

1 Finanzmathematik

Punkte

Der Projektentwickler für Windkraft, die Sturm Energie GmbH, legt im Rahmen der Grundstückskaufverhandlungen für den Bau von Windrädern den Eigentümern folgendes Schreiben vor:

Sturm Energie GmbH
Projektentwickler für Windkraft

Im Rahmen der Errichtung von Windkraftanlagen im ausgewiesenen Gebiet Hohenzellig, unterbreiten wir den Grundstückseigentümern mit den Flurnummern 847/2, 635, 147, 276/3 und 356 alternativ folgende Kaufangebote für ihre Grundstücke:

Angebot A: Nachschüssige Raten von 15.000,00 € pro Jahr,
Laufzeit 20 Jahre

Angebot B: Sofortauszahlung der 15-fachen Jahresrate aus Angebot A

Angebot C: Sofortauszahlung von 50.000,00 € und 15 vorschüssige
jährliche Raten in Höhe von jeweils 16.000,00 € beginnend
in 5 Jahren

Sturm Energie GmbH

Kahn

C. Kahn

Regensburg, 27.06.2013

1.1 Berechnen Sie, welches Angebot für die Grundstückseigentümer am günstigsten ist, wenn man einen Zinssatz von 2,5 % für die gesamte Laufzeit annimmt.

6

Grundstückseigentümer Herr Franz entscheidet sich für Angebot A. Zur Altersvorsorge besitzt Herr Franz bei seiner Hausbank bereits einen Sparvertrag mit einem Guthaben von 42.000,00 €. Er zahlt aus seinen Einnahmen aus der Windkraftanlage jährlich nachschüssig 10.000,00 € auf den Sparvertrag ein. Der Zinssatz des Sparvertrages beträgt 3 %.

- | | | |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 1.2 | Berechnen Sie, wie viele Jahre Herr Franz benötigt, bis 250.000,00 € angespart sind. | 5 |
| 1.3 | Berechnen Sie, welchen Betrag Herr Franz nach Erreichen der Ansparsumme von 250.000,00 € jährlich vorschüssig abheben kann, wenn das Guthaben 20 Jahre reichen soll und die Verzinsung 3 % beträgt. | 3 |

Grundstückseigentümer Herr Münch entscheidet sich bei den obigen Grundstücksverhandlungen für die Sofortzahlung von 225.000,00 €. Er verwendet das erhaltene Geld, um ein anderes Grundstück für 290.000,00 € zu kaufen. Die Nebenkosten beim Kauf betragen pauschal 5 % des Kaufpreises. Den für die gesamte Grundstücksfinanzierung (Kaufpreis und Nebenkosten) fehlenden Betrag möchte Herr Münch über einen Kredit aufbringen. Die Bank bietet ihm ein Darlehen mit Ratentilgung und einer Laufzeit von 5 Jahren bei einem Zinssatz von 2,5 % an.

- | | | |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 1.4 | Stellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 2 Jahre auf. | 4 |
| 1.5 | Herr Münch überlegt, ob ein Darlehen mit Annuitätentilgung für ihn nicht besser wäre.
Berechnen Sie die jährliche Annuität, wenn Kreditsumme, Laufzeit und Zinssatz unverändert bleiben. | 2 |

Summe	20
-------	----

2 Folgen und Reihen

Punkte

Auf der Erde gibt es noch Chromreserven von schätzungsweise 775 Mio. Tonnen. Im Jahr 2008 wurden davon 1,85 Mio. Tonnen abgebaut; in jedem Folgejahr werden jeweils 0,05 Mio. Tonnen mehr abgebaut werden.

2.1 Berechnen Sie, wie viele Tonnen Chrom (in Mio.) voraussichtlich im Jahr 2047 abgebaut werden. 2

2.2 Berechnen Sie, wie viele Tonnen Chrom (in Mio.) voraussichtlich am Ende des Jahres 2099 für nachfolgende Generationen noch übrig sind. 3

2.3 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren die gesamten Chromreserven aufgebraucht sind. 5

Nach einer aktuellen Untersuchung eines namhaften Forschungsinstituts steigt der Chromverbrauch zurzeit tatsächlich um 2,6 % pro Jahr.

2.4 Berechnen Sie, wie viele Jahre die Reserven reichen würden, wenn man davon ausgeht, dass die Steigerungsraten über genügend viele Jahre konstant bleiben. 4

Der Englischwortschatz eines Wirtschaftsschülers beträgt derzeit 2.000 Wörter. Der Schüler möchte bis zu seiner Abschlussprüfung in 30 Wochen seinen Wortschatz auf 2.250 Wörter erhöhen. Sein Lernplan sieht folgendermaßen aus: Während der Vorbereitungszeit verringert er die Anzahl der zu lernenden Wörter in jeder Woche um 10 %, damit er immer mehr Zeit zur Wiederholung des bekannten Wortschatzes hat.

2.5 Berechnen Sie, wie viele Wörter der Schüler in der ersten Woche lernen muss, damit der Plan aufgeht. 3

2.6 Berechnen Sie, wie viele englische Vokabeln der Wirtschaftsschüler 40 Jahre nach seiner Abschlussprüfung noch weiß, wenn man davon ausgehen kann, dass ein Mensch pro Jahr jeweils 5 % des noch verfügbaren Wortschatzes einer Fremdsprache vergisst. 3

Summe 20

3 Trigonometrie

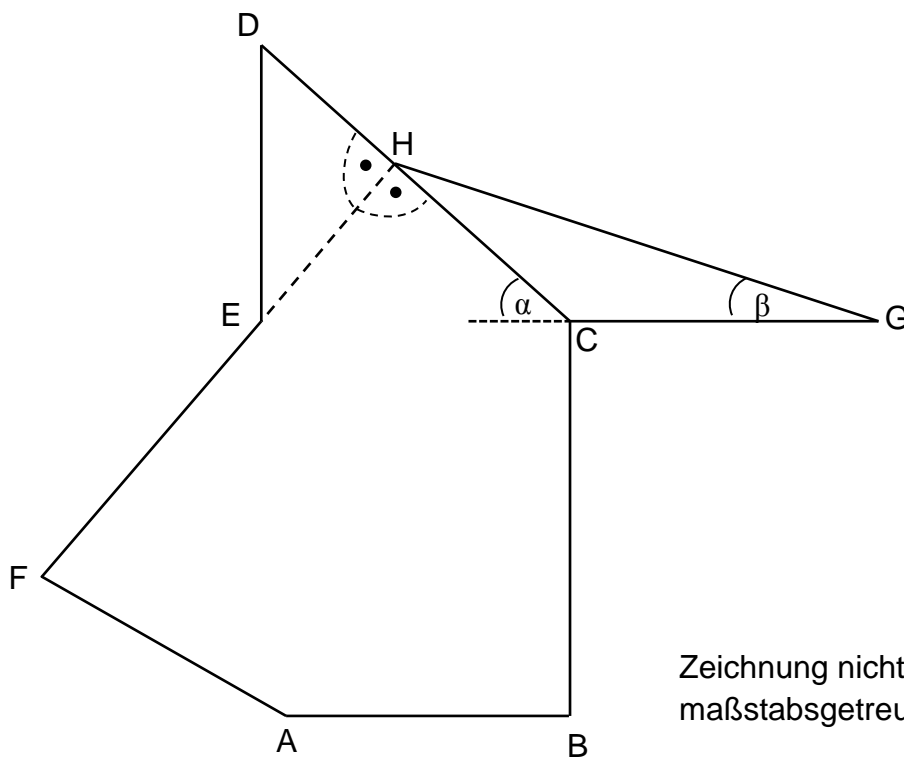
Punkte

Im Rahmen einer Flurbereinigung werden die landwirtschaftlichen Nutzflächen neu geordnet. Die Fläche des Grundstücks eines Landwirts wird vor der Flurbereinigung von den Punkten ABCDEF begrenzt. Sie besteht aus dem rechteckigen Feld ABCE, dem Feld AEF und den beiden rechtwinkligen Wiesen ECH und EHD. Nach der Neuordnung soll der Landwirt die Wiese EHD gegen die Wiese CGH eintauschen.

Es gilt:

$\overline{AB} = 300 \text{ m}$; $\overline{BC} = 425 \text{ m}$; $\overline{CD} = 400 \text{ m}$; $\overline{EF} = 350 \text{ m}$; $\overline{GH} = 475 \text{ m}$;

E liegt auf [FH]; [BC] ist parallel zu [ED]



- | | | |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 3.1 | Berechnen Sie den Winkel α . (Ergebnis $\alpha = 41,41^\circ$) | 2 |
| 3.2 | Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{ED} . (Ergebnis: $\overline{ED} = 264,58 \text{ m}$) | 2 |
| 3.3 | Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{CH} . (Ergebnis: $\overline{CH} = 225 \text{ m}$) | 3 |
| 3.4 | Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{AF} . (Ergebnis: $\overline{AF} = 282,85 \text{ m}$) | 5 |
| 3.5 | Berechnen Sie den Winkel β . (Ergebnis: $\beta = 18,26^\circ$) | 4 |
| 3.6 | Berechnen Sie den Wert der neuen Wiese CGH, wenn ein Quadratmeter 2,50 € kosten würde. | 4 |

	Summe	20
--	-------	----

4 Stochastik

Punkte

Eine Wirtschaftsschule sammelte in den vergangenen 5 Jahren (Untersuchungszeitraum 2006 bis 2010) Daten über die Zukunftspläne ihrer Absolventen.

	Anzahl der Schüler/-innen	2006	2007	2008	2009	2010
1	Industrie	11	13	13	7	16
2	Groß- und Außenhandel	13	11	11	7	12
3	Büro	23	7	9	17	13
4	Bank	7	14	22	14	9
5	EDV-Berufe	17	7	21	23	11
6	FOS	30	15	11	20	9
7	Unentschieden	19	33	23	12	20
Gesamtzahl		120	100	110	100	90

- 4.1 Ermitteln Sie die absolute Häufigkeit des Ereignisses E_1 : „Schüler/-innen, die eine Bürotätigkeit in den Jahren 2006 bis 2010 wählten“.
- 4.2 Berechnen Sie die relative Häufigkeit des Ereignisses E_2 : „Schüler/-innen, die in dem Untersuchungszeitraum in die FOS übertraten“.
- 4.3 Erstellen Sie ein Säulendiagramm über den jährlichen prozentualen Anteil der FOS-Schüler/innen an der Gesamtschülerzahl.
- 4.4 Bestimmen Sie das arithmetische Mittel und den Modalwert für das Merkmal „Bank“ im Untersuchungszeitraum.
- 4.5 Berechnen Sie die mittlere Abweichung für die Anzahl der Schüler/-innen, die zwischen 2006 und 2010 einen Beruf in der Industrie wählten.

Der Vater eines 13-jährigen Jungen will seinem Sohn ein Fahrrad zum Geburtstag schenken. Er weiß, dass sich sein Sohn ein Fahrrad eines bestimmten Herstellers wünscht, jedoch nicht in welcher Ausführung. Der Fahrradhersteller bietet das Rad in folgenden Ausführungen an:

Felgen: Stahl (S), Alu (A)

Federung: nur hinten (HF), nur vorne (VF), Vollfederung vorn und hinten (VHF)

- 4.6 Fertigen Sie ein Baumdiagramm mit den jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten an und ermitteln Sie die Anzahl der verschiedenen Fahrradausstattungen.

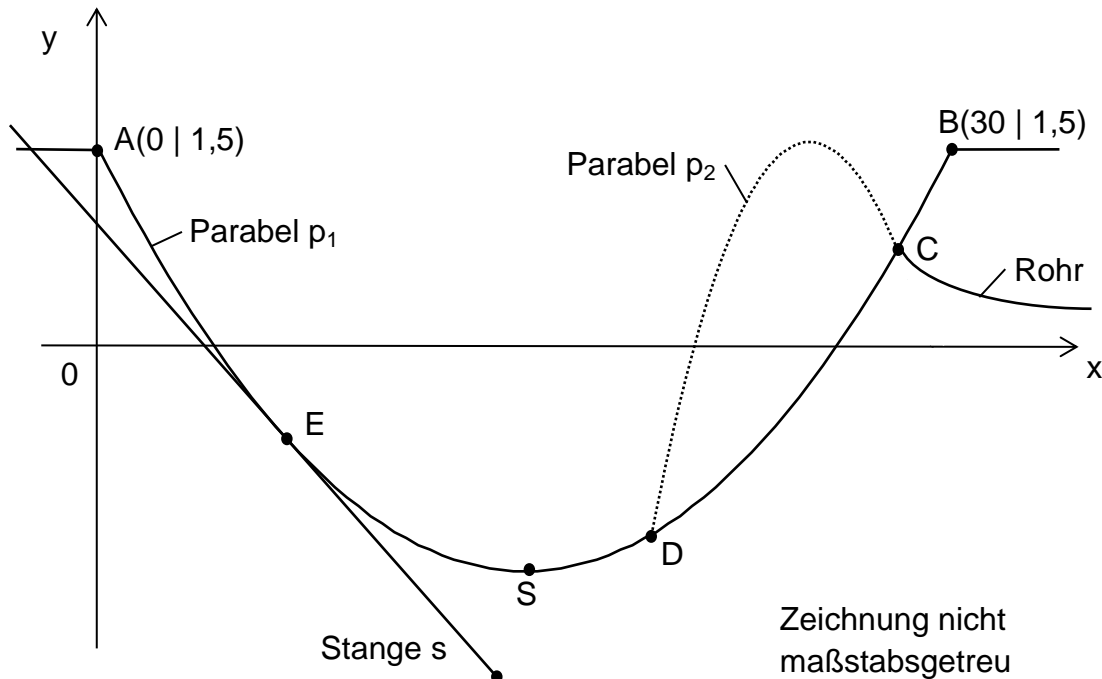
Wäre der Sohn beim Kauf anwesend, würde er ein Fahrrad mit Alufelgen und Vollfederung auswählen.
- 4.7 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich der Vater rein zufällig genau für die bevorzugte Ausführung seines Sohnes entscheidet.

Summe 20

5 Funktionen

Punkte

Der Querschnitt eines Wassergrabens hat die Form einer nach oben geöffneten Parabel p_1 mit der Formvariablen $a = 0,1$. Der linke obere Rand liegt bei $A(0 | 1,5)$, der rechte obere Rand bei $B(30 | 1,5)$. (Hinweis: Für die Koordinaten aller angegebenen bzw. zu berechnenden Punkte gilt die Maßeinheit Meter.)



5.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 .
(Ergebnis: $p_1: y = 0,1 x^2 - 3x + 1,5$) 4

Der derzeitige Wasserstand liegt auf Höhe der x-Achse (siehe Skizze).

5.2 Berechnen Sie die Breite des Grabens an der Wasseroberfläche. 4

5.3 Ermitteln Sie die Wassertiefe an der tiefsten Stelle. 2

An der rechten Grabenhälfte ist ein Rohr angebracht, über das Wasser zugeführt werden kann. Das Wasser spritzt in Form einer nach unten geöffneten Normalparabel p_2 mit der Gleichung $y = -x^2 + 54x - 727$ in den Graben.

5.4 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D, an dem das Wasser auf den Boden auftrifft, wenn der Graben leer ist. (Zwischenergebnis: $x_D = 22,91$ m) 5

Vom linken Ufer aus wird eine lange gerade Metallstange s mit einer Messsonde zur Bestimmung der Bodenfeuchtigkeit schräg in den Boden eingeführt. Ihrem Verlauf nach gehört die Stange zu einer Geradenschar mit der Gleichung $y = -2,6x + n$.

5.5 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Metallstange s , wenn sie die Grabenoberfläche im Punkt E berührt. 5

Summe 20

6 Körperberechnung

Punkte

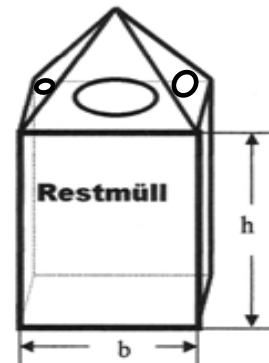
In einer Stadt sollen bei der Gestaltung des Marktplatzes neue Abfallbehälter aufgestellt werden. Man hat dafür die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche aus Beton gewählt, der mit einer ebenfalls quadratischen Pyramide aus Blech mit je einer Öffnung pro Seite zum Einwurf des Abfalls abgeschlossen ist.

Folgende Maße sieht der Entwurf vor:

Höhe $h = 90$ cm, Breite $b = 80$ cm,

Wand- und Bodendicke jeweils 5 cm.

Die Höhe des Pyramidendeckels beträgt 40 cm.



6.1 Berechnen Sie das Fassungsvermögen des Behälters in m^3 , wenn man von einer Füllung bis maximal zur Oberkante des Betonbehälters ausgeht.

(Ergebnis: Fassungsvermögen = $416,5 \text{ dm}^3$)

3

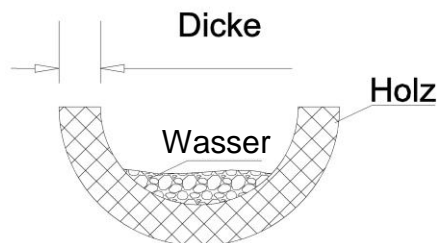
6.2 Berechnen Sie, wie teuer die Herstellung 50 derartiger Betonbehälter ist, wenn 1 m^3 Beton 120 € kostet.

5

6.3 Berechnen Sie, wie teuer die Abdeckung eines Behälters wird (Öffnungen brauchen nicht berechnet zu werden), wenn 1 m^2 des Spezialbleches $12,50 \text{ €}$ kosten.

5

Ein Holzgefäß hat die Form einer Halbkugel. Die äußere Oberfläche der Halbkugel beträgt $1.413,72 \text{ cm}^2$, die innere Oberfläche der Halbkugel $1.061,86 \text{ cm}^2$.



(Querschnittsskizze nicht maßstabgetreu)

6.4 Berechnen Sie die Dicke des Holzgefäßes.

($r_{\text{innen}} = 13 \text{ cm}$)

4

6.5 Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser man noch in das Holzgefäß füllen könnte, wenn es bereits zu 10% mit Wasser gefüllt ist.

3

Summe

20

7 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen und Gleichungen

Punkte

Gegeben ist die Funktion $f: y = \log_2 x$

7.1 Bestimmen Sie die Definitionsmenge der Funktion f .

1

7.2 Skizzieren Sie die Funktion f mit Hilfe einer Wertetabelle im Bereich $x \in]0;8]_{\mathbb{R}}$.

4

Die Punkte $A(20 | y_A)$ und $B(x_B | 5)$ liegen auf dem Graphen der Funktion f .

7.3 Berechnen Sie die fehlenden Koordinaten der Punkte A und B.
Runden Sie die Werte auf 2 Dezimalstellen.

3

Bestimmen Sie für die folgenden Gleichungen jeweils die Definitions- und die Lösungsmenge in der Grundmenge der reellen Zahlen.

7.4 $5 \cdot 4^{2x+1} - 2 \cdot 7^{-x} = 16^{x-0,5}$

6

7.5 $\frac{1}{2} \cdot \lg(x+2) - 2 \cdot \lg 0,1 = 2 + \lg(3x+1)$

6

Summe

20