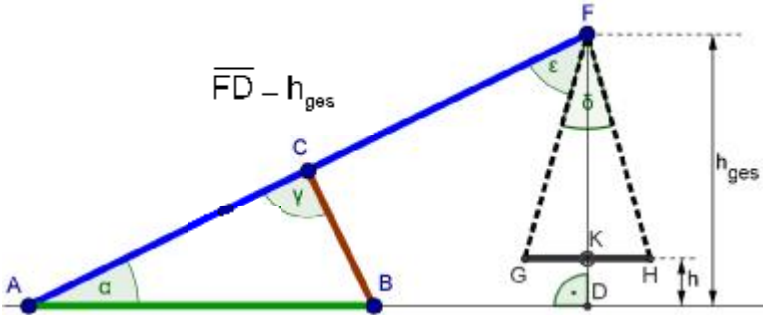
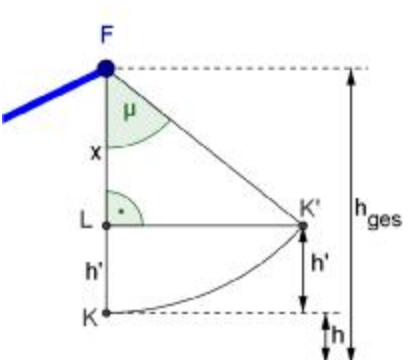
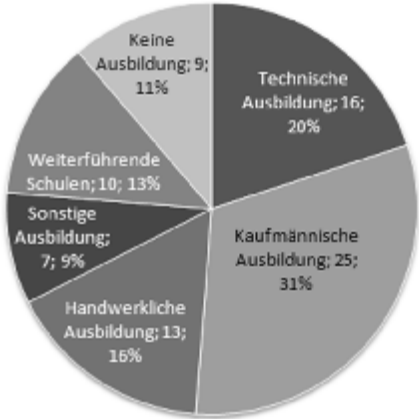
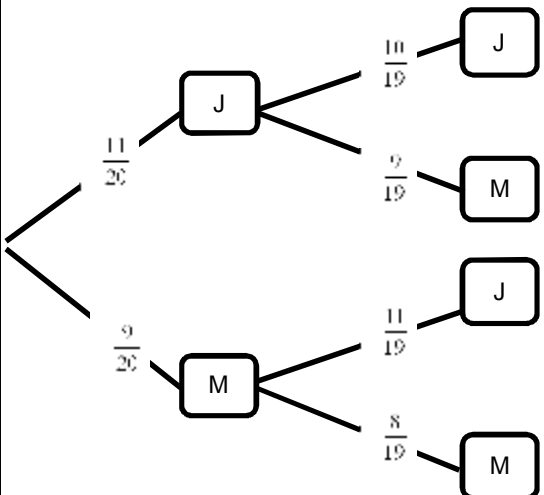
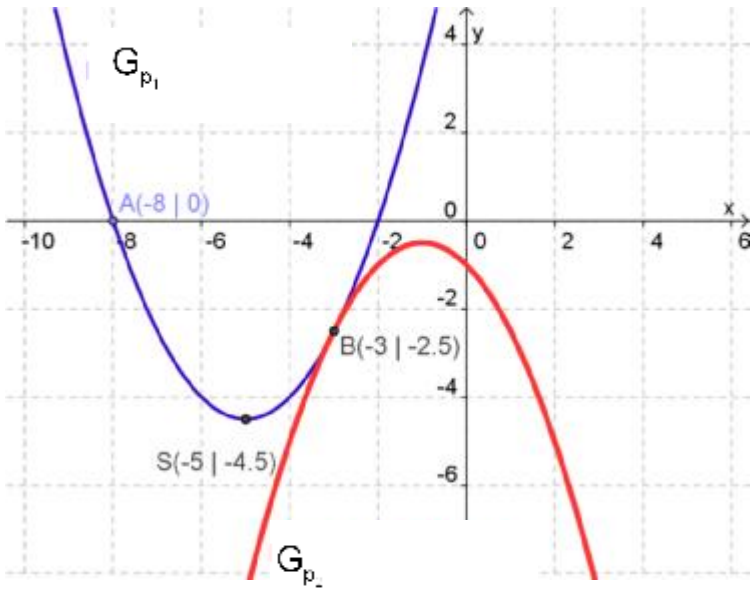


Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 1 Finanzmathematik		Pkt.																		
1.1	<p>Darlehenshöhe: $2.000.000 \text{ €} \cdot 60\% = 1.200.000 \text{ €}$ Zins 1. Jahr: $1.200.000 \text{ €} \cdot 4\% = 48.000 \text{ €}$ Tilgung 1. Jahr: 22.000 € $70.000 = 22.000 \cdot 1,04^n \Rightarrow n = 29,51$ Die vorgesehene Tilgungsdauer beträgt 30 Jahre.</p>	4																		
1.2	<p>$K_{10} = 1.200.000 \cdot 1,04^{10} - \frac{70.000(1,04^{10} - 1)}{0,04} = 935.865,64 \text{ €}$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Schuld am Jahresanfang</th> <th>Zins</th> <th>Tilgung</th> <th>Annuität</th> <th>Schuld am Jahresende</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>11</td> <td>935.865,64 €</td> <td>81.888,24 €</td> <td>-</td> <td>81.888,24 €</td> <td>935.865,64 €</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>935.865,64 €</td> <td>81.888,24 €</td> <td>-</td> <td>81.888,24 €</td> <td>935.865,64 €</td> </tr> </tbody> </table>	Jahr	Schuld am Jahresanfang	Zins	Tilgung	Annuität	Schuld am Jahresende	11	935.865,64 €	81.888,24 €	-	81.888,24 €	935.865,64 €	12	935.865,64 €	81.888,24 €	-	81.888,24 €	935.865,64 €	3
Jahr	Schuld am Jahresanfang	Zins	Tilgung	Annuität	Schuld am Jahresende															
11	935.865,64 €	81.888,24 €	-	81.888,24 €	935.865,64 €															
12	935.865,64 €	81.888,24 €	-	81.888,24 €	935.865,64 €															
1.3	<p>$250.000 = K_0 \cdot 1,0225^5 \Rightarrow K_0 = 223.678,08 \text{ €}$ $223.678,08 = r \cdot \frac{1,0225^{20} - 1}{0,0225} \Rightarrow r = 8.978,90 \text{ €}$</p>	4																		
1.4	<p>$130.000 \text{ €} \cdot 1,0225^{25} = 226.739,02 \text{ €}$ Herr Großkopf hat nicht recht.</p>	2																		
1.5	<p>$0 = 250.000 \cdot 1,02^n - 15.500 \cdot 1,02 \cdot \frac{1,02^n - 1}{0,02}$ $0 = 250.000 \cdot 1,02^n - 790.500 \cdot 1,02^n + 790.500$ $790.500 = 540.500 \cdot 1,02^n$ $\lg \frac{790.500}{540500} = n \cdot \lg 1,02 \Rightarrow n = 19,20$ Er bekommt die Rente 19 mal voll ausbezahlt.</p>	5																		
1.6	<p>$K_{19} = 250.000 \cdot 1,02^{19} - 15.500 \cdot 1,02 \cdot \frac{1,02^{19} - 1}{0,02}$ $K_{19} = 3.093,56 \text{ €}$ Letzte Auszahlung: $3.093,56 \text{ €}$</p>	2																		
	Summe	20																		

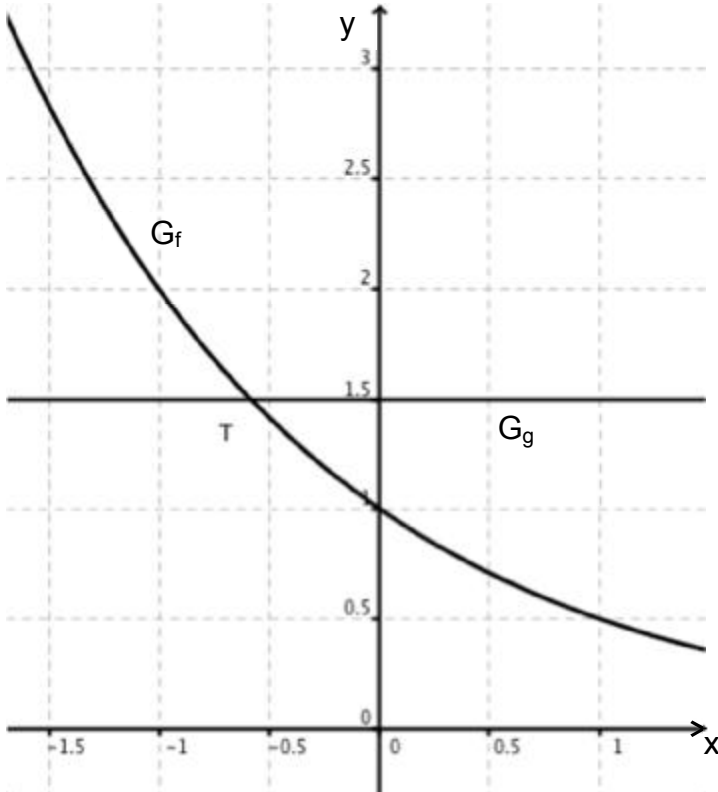
Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 2 Folgen und Reihen		Pkt.
2.1	$g_{10} = 1.250 \cdot 1,05^{(10-1)} = 1.939,16$ Im Dezember 2011 wurden 1.939 Smartphones Easytouch hergestellt.	2
2.2	$2.000 = 1.250 \cdot 1,05^{(n-1)} \Rightarrow 1,6 = 1,05^{(n-1)} \Rightarrow n = 10,63$ Somit: nach 10 Monaten Ende Januar 2012 kann das Unternehmen melden, dass es in diesem Monat erstmals mehr als 2000 Smartphones Easytouch hergestellt hat.	3
2.3	$S_{15} = 1.250 \cdot \frac{1,05^{15} - 1}{1,05 - 1} = 26.973,20 \Rightarrow 26.973 \text{ Stück}$ $U = 26.973 \cdot 199,99 = 5.394.330,27 \text{ €}$ Das Unternehmen erzielte bis Ende Mai einen Umsatz von 5.394.330,27 €.	3
2.4	$1.582 = 1.806 + (9 - 1) \cdot d$ $d = -28$ Die Produktion wurde um 28 Handys XP0815 pro Monat reduziert.	3
2.5	Berechnung von a_1 : $60 = a_1 + (9 - 1) \cdot 4 \Rightarrow a_1 = 28 \text{ Sitze}$ Berechnung von s_{15} : $S_{15} = \frac{15}{2} \cdot (2 \cdot 28 + (15 - 1) \cdot 4) = 840 \text{ Sitze}$ Nein, das Freilufttheater bietet keine Sitzgelegenheit für 850 Besucher.	4
2.6	$1.200 = \frac{n}{2} \cdot [2 \cdot 28 + (n - 1) \cdot 4]$ $2.400 = 52n + 4n^2 \Rightarrow 0 = 4n^2 + 52n - 2.400$ $\Rightarrow n_{1,2} = \frac{-52 \pm \sqrt{52^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2.400)}}{2 \cdot 4}$ $n_1 = 18,84 ; (n_2 = -31,84 \text{ nicht sinnvoll, da negativ})$ Das Freilufttheater müsste 19 Sitzreihen haben.	5
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 3 Trigonometrie		Pkt.
3.1	$\overline{AC} = \frac{\overline{AF}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$ $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \alpha = 2,2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2,2 \cdot 2 \cdot \cos 27^\circ \Rightarrow \overline{BC} = 1 \text{ m}$	4
3.2	$\frac{\sin \alpha}{\overline{BC}} = \frac{\sin \gamma}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\sin 27^\circ}{1} = \frac{\sin \gamma}{2,2} \Rightarrow \gamma = 87,17^\circ$	3
3.3	 <p style="text-align: right;"> $\sin \alpha = \frac{\overline{FD}}{\overline{AF}}$ $\sin 27^\circ = \frac{\overline{FD}}{4}$ $\overline{FD} = 1,82 \text{ m}$ </p>	3
3.4	$\tan \frac{\delta}{2} = \frac{\overline{KH}}{\overline{KF}} \Rightarrow \tan 14,93^\circ = \frac{0,4}{\overline{KF}} \Rightarrow \overline{KF} = 1,50 \text{ m}$ $h = h_{\text{ges}} - \overline{KF} = 1,82 - 1,50 = 0,32 \text{ m}$	4
3.5	<p>Winkelsumme im $\triangle ADF$: $\epsilon + \frac{\delta}{2} = 180^\circ - 90^\circ - \alpha$</p> $\epsilon + \frac{29,86^\circ}{2} = 180^\circ - 90^\circ - 27^\circ \quad - 14,93^\circ$ $\epsilon = 48,07^\circ$	2
3.6	 <p style="text-align: right;"> $\cos \mu = \frac{\overline{FL}}{\overline{K'F}} \Rightarrow \cos 50^\circ = \frac{\overline{FL}}{1,5} \Rightarrow \overline{FL} = 0,96 \text{ m}$ $h' = \overline{KF} - \overline{FL} = 1,5 - 0,96 = 0,54 \text{ m}$ </p>	4
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 4 Stochastik		Pkt.																					
4.1	Absolute Häufigkeit: $k = 3$	1																					
4.2	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Laufbahn</th> <th>Absolute Häufigkeit (k)</th> <th>Relative Häufigkeit (h)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Technische Ausbildung</td> <td>16</td> <td>$\frac{16}{80}$</td> </tr> <tr> <td>Kaufmännische Ausbildung</td> <td>25</td> <td>$\frac{25}{80}$</td> </tr> <tr> <td>Handwerkliche Ausbildung</td> <td>13</td> <td>$\frac{13}{80}$</td> </tr> <tr> <td>Sonstige Ausbildung</td> <td>7</td> <td>$\frac{7}{80}$</td> </tr> <tr> <td>Weiterführende Schulen</td> <td>10</td> <td>$\frac{10}{80}$</td> </tr> <tr> <td>Keine Ausbildung</td> <td>9</td> <td>$\frac{9}{80}$</td> </tr> </tbody> </table> 	Laufbahn	Absolute Häufigkeit (k)	Relative Häufigkeit (h)	Technische Ausbildung	16	$\frac{16}{80}$	Kaufmännische Ausbildung	25	$\frac{25}{80}$	Handwerkliche Ausbildung	13	$\frac{13}{80}$	Sonstige Ausbildung	7	$\frac{7}{80}$	Weiterführende Schulen	10	$\frac{10}{80}$	Keine Ausbildung	9	$\frac{9}{80}$	6
Laufbahn	Absolute Häufigkeit (k)	Relative Häufigkeit (h)																					
Technische Ausbildung	16	$\frac{16}{80}$																					
Kaufmännische Ausbildung	25	$\frac{25}{80}$																					
Handwerkliche Ausbildung	13	$\frac{13}{80}$																					
Sonstige Ausbildung	7	$\frac{7}{80}$																					
Weiterführende Schulen	10	$\frac{10}{80}$																					
Keine Ausbildung	9	$\frac{9}{80}$																					
4.3	<p>Arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{779 + 458 + 614 + 550 + 609 + 835 + 713 + 721}{8} = 659,88 \text{ €}$</p> <p>Median: <table border="1"> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td> </tr> <tr> <td>458</td><td>550</td><td>609</td><td>614</td><td>713</td><td>721</td><td>779</td><td>835</td> </tr> </table> $x_{\text{med}} = (614 + 713) : 2 = 663,50 \text{ €}$</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	458	550	609	614	713	721	779	835	4					
1	2	3	4	5	6	7	8																
458	550	609	614	713	721	779	835																
4.4	 <p> $P(JJ) = \frac{11}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{11}{38} = 0,29$ $P(JM) = \frac{11}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{99}{380} = 0,26$ $P(MJ) = \frac{9}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{99}{380} = 0,26$ $P(MM) = \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{18}{95} = 0,19$ </p> <p>Die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse waren nicht verlangt.</p>	4																					
4.5	<p>$P(E_1) = P(JJ) = \frac{11}{20} \cdot \frac{10}{19} = \frac{11}{38} = 0,29$</p> <p>$P(E_2) = P(JM) + P(MJ) + P(MM) = \frac{99}{380} + \frac{99}{380} + \frac{18}{95} = \frac{27}{38} = 0,71$</p> <p>$P(E_3) = P(JJ) + P(JM) + P(MJ) \text{ oder } 1 - P(MM) = 1 - \frac{18}{95} = 0,81$</p>	5																					
Summe		20																					

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 5 Funktionen		Pkt.												
5.1	$p_1 : y = a(x+5)^2 - 4,5$ mit $A(-8 0)$ $0 = a(-8+5)^2 - 4,5 \Rightarrow a = 0,5$ $y = 0,5(x+5)^2 - 4,5 = 0,5x^2 + 5x + 8$	4												
5.2	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-9,00</td><td>3,5</td></tr> <tr><td>-7,00</td><td>-2,5</td></tr> <tr><td>-5,00</td><td>-4,5</td></tr> <tr><td>-3,00</td><td>-2,5</td></tr> <tr><td>-1,00</td><td>3,5</td></tr> </tbody> </table> G_{p_2} nicht im Diagramm verlangt. 	x	y	-9,00	3,5	-7,00	-2,5	-5,00	-4,5	-3,00	-2,5	-1,00	3,5	3
x	y													
-9,00	3,5													
-7,00	-2,5													
-5,00	-4,5													
-3,00	-2,5													
-1,00	3,5													
5.3	$p_2 : y = -0,5x^2 - x - 1$ $x_s = \frac{-(-1)}{2(-0,5)} = -1; y_s = -0,5$	3												
5.4	$p_1 \cap p_2 : 0,5x^2 + 5x + 8 = -0,5x^2 - x - 1 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0$ $D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0 \Rightarrow$ Behauptung $x_B = \frac{-6}{2} = -3; y_B = -2,5$	4												
5.5	$-0,11x + 4,7805 = -0,2x^2 + 1,31x + 2,26 \Rightarrow 0 = -0,2x^2 + 1,42x - 2,5205$ $x_{1,2} = \frac{-1,42 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot (-0,2)} \Rightarrow x = 3,55$ $y = -0,11 \cdot 3,55 + 4,7805 = 4,39$ Auflagepunkt: $P(3,55 4,39)$	4												
5.6	Höhe der Stütze: $y = -0,11 \cdot 9,775 + 4,7805 \Rightarrow y = 3,70525$ Die senkrechte Stütze muss ca. 3,71 m hoch sein.	2												
Summe		20												

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 6 Körperberechnungen		Pkt.
6.1	$20.000 \ell = 20 \text{ m}^3$ $V_Z = V_{\text{Silo}} - V_K$ $= V_{\text{Silo}} - \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_K = 20 - \frac{1}{3} \cdot 1,20^2 \cdot \pi \cdot 1,80 = 20 - 2,71 = 17,29 \text{ m}^3$ $V_Z = r^2 \cdot \pi \cdot h_Z \Rightarrow 17,29 = 1,20^2 \cdot \pi \cdot h_Z \Rightarrow h_Z = 3,82 \text{ m}$ Der Zylinder muss 3,82 m hoch sein.	5
6.2	$s_K = \sqrt{1,80^2 + 1,20^2} = 2,16 \text{ m}$ Die Seitenkante ist 2,16 m lang.	2
6.3	$r_F = \text{Radius bei Füllhöhe}$ $\frac{r_F}{1,20} = \frac{0,66}{1,80} \Rightarrow r_F = 0,44 \text{ m}$ $V_{\text{Material}} = \frac{1}{3} \cdot 0,44^2 \cdot \pi \cdot 0,66 = 0,13381 \text{ m}^3 = 133,81 \ell$	4
6.4	$A = M_Z + M_K = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h_Z + r \cdot s_K \cdot \pi$ $A = 2 \cdot 1,20 \cdot \pi \cdot 3,82 + 1,20 \cdot 2,16 \cdot \pi = 36,95 \text{ m}^2$	3
6.5	$V_{\text{Metallband}} = (r_2^2 - r_1^2) \cdot \pi \cdot h_{\text{Metallband}} = (123^2 - 121^2) \cdot \pi \cdot 5 = 7665,49 \text{ cm}^3 (\approx 7,67 \text{ dm}^3)$	3
6.6	$O_{\text{Plane}} = r_{\text{Plane}}^2 \cdot \pi \Rightarrow 5,9 = r_{\text{Plane}}^2 \cdot \pi \Rightarrow r_{\text{Plane}} = \sqrt{\frac{5,9}{\pi}} = 1,37 \text{ m}$ Überstand = $1,37 \text{ m} - 1,21 \text{ m} = 0,16 \text{ m}$ Die Plane hängt 16 cm über die Silokante.	3
	Summe	20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2012 Lösungsvorschlag: 7 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion und Gleichungen		Pkt.														
7.1	$0,0625 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ (wahr) \Rightarrow Punkt A liegt auf dem Graphen der Funktion f.	1														
7.2	<table border="1" style="display: inline-table; margin-bottom: 10px;"> <tr> <td>x</td> <td>-1,5</td> <td>-1</td> <td>-0,5</td> <td>0</td> <td>0,5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2,83</td> <td>2</td> <td>1,41</td> <td>1</td> <td>0,71</td> <td>0,5</td> </tr> </table> 	x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	y	2,83	2	1,41	1	0,71	0,5	4
x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1										
y	2,83	2	1,41	1	0,71	0,5										
7.3	$1,5 = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow \lg 1,5 = x \cdot \lg 0,5 \Rightarrow x = -0,58$; T(-0,58 1,5) (Graph: siehe 7.2)	3														
7.4	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow x = (0,5)^y \Rightarrow y = \log_{0,5} x$	2														
7.5	$D = \mathbb{R}$ $64^{x+1} = 16^{3x+2} \Rightarrow 2^{6x+6} = 2^{12x+8} \Rightarrow 6x + 6 = 12x + 8 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$	4														
7.6	$D = \{x \mid x > -1\}$ $\lg(x+1)^2 = \lg 10 \Rightarrow (x+1)^2 = 10 \Rightarrow x^2 + 2x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 2,16; x_2 = -4,16 \notin D$ $L = \{2,16\}$	6														
Summe		20														