mehr als 50 % Steigung aufweisen darf.

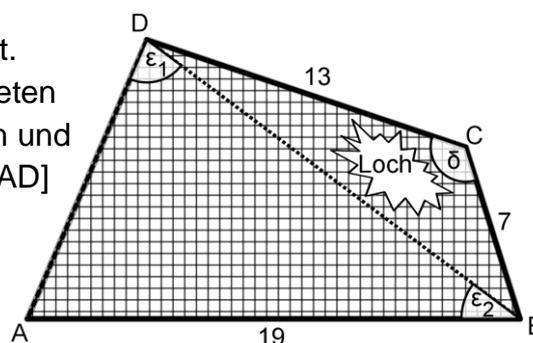
3.3 Zeigen Sie rechnerisch, ob der angebrachte Handlauf der Sicherheitsvorschrift entspricht.

3

3.4 Ermitteln Sie die Länge des Handlaufs, wenn er über die Punkte H_1 und H_4 hinaus jeweils um 20 cm verlängert wird.

3

Das Netz der Trapez-Artisten ist beschädigt. (siehe Skizze). Es soll entlang der gepunkteten Linie [BD] das Teilstück BCD abgeschnitten und ersetzt werden. Weiterhin muss der Rand [AD] verstärkt werden.



Es gilt: $\overline{BC} = 7$ m, $\overline{CD} = 13$ m, $\overline{AB} = 19$ m
 $\delta = 126^\circ$, $\epsilon_1 = 76^\circ$, $\epsilon_2 = 37^\circ$

3.5 Berechnen Sie die Schnittlänge \overline{BD} der abzuschneidenden Ecke.

3

3.6 Berechnen Sie den Flächeninhalt des zu ersetzenden Teilstücks BCD.

2

3.7 Ermitteln Sie die Kosten für die Verstärkung \overline{AD} , wenn 1 m 15 € kostet.

4

Summe

20

4 Stochastik

Punkte

Eine Wirtschaftsschule erstellt jährlich über die im Sportfest erreichten Leistungen eine Übersicht. Die Tabelle auf Seite 7 gibt Auskunft darüber, welche Urkunden den Schülerinnen und Schülern in den letzten drei Jahren verliehen wurden.

4.1 Ergänzen Sie die freien Felder in der Tabelle auf Seite 7.

3

4.2 Erstellen Sie ein Kreisdiagramm über den prozentualen Anteil der im Jahr 2015 jeweils verliehenen Ehren-, Sieger- und Teilnehmerurkunden (siehe Zusatzblatt Seite 7).

4

Bei der Ehrung der zehn besten Sportlerinnen und Sportler 2015 wurden diese nach ihren Trainingsstunden pro Woche befragt.

SchülerInnen	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Stunden	6	4	2	5	3	1	4	2	3	6

4.3 Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median sowie die mittlere Abweichung der Trainingsstunden.
(Zwischenergebnis: mittlere Abweichung MA = 1,4 Stunden)

5

4.4 Ein Sportlehrer hat errechnet, dass die mittlere Abweichung der Trainingsstunden der zehn besten Sportlerinnen und Sportler im Jahr 2014 bei MA = 2,6 Stunden lag.
Interpretieren Sie diesen deutlich höheren Wert aus 2014 mit Blick auf das Trainingsverhalten im Jahr 2015.

1

Zur Stärkung der Sportler bietet die SMV ein Kuchenbuffet an. Auch die Schülersprecherin Lea backt einen Kuchen, für den sie zwei Eier benötigt. Im Kühlschrank befinden sich zehn Eier, davon sind bereits vier verdorben. Lea nimmt wahllos nacheinander die zwei benötigten Eier aus dem Kühlschrank.

4.5 Erstellen Sie ein geeignetes Baumdiagramm für das oben beschriebene Zufallsexperiment und tragen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten ein.

4

4.6 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

3

E_1 : „Keines der entnommenen Eier ist verdorben.“

E_2 : „Genau ein entnommenes Ei ist verdorben.“

Summe

20

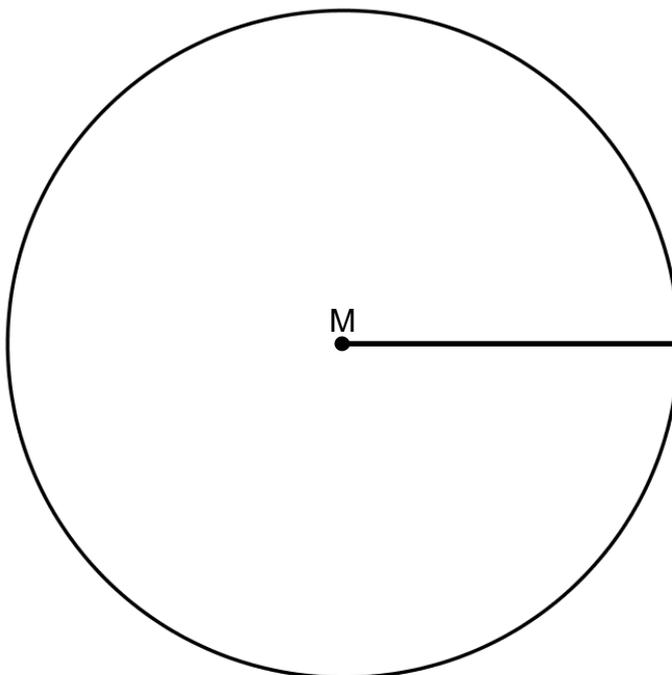
Zusatzblatt zu 4. Stochastik

Name:

Zu Teilaufgabe 4.1

SchülerInnen	2013	2014	2015	Relative Häufigkeit (2013 – 2015)
Ehrenurkunde		40	30	0,2593
Siegerurkunde	50	45	60	
Teilnehmerurkunde	45		70	
Gesamtzahl	130	115	160	1

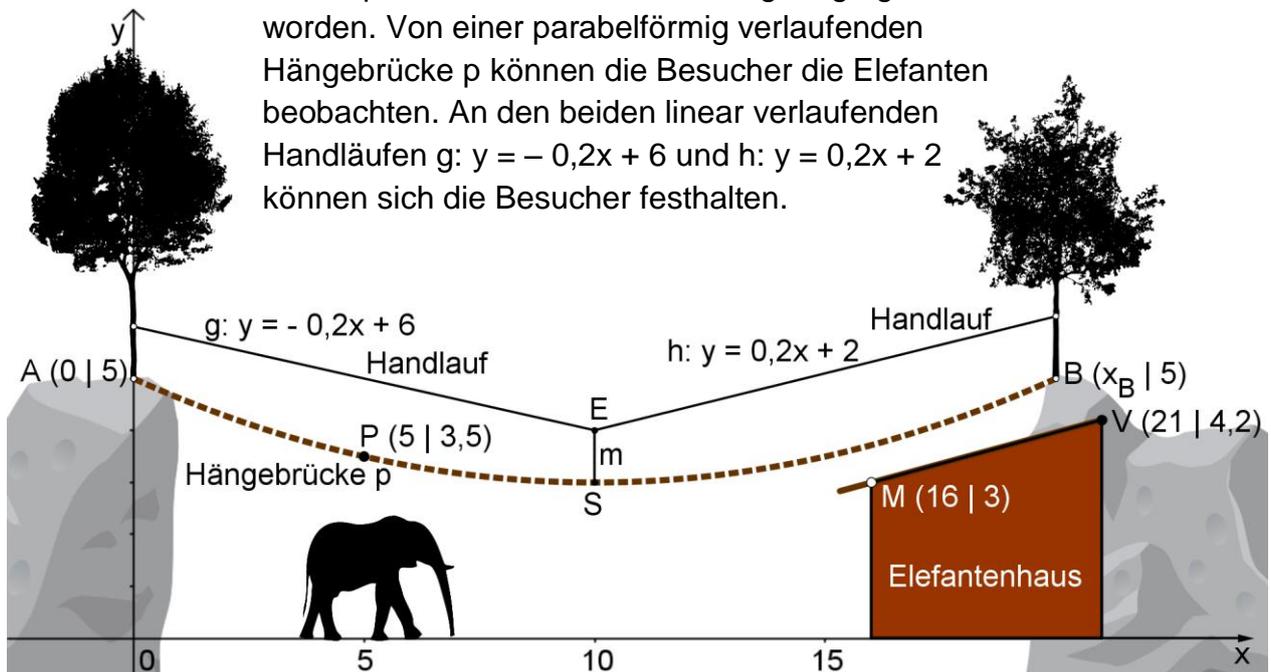
Zu Teilaufgabe 4.2



5 Funktionen

Punkte

Im Tierpark ist ein neues Elefantengehege gebaut worden. Von einer parabelförmig verlaufenden Hängebrücke p können die Besucher die Elefanten beobachten. An den beiden linear verlaufenden Handläufen $g: y = -0,2x + 6$ und $h: y = 0,2x + 2$ können sich die Besucher festhalten.



Skizze ist nicht maßstabsgetreu

5.1 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung p der Hängebrücke, wenn sie durch die Punkte $A(0|5)$ und $P(5|3,5)$ verläuft und der Krümmungsfaktor $a = 0,02$ bekannt ist. (Ergebnis: $p: y = 0,02x^2 - 0,4x + 5$) 4

Der abgebildete Elefant ist 2,20 m groß und auf dem Weg ins Elefantenhaus.

5.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass er zum Elefantenhaus gelangen kann, ohne die Hängebrücke zu berühren. (Ergebnis: $y_s = 3$) 2

5.3 Berechnen Sie die Spannweite \overline{AB} der Brücke, wenn die Punkte A und B auf gleicher Höhe liegen. (Ergebnis: $\overline{AB} = 20$ m) 2

5.4 Die Mittelstrebe m muss erneuert werden. Berechnen Sie dazu die Koordinaten des Schnittpunkts E sowie die Länge der Strebe m . 4

Das Dach des Elefantenhauses verläuft durch die Punkte $M(16|3)$ und $V(21|4,2)$.

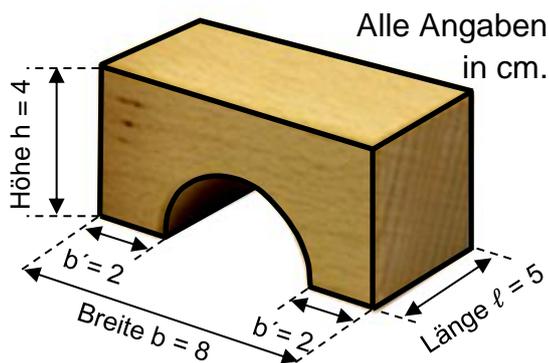
5.5 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion, die das Dach beschreibt. (Ergebnis: $d: y = 0,24x - 0,84$) 4

5.6 Zeigen Sie rechnerisch, dass sich die Hängebrücke p und das Dach des Elefantenhauses nicht berühren. 4

Summe 20

6 Körperberechnungen

Nebestehender Holzbaustein stammt aus der Spielkiste des 3-jährigen Marc. Aus dem ursprünglich quaderförmigen Stein wurde mittig ein halber Zylinder herausgebohrt, so dass rechts und links eine Auflage der Breite $b' = 2$ cm stehen bleibt.



Punkte

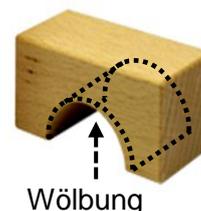
6.1 Berechnen Sie das Volumen dieses Bausteins aus Marcs Spielkiste.

3

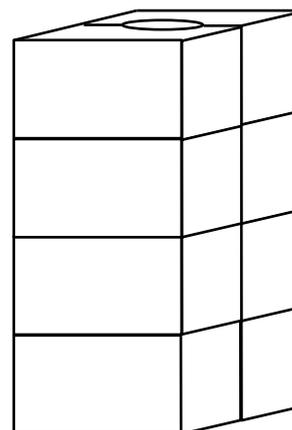
Um mit den Bausteinen einen realistischen Tunnel bauen zu können, sollen sie nur in der flächigen Wölbung schwarz lackiert werden. Ein Liter Farbe reicht hierbei für 8 m^2 Fläche.

4

6.2 Berechnen Sie, wie viele Steine in der Wölbung mit einem Liter Farbe lackiert werden können.



Marc hat aus 8 solchen Bausteinen einen quaderförmigen Turm gebaut, so dass in der Mitte ein Hohlzylinder entstanden ist. (Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)



2

6.3 Marc besitzt in seiner Spielzeugkiste Kugeln, deren Durchmesser ebenfalls $d = 4$ cm sind. Berechnen Sie, wie viele solcher Kugeln in den Hohlzylinder passen.

6.4 Marc befüllt den Hohlzylinder mit 3 solcher Kugeln. Berechnen Sie, wie viel Prozent des Zylindervolumens ausgefüllt werden.

3

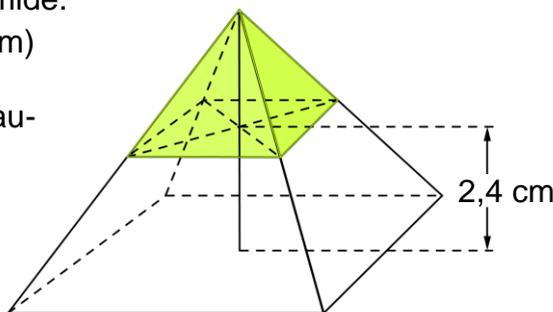
In Marcs Spielkiste befindet sich auch eine gerade Holzpyramide, deren quadratische Grundfläche exakt auf den von Marc gebauten Turm (siehe Teilaufgabe 6.3) passt. Sie besitzt ein Volumen von 128 cm^3 .

6.5 Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. (Ergebnis: Pyramidenhöhe $h = 6$ cm)

2

6.6 Die obere Spitze des Pyramidenbausteins (siehe Skizze) ist außen mit Farbe lackiert. Berechnen Sie die lackierte Fläche des Bausteins.

6



(Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)

Summe

20

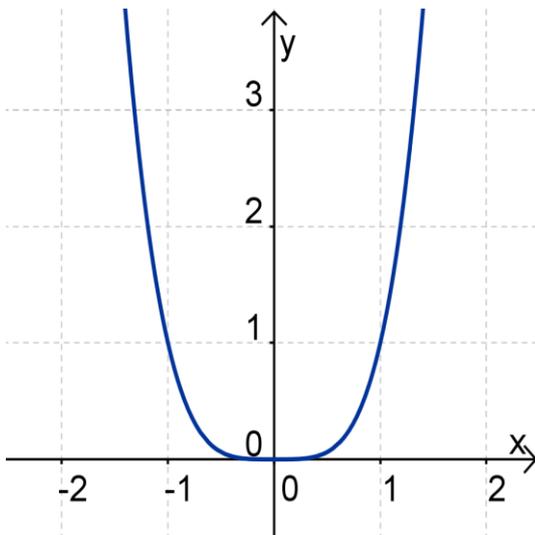
7	Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen und Gleichungen	Punkte
7.1	Ordnen Sie den vier Graphen auf dem Zusatzblatt Seite 11 jeweils die zugehörige Funktionsgleichung mittels der Buchstaben A – E richtig zu. A: $y_1 = 0,5^x$ B: $y_2 = x^3$ C: $y_3 = 2x - 1$ D: $y_4 = 0,75^x$ E: $y_5 = x^4$	4
	Gegeben ist die Funktion f: $y = \log_{0,5}(x)$	
7.2	Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f an.	1
7.3	Bestimmen Sie alle fehlenden Werte in der Wertetabelle auf dem Zusatzblatt Seite 11 und tragen Sie diese ein.	5
7.4	Skizzieren Sie den Graph der Funktion f mit Hilfe der Wertetabelle im Bereich von $0 < x < 8$.	2
	Bestimmen Sie für die folgenden Gleichungen jeweils die Definitions- und die Lösungsmenge in der Grundmenge der reellen Zahlen.	
7.5	$\lg(5x) = 2$	3
7.6	$81 \cdot 3^x - 81 \cdot 2^x = 90 \cdot 2^x + 5 \cdot 3^x$	5
	Summe	20

Zusatzblatt zu 7. Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen und Gleichungen

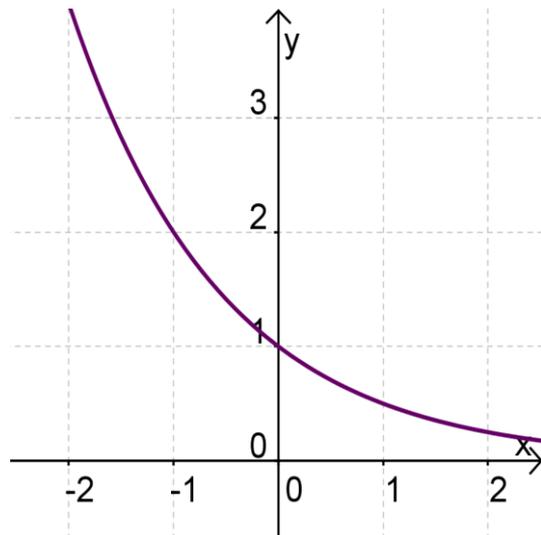
Name:

Zu Teilaufgabe 7.1

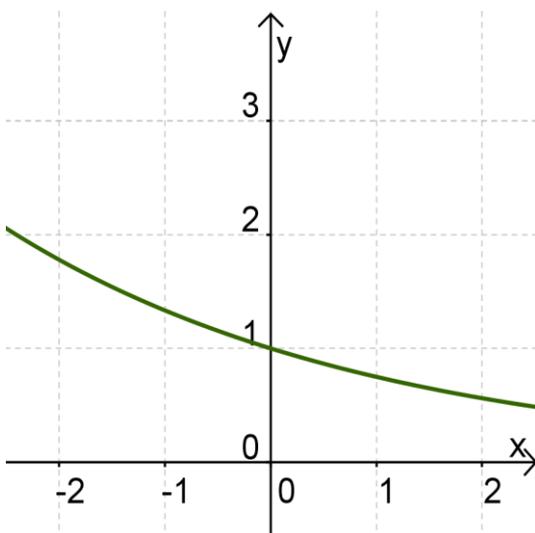
Funktionsgleichung _____



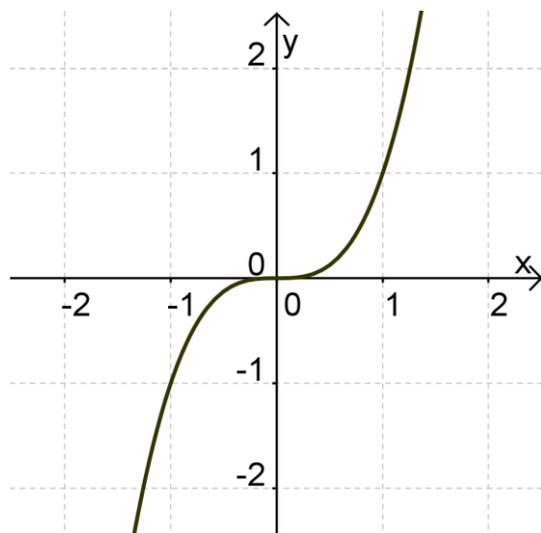
Funktionsgleichung _____



Funktionsgleichung _____



Funktionsgleichung _____



Zu Teilaufgabe 7.3 – Wertetabelle:

x – Wert	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	
y – Wert							- 19