

1 Finanzmathematik

Punkte

Frau Anna-Lena Großkopf kauft sich am Starnberger See eine exklusive Immobilie für 2.000.000 €. Den Kauf finanziert sie zu 60 % mit einem Darlehen (Darlehenskonto Nr. 10040060) der VEREINIGTEN AMBERGER-BANK. Für die Rückzahlung des Darlehens wird mit dem Geldinstitut eine jährliche gleichbleibende Annuität in Höhe von 70.000 € vereinbart.

1.1 Berechnen Sie, welche Tilgungsdauer bei der vereinbarten Annuität vorgesehen ist, wenn der Zinssatz 4 % p. a. beträgt.

4

Nach Ablauf der Zinsbindung für die ersten 10 Jahre bietet die VEREINIGTE AMBERGER-BANK in einer Hochzinsphase einen Zinssatz von 8,75 % p. a. an.

Da die Belastung bei diesem Zinssatz für Frau Großkopf zu hoch ist, stellt sie folgenden Antrag bei der Bank:

**VEREINIGTE AMBERGER-BANK** 

Zweigfiliale: Vogelanger 2, 82319 Starnberg

**FORMBLATT (AGT): Antrag auf Genehmigung einer Tilgungsaussetzung**

**Darlehenskonto Nr.:** 10040060

**Darlehensnehmer/Antragssteller:** Frau Anna-Lena Großkopf  
Johann-Lauterbach-Straße 4  
82327 Tutzing

**Aussetzungszeitraum:** Beginn: 01.01. des 11. Tilgungsjahres  
Ende: 31.12. des 12. Tilgungsjahres

*Sehr geehrter Damen und Herren, .....  
mit diesem Antrag bitte ich Sie um Aussetzung der Tilgung meines Darlehens bei  
Ihnen für den oben angegebenen Zeitraum.....*

Anna-Lena Großkopf  
Darlehensnehmer

**genehmigt**

Frank Übelhack  
Darlehensgeber

1.2 Berechnen Sie die Restschuld zu Beginn des 11. Tilgungsjahres und erstellen Sie den Tilgungsplan für das 11. und 12. Jahr.

3

Der sparsame Ehemann von Frau Großkopf, Schreinermeister Bernd Großkopf, hat während seiner beruflichen Tätigkeit bei einer Fondsgesellschaft 20 Jahre lang jährlich nachschüssig einen gleichbleibenden Betrag eingezahlt. Im Anschluss daran hat er bis zum Eintritt in den Ruhestand 5 Jahre lang keine Einzahlungen mehr geleistet. Das Guthaben beträgt bei Eintritt in den Ruhestand 250.000 €.

- 1.3 Berechnen Sie die Höhe der jährlichen nachschüssigen Einzahlungen, wenn die Fondsgesellschaft während der gesamten 25 Jahre einen Zinssatz von 2,25 % gewährt hat. 4

Herr Großkopf meint: „Wenn ich vor 25 Jahren 130.000 € hätte anlegen können, wäre dieser Betrag bei der Verzinsung von 2,25 % auch auf 250.000 € angewachsen.“

- 1.4 Überprüfen Sie, ob Herr Großkopf recht hat. 2

Die Fondsgesellschaft zahlt Herrn Großkopf jährlich aus seinem angesparten Guthaben von 250.000 € eine vorschüssige Rente in Höhe von 15.500 € aus.

- 1.5 Berechnen Sie, wie oft Herr Großkopf die volle Rente ausbezahlt bekommt, wenn ihm die Fondsgesellschaft 2 % Zinsen gewährt. 5

- 1.6 Berechnen Sie die Höhe der letzten Auszahlung, wenn er 19 volle Zahlungen erhält. 2

---

Summe 20

2 Folgen und Reihen

Punkte

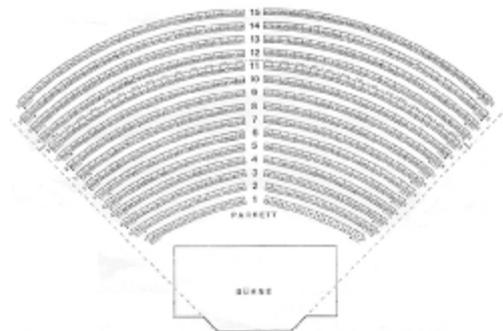
Das Unternehmen EASY-PHONE produziert seit März 2011 das Smartphone "Easytouch". Aufgrund steigender Kundennachfrage musste die Produktion des Smartphones Easytouch um 5 % pro Monat gesteigert werden. Im März 2011 wurden 1.250 Smartphones Easytouch hergestellt.

- 2.1 Berechnen Sie, wie viele Smartphones Easytouch im Dezember 2011 produziert wurden. 2
- 2.2 Am Ende welches Kalendermonats konnte das Unternehmen EASY-PHONE erstmals vermelden, mehr als 2.000 Smartphones Easytouch produziert zu haben. 3
- 2.3 Berechnen Sie, wie viel Umsatz insgesamt mit dem Verkauf der Smartphones Easytouch bis Ende Mai 2012 erzielt wurde, wenn das Unternehmen in diesem Zeitraum einen durchschnittlichen Verkaufspreis von 199,99 € angibt. 3

Das Unternehmen EASY-PHONE produziert außerdem seit September 2010 das Handy "XP-0815". Um die Kapazitäten der Produktionsmaschinen, auf denen auch das Smartphone hergestellt wird, zu entlasten, wurde die Anzahl der hergestellten Handys XP-0815 jeden Monat um eine gleichbleibende Zahl reduziert.

- 2.4 Im Mai 2011 wurden 1.582 Handys XP-0815 hergestellt. Berechnen Sie, um wie viel Stück die Produktion gleichbleibend monatlich reduziert wurde, wenn das Unternehmen im September 2010 noch 1.806 Handys XP-0815 hergestellt hat. 3

Das Unternehmen EASY-PHONE nimmt seine gesellschaftliche Verantwortung wahr und übernimmt die Finanzierung der neuen Bestuhlung im örtlichen Freilufttheater. Die Tribüne besteht aus 15 Sitzreihen (siehe Skizze), wobei in jeder Reihe vier Zuschauer mehr als in der vorhergehenden Reihe Platz nehmen können. Die 9. Reihe bietet Platz für 60 Personen.



- 2.5 Überprüfen Sie rechnerisch, ob 850 Besucher einen Sitzplatz in dem Freilufttheater haben. 4
- 2.6 Berechnen Sie, wie viele Sitzreihen das Freilufttheater mindestens haben müsste, wenn insgesamt 1.200 Besuchern ein Sitzplatz angeboten wird und 28 Sitze in der ersten Reihe sind. 5

Summe 20

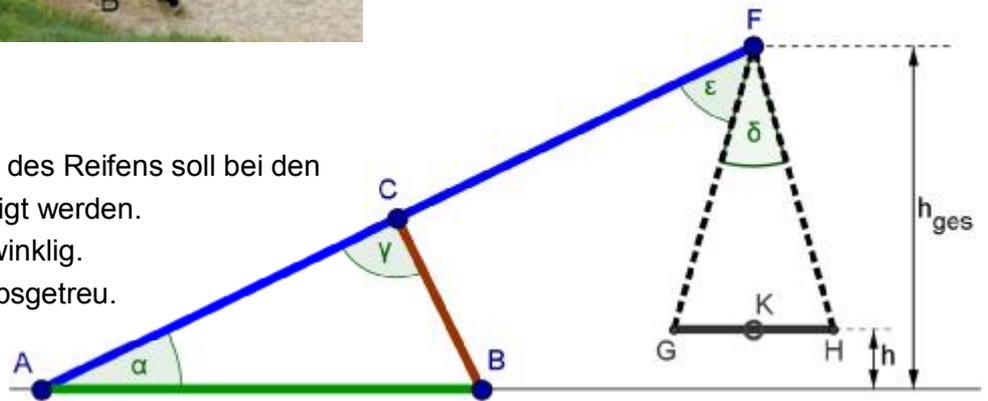
3 Trigonometrie

Punkte



Auf einem Spielplatz steht die links abgebildete Schaukel. Der Hauptträger  $\overline{AF}$  ist 4 m lang und wird genau in der Mitte (Punkt C) von zwei Stützen getragen. Es soll eine zusätzliche Stütze  $\overline{BC}$  angebracht werden. Von der Schaukel sind zusätzlich folgende Größen bekannt:

$\overline{AB} = 2,2 \text{ m}$  und  $\alpha = 27^\circ$



Hinweise:

- Die Dicke der Balken sowie des Reifens soll bei den Berechnungen vernachlässigt werden.
- Der Winkel  $\gamma$  ist nicht rechtwinklig.
- Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

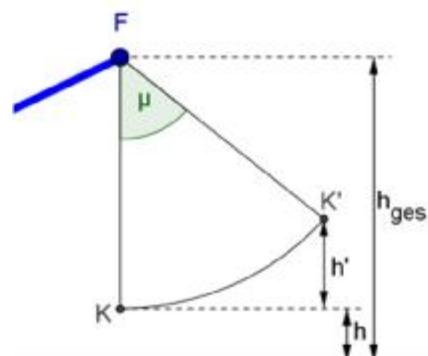
- 3.1 Berechnen Sie die Länge der neuen Stütze  $\overline{BC}$ . (Ergebnis:  $\overline{BC} = 1 \text{ m}$ )
- 3.2 Berechnen Sie den Winkel  $\gamma$  zwischen der neuen Stütze  $\overline{BC}$  und dem Hauptträger  $\overline{AF}$ . (Ergebnis:  $\gamma = 87,17^\circ$ )
- 3.3 Berechnen Sie die Gesamthöhe  $h_{\text{ges}}$  der Schaukel. (Ergebnis:  $h_{\text{ges}} = 1,82 \text{ m}$ )

4  
3  
3

Der aufgehängte Reifen mit dem Durchmesser  $\overline{GH} = 80 \text{ cm}$  hängt an Ketten, von denen zwei gegenüberliegende den Öffnungswinkel  $\delta = 29,86^\circ$  besitzen.

- 3.4 Berechnen Sie die Höhe  $h$  des Reifens über dem Boden. (Ergebnis:  $h = 0,32 \text{ m}$ )
- 3.5 Berechnen Sie den Winkel  $\epsilon$ , wenn die Schaukel im Ruhezustand ist.
- 3.6 Die Mitte der Strecke  $\overline{GH}$  wird mit K bezeichnet. Der Punkt K wird um  $\mu = 50^\circ$  nach oben ausgelenkt. Berechnen Sie die Höhe  $h'$  des Punktes  $K'$  (siehe Skizze). (Hinweis: Die Ketten  $\overline{FG}$  und  $\overline{FH}$  sowie die Strecke  $\overline{GH}$  sind in der Skizze nicht dargestellt.)

4  
2  
4



Summe 20

4 Stochastik

Punkte

Zur Erstellung der alljährlichen Abschlussstatistik wurden die weiblichen und männlichen Schulabgänger einer Wirtschaftsschule zu ihren Berufswünschen befragt. In der Tabelle sind die Ergebnisse getrennt nach Klasse und Geschlecht gelistet.

Klassen	10a		10b		10c	
Schülerzahl	29		31		20	
Geschlecht	m	w	m	w	m	w
Technische Ausbildung	5	2	2	5	1	1
Kaufmännische Ausbildung	4	6	3	4	3	5
Handwerkliche Ausbildung	2	0	5	2	3	1
Sonstige Ausbildung	1	2	0	3	1	0
Weiterführende Schulen	1	3	2	2	1	1
Keine Ausbildung	2	1	1	2	2	1

- 4.1 Bestimmen Sie die absolute Häufigkeit der weiblichen Personen, welche die Klasse 10a oder 10c besuchen und eine technische Ausbildung beginnen. 1
- 4.2 Auf Seite 7 ist eine Tabelle abgebildet, in der das Befragungsergebnis der Klassen 10a, 10b und 10c ohne Unterscheidung des Geschlechts pro Laufbahn zusammengefasst werden soll. Tragen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten in die Tabelle ein und stellen Sie das Ergebnis in dem auf Seite 7 vorgegebenen Kreis als Diagramm dar. 6

Die Personen der Klasse 10c, die eine kaufmännische Ausbildungsstelle antreten, wurden nach der Höhe ihrer monatlichen Ausbildungsvergütung im ersten Ausbildungsjahr befragt. Die Antworten ergaben folgende Urliste in €:

779	458	614	550	609	835	713	721
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 4.3 Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Median der angegebenen Ausbildungsvergütungen. 4

Ein Mathematiklehrer geht am Montag in der ersten Stunde in die Klasse 10c, die 20 Personen darunter 9 Mädchen besuchen. Der Lehrer lässt entgegen der Erwartungen der Schülerinnen und Schüler keine Stegreifaufgabe schreiben, sondern entschließt sich, zwei Personen nacheinander mündlich an der Tafel zu prüfen. Die Personen werden dafür rein zufällig ausgewählt. Sie sollen in den folgenden Teilaufgaben nur nach ihrem Geschlecht unterschieden werden.

- 4.4 Erstellen Sie ein Baumdiagramm für oben beschriebenes Zufallsexperiment und tragen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten ein. 4
- 4.5 Ermitteln Sie mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse: 5
  - E<sub>1</sub>: Der Lehrer prüft kein Mädchen.
  - E<sub>2</sub>: Der Lehrer prüft höchstens einen Jungen.
  - E<sub>3</sub>: Der Lehrer prüft mindestens einen Jungen.

Summe 20

**Zusatzblatt zu 4. Stochastik**

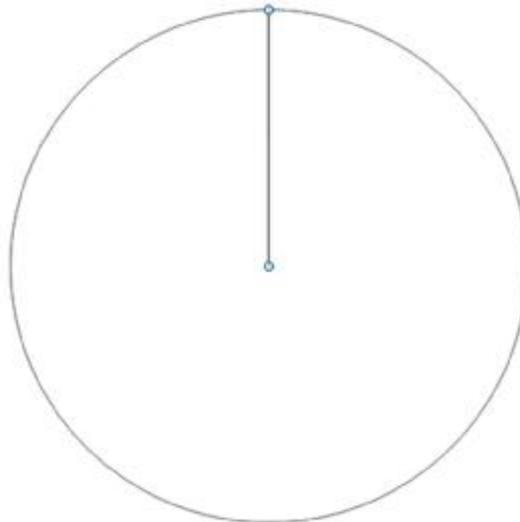
Name:.....

Zu Teilaufgabe 4.2

Tabelle:

<b>Laufbahn</b>	<b>Absolute Häufigkeit (k)</b>	<b>Relative Häufigkeit (h)</b>
Technische Ausbildung		
Kaufmännische Ausbildung		
Handwerkliche Ausbildung		
Sonstige Ausbildung		
Weiterführende Schulen		
Keine Ausbildung		

Kreisdiagramm:



5 Funktionen

Punkte

Gegeben ist der Scheitel  $S(-5 | -4,5)$  und ein Punkt  $A(-8 | 0)$  einer Parabel  $p_1$ .

5.1 Ermitteln Sie die allgemeine Form der Parabel  $p_1$ .  
(Ergebnis:  $p_1 : y = 0,5x^2 + 5x + 8$ ) 4

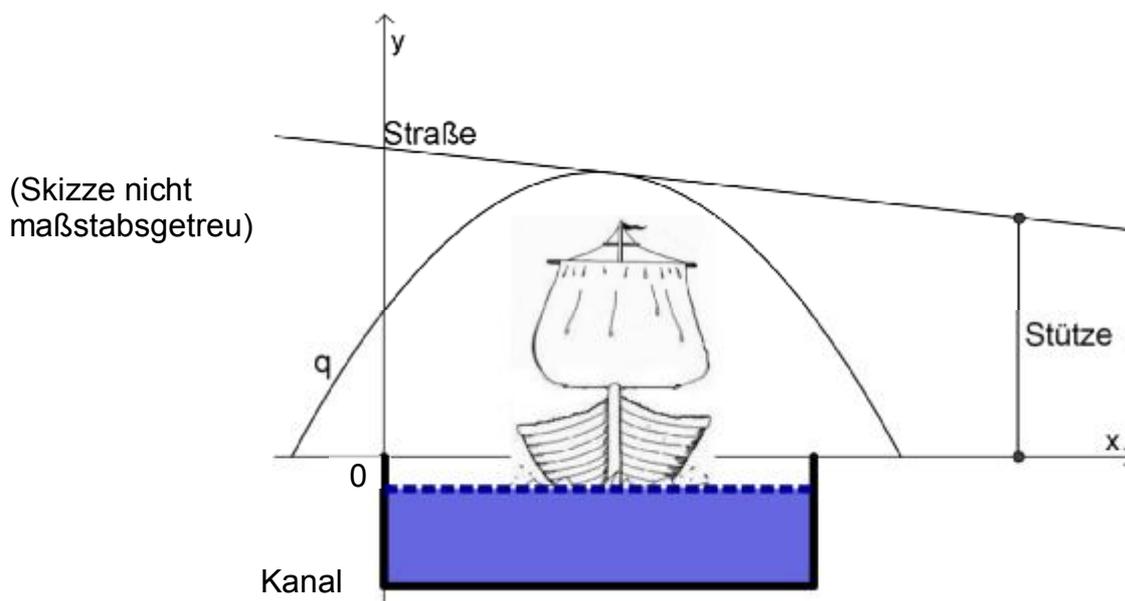
5.2 Zeichnen Sie die Parabel  $p_1$  im Bereich  $-9 \leq x \leq -1$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Fertigen Sie dazu eine Wertetabelle mit der Schrittweite  $\Delta x = 2$  an. 3  
Platzbedarf:  $-9 \leq x \leq 0$  und  $-5 \leq y \leq 4$

Gegeben ist die Parabel  $p_2$  mit  $p_2 : y = -0,5x^2 - x - 1$ .

5.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel  $p_2$ . 3

5.4 Zeigen Sie, dass sich die Parabeln  $p_1$  und  $p_2$  in einem Punkt B berühren und berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes. 4

Über einen Kanal soll eine Brücke gebaut werden. Die Straße folgt der Geraden  $g$  mit der Funktionsgleichung  $y = -0,11x + 4,7805$  und liegt auf einem parabelförmigen Bogen  $q$  mit der Funktionsgleichung  $y = -0,2x^2 + 1,31x + 2,26$ . Die Koordinaten der Punkte der Geraden  $g$  und der Parabel  $q$  besitzen die Einheit Meter.



5.5 Berechnen Sie die Koordinaten des Auflagepunktes der Straße auf dem Brückenbogen. 4

5.6 Aus Sicherheitsgründen wird an der Stelle  $x = 9,775$  m eine senkrechte Stütze angebracht. Berechnen Sie die Höhe der senkrechten Stütze. 2

Summe 20

6 Körperberechnungen

Punkte

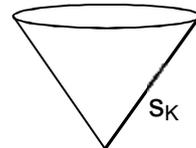
Nebstehendes Foto zeigt ein Wechselsilo für den Transport von Baumaterialien, welches sich aus einem Zylinder und einem Kegel zusammensetzt. Die Innendurchmesser des Zylinders und des Kegels betragen 2,40 m. Die Innenhöhe des Silokegels beträgt 1,80 m. Das Wechselsilo ist oben ohne Deckel, jedoch mit einer Plastikplane gegen Niederschlag geschützt.



Hinweis: Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.

6.1 Berechnen Sie die Höhe  $h_z$  des Zylinders, damit das Wechselsilo ein Gesamtvolumen von 20.000 Litern fassen kann. (Ergebnis:  $h_z = 3,82$  m) 5

6.2 Berechnen Sie aus den angegebenen Maßen die Länge der Mantellinie  $s_K$  des Kegels. (Ergebnis:  $s_K = 2,16$  m) 2



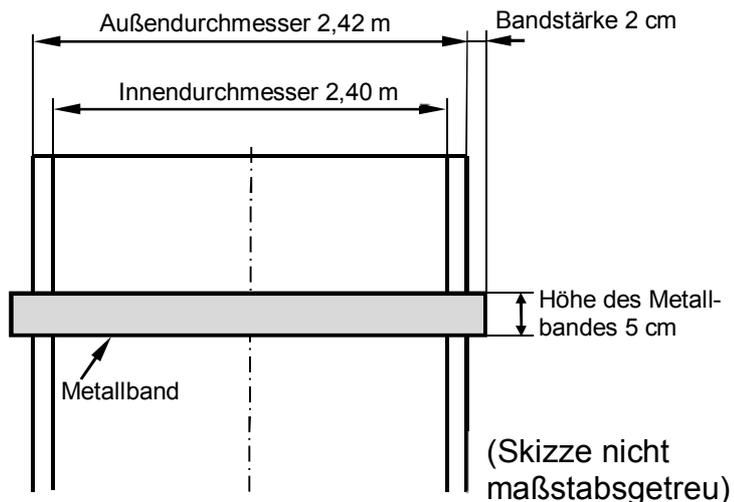
6.3 Im Kegel des Silos befindet sich ein Rest an Baumaterial mit einer Füllhöhe von 66 cm. Bestimmen Sie das Volumen des sich im Wechselsilo befindlichen Baumaterials in Liter. 4

6.4 Das leere Wechselsilo wird innen mit einer Antihaftbeschichtung gestrichen. Berechnen Sie die zu streichende Fläche. 3

6.5 Im oberen Bereich des Silos befindet sich ein Metallband. Berechnen Sie das Volumen des Bandes. 3



Metallband



6.6 Die zum Abdecken mittig liegende Plastikplane ist kreisförmig und besitzt eine Fläche von  $5,9$  m<sup>2</sup>. Berechnen Sie, um wie viel cm die Plane über die Außenkante des Silos herabhängt. 3

Summe 20

7 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion und Gleichungen		Punkte
Gegeben ist die Funktion f mit $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .		
7.1	Prüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt A(4  0,0625) auf dem Graphen der Funktion f liegt.	1
7.2	Zeichnen Sie den Graphen für die Funktion f im Bereich $-1,5 \leq x \leq 1$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Fertigen Sie dazu eine Wertetabelle mit der Schrittweite $\Delta x = 0,5$ an. Platzbedarf: $-2 \leq x \leq 1,5$ und $-0,5 \leq y \leq 3$	4
7.3	Die Gerade g mit der Gleichung $y = 1,5$ und der Graph der Funktion f schneiden sich im Punkt T. Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem ein und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes T.	3
7.4	Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}$ zur Funktion f.	2
Bestimmen Sie für die folgenden Gleichungen jeweils die Definitions- und Lösungsmenge in der Grundmenge der reellen Zahlen.		
7.5	$64^{x+1} - 16^{3x+2} = 0$	4
7.6	$2\lg(x+1) = 1$	6
Summe		20