

1 Finanzmathematik	Punkte
<p>Herr Schmidt will sein Modegeschäft in der Weinstraße in München verkaufen. Er erhält folgende drei Angebote:</p>	
<p>A: 175.000 € sofort und 13 Jahre lang nachschüssig 35.000 €</p>	
<p>B: 300.000 € sofort und beginnend nach 3 Jahren 8 vorschüssige jährliche Raten von 32.000 €</p>	
<p>C: Drei gleiche Raten in Höhe von 200.000 € im Abstand von 4 Jahren, wobei die 1. Rate sofort fällig ist</p>	
<p>1.1 Berechnen Sie, welches Angebot für Herrn Schmidt am günstigsten ist, wenn man einen Zinssatz von jährlich 3,9 % zugrunde legt.</p>	6
<p>Nach dem Verkauf seines Modegeschäftes legt Herr Schmidt 350.000 € zu 4,8 % an und lässt sich davon jährlich nachschüssig 54.000 € auszahlen.</p>	
<p>1.2 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich sein Guthaben auf weniger als 150.000 € verringert hat.</p>	5
<p>Aus dem Verkauf des Modegeschäftes legt Herr Schmidt außerdem einen Betrag von 75.000 € bei einer Bank an, der nach 5 Jahren Vertragslaufzeit auf den Auszahlungsbetrag von 100.000 € angewachsen soll.</p>	
<p>1.3 Berechnen Sie, welchen gleichbleibenden Zinssatz die Bank zugrunde legt.</p>	3
<p>Herr Mayer benötigt für den Bau einer Solaranlage auf seinem Haus ein Darlehen in Höhe von 54.000 €. Mit seiner Hausbank schließt er folgenden Darlehensvertrag (siehe Auszug des Darlehensvertrages auf der nächsten Seite!).</p>	
<p>1.4 Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 2 Jahre.</p>	3
<p>1.5 Berechnen Sie, wie lange die Rückzahlung des Darlehens bei einer veränderten Annuität von 7.000 € dauern würde.</p>	3
Summe	20

DARLEHENSVERTRAG

- Darlehensnehmer – Herr Manfred Mayer, Sonnenstraße 4, 82362 Weilheim
- Darlehensgeber – Sparkasse Weilheim, Unterer Graben 12, 82362 Weilheim

1. Darlehensgewährung

Der Darlehensgeber gewährt dem Darlehensnehmer ein verzinsliches Darlehen in Höhe von 54.000,00 € (in Worten vierundfünfzigtausend Euro). Der Darlehensnehmer bestätigt mit seiner Unterschrift unter diesen Vertrag den Erhalt des Darlehensbetrages.

2. Verzinsung

Das Darlehen ist mit einem Zinssatz in Höhe von 4,50 % p.a. zu verzinsen. Die Zinsen sind jeweils am 31.12. zu zahlen.

3. Annuität

Das Darlehen ist in jährlichen Annuitäten (Zins und Tilgung) in Höhe von 9.000,00 € zu tilgen.

Weilheim: 21.12.2010

Sabine Geber i. V.

(Darlehensgeber)

Manfred Mayer

(Darlehensnehmer)

2 Folgen und Reihen

Punkte

Ein Hersteller von Haar-Pflegemitteln geht davon aus, dass ein Mensch durchschnittlich 100.000 Haare auf dem Kopf hat. Die Haare eines Menschen wachsen täglich um 0,3 mm.

2.1 Britta überlegt, ihr 8 cm langes Haar auf eine Länge von 35 cm wachsen zu lassen. Ermitteln Sie, wie viele Tage Britta ihre Haare nicht schneiden darf.

3

2.2 Die durchschnittliche Lebensdauer von menschlichen Haaren bis zum Ausfall beträgt 6 Jahre. Berechnen Sie das Längenwachstum eines Haares für diesen Zeitraum.

2

In der folgenden Werbeanzeige wird das neue Haarwuchsmittel „Fullhair“ angepriesen:

WERBEANZEIGE:

FULLHAIR
Bei uns gibt es mehr Haar für ihr Geld

„Ihr Haar wächst normalerweise pro Monat um 1 cm. Bei regelmäßiger Anwendung unseres Haarwuchsmittels erzielen Sie eine monatliche Steigerung um 5 %.“

2.3 Das Haarwuchsmittel wird 9 Monate angewendet. Berechnen Sie die Gesamtlänge eines 1 cm langen Haares nach diesem Zeitraum.

4

2.4 Wie viele Millimeter würde das Haar unter diesen Bedingungen im 9. Monat nach Beginn der Anwendung wachsen?

2

Bei einem Mann mit 100.000 Kopfharen hat das Nachwachsen neuer Haare aufgehört. Pro Woche fallen ihm 2 % der vorhandenen Haare aus.

2.5 Berechnen Sie, nach wie vielen Wochen er weniger als 10.000 Haare hat.

4

2.6 Welche Gesamtlänge haben alle noch nicht ausgefallenen Haare nach 12 Wochen, wenn die Haare zu Beginn 3 cm lang sind und pro Woche um 2 mm wachsen? Geben Sie Ihr Ergebnis in Kilometer an.

5

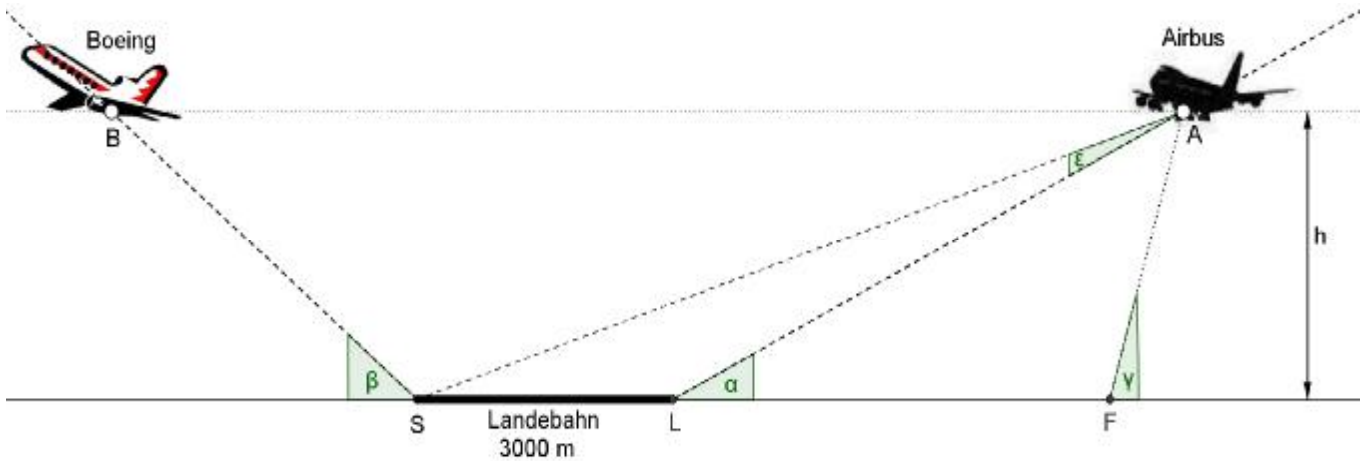
Summe

20

3 Trigonometrie

Punkte

Am Flughafen München landen und starten Passagiermaschinen teilweise im Minutentakt. Die Flugzeuge landen im Punkt L und heben im 3.000 m entfernten Startpunkt S ab (siehe Skizze). Ein Flugzeug vom Typ Airbus befindet sich im Punkt A im direkten Landeanflug auf den Flughafen. Er sinkt mit dem konstanten Neigungswinkel $\alpha = 3^\circ$ und ist vom Punkt L der Landebahn 6.000 m entfernt.



Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

Hinweise:

Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die Start- und Landeanflüge der Flugzeuge in einer Ebene erfolgen und geradlinig unter konstanten Winkeln verlaufen. Die Länge der Flugzeuge wird vernachlässigt.

3.1 Berechnen Sie, in welcher Höhe sich der Airbus über dem Boden befindet. 2

3.2 Berechnen Sie, unter welchem Winkel ε man vom Airbus aus (Punkt A) die 3.000 m lange Landebahn \overline{SL} sieht. 6

Ein Fotograf, der sich im Punkt F in direkter Verlängerung der Landebahn befindet, sieht den Airbus im Punkt A unter einem Winkel von $\gamma = 20^\circ$.

3.3 Berechnen Sie die Entfernung des Fotografen F vom Punkt L der Landebahn. 4

Ein zuvor gestartetes Flugzeug vom Typ Boeing steigt mit konstantem Winkel $\beta = 5^\circ$ und befindet sich, wie in der Skizze dargestellt, in gleicher Flughöhe $h = 314,02$ m wie der Airbus.

3.4 Berechnen Sie, wie weit die Boeing zu diesem Zeitpunkt vom Startpunkt S entfernt ist. (Ergebnis: $\overline{BS} = 3.602,98$ m) 2

3.5 Ermitteln Sie die Steigung der startenden Boeing in Prozent. 2

3.6 Berechnen Sie, wie weit die beiden Flugzeuge voneinander entfernt sind. 4

Summe 20

4 Stochastik

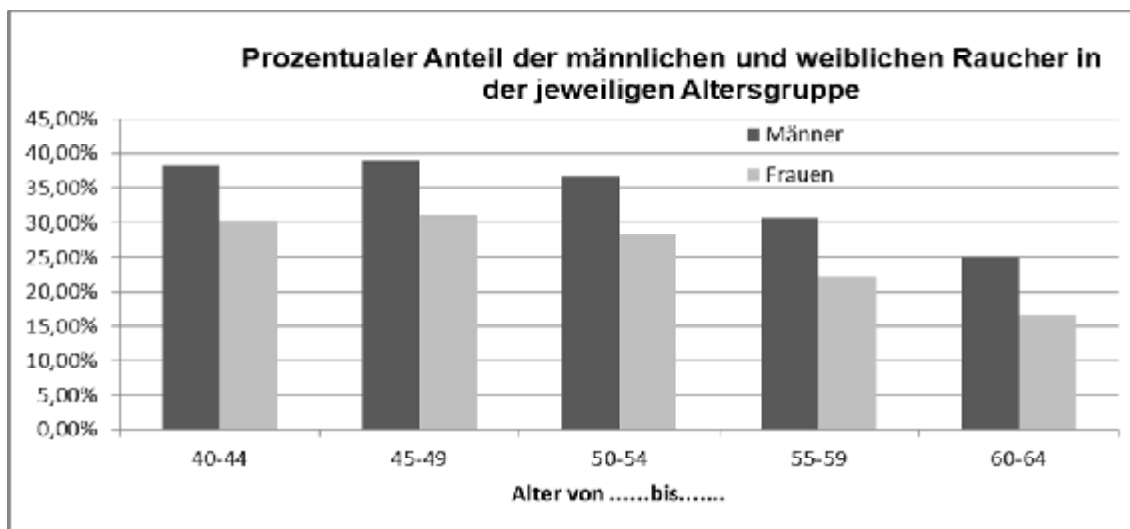
Punkte

Die nachstehende Tabelle zeigt Daten zum Rauchverhalten in bestimmten Altersgruppen, die das Statistische Bundesamt veröffentlicht hat.

Altersgruppen	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39
Anzahl der befragten Männer je Altersgruppe	1.839.000	1.969.000	1.956.000	1.829.000	2.091.000
Anzahl der befragten Männer je Altersgruppe, die rauchen	366.000	785.000	867.000	777.000	816.000

- 4.1 Bestimmen Sie die absolute Häufigkeit der männlichen Personen, die rauchen und sich in einer der drei Altersgruppen von 15 – 29 Jahren befinden. 2
- 4.2 Bestimmen Sie die relative Häufigkeit des Ereignisses E: „Raucher in der Altersgruppe der 20-24-jährigen Männer“ und die relative Häufigkeit des zugehörigen Gegenereignisses. 3
- 4.3 Das auf Seite 7 abgebildete Diagramm zeigt die prozentualen Anteile der männlichen Raucher in den jeweiligen Altersgruppen. Ergänzen Sie das Diagramm für die Altersgruppe der 35-39-jährigen Männer. 3
- 4.4 Bestimmen Sie den prozentualen Anteil aller Raucher unter der Gesamtanzahl der befragten Männer. 2

Das untenstehende Diagramm zeigt das Rauchverhalten von Männer und Frauen. Dieser Darstellung kann man beispielsweise entnehmen, dass ca. 38 % der 40-44-jährigen Männer rauchen. Somit kann davon ausgegangen werden, dass ein zufällig ausgewählter Mann aus dieser Altersgruppe mit einer Wahrscheinlichkeit von 38 % Raucher ist.



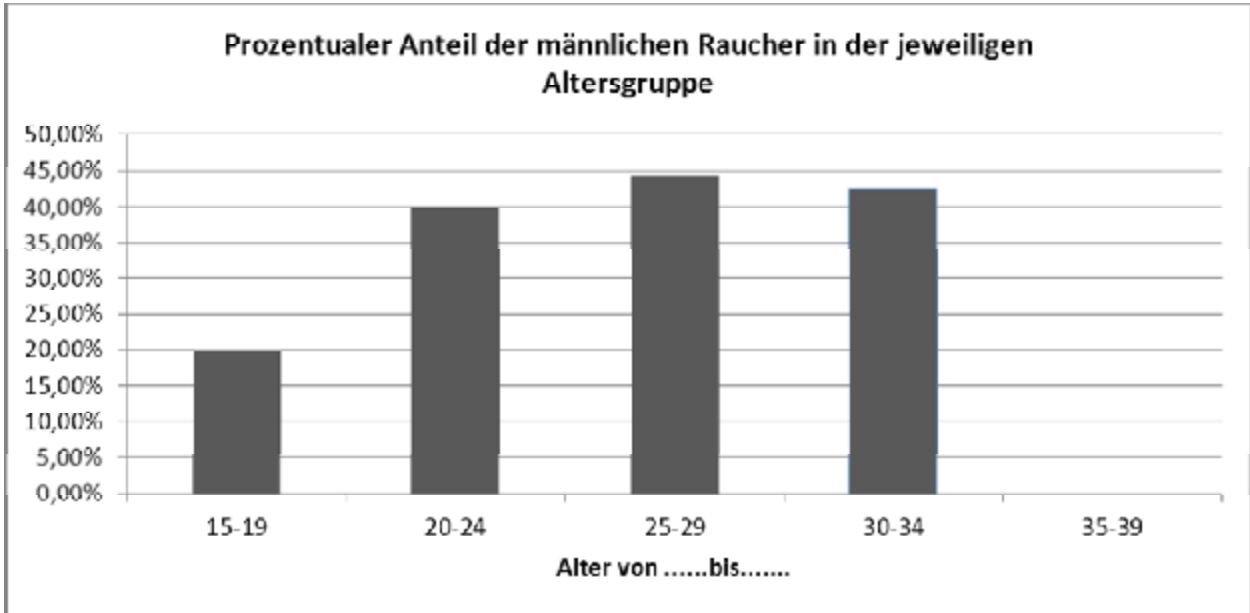
- 4.5 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine 47-jährige Frau Raucherin? 1
- 4.6 Ermitteln Sie mit Hilfe des Diagramms näherungsweise, wie viel Prozent der Bevölkerung in der Altersgruppe der 45-49-Jährigen rauchen, wenn man davon ausgeht, dass in dieser Altersgruppe gleich viele Frauen und Männer sind. 3
- 4.7 Tragen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten für die Altersgruppe der 40-44-Jährigen in das Baumdiagramm auf Seite 7 ein und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(MR)$, $P(MNR)$, $P(FR)$ und $P(FNR)$. 6

Summe 20

Zusatzblatt zu 4. Stochastik

Name:.....

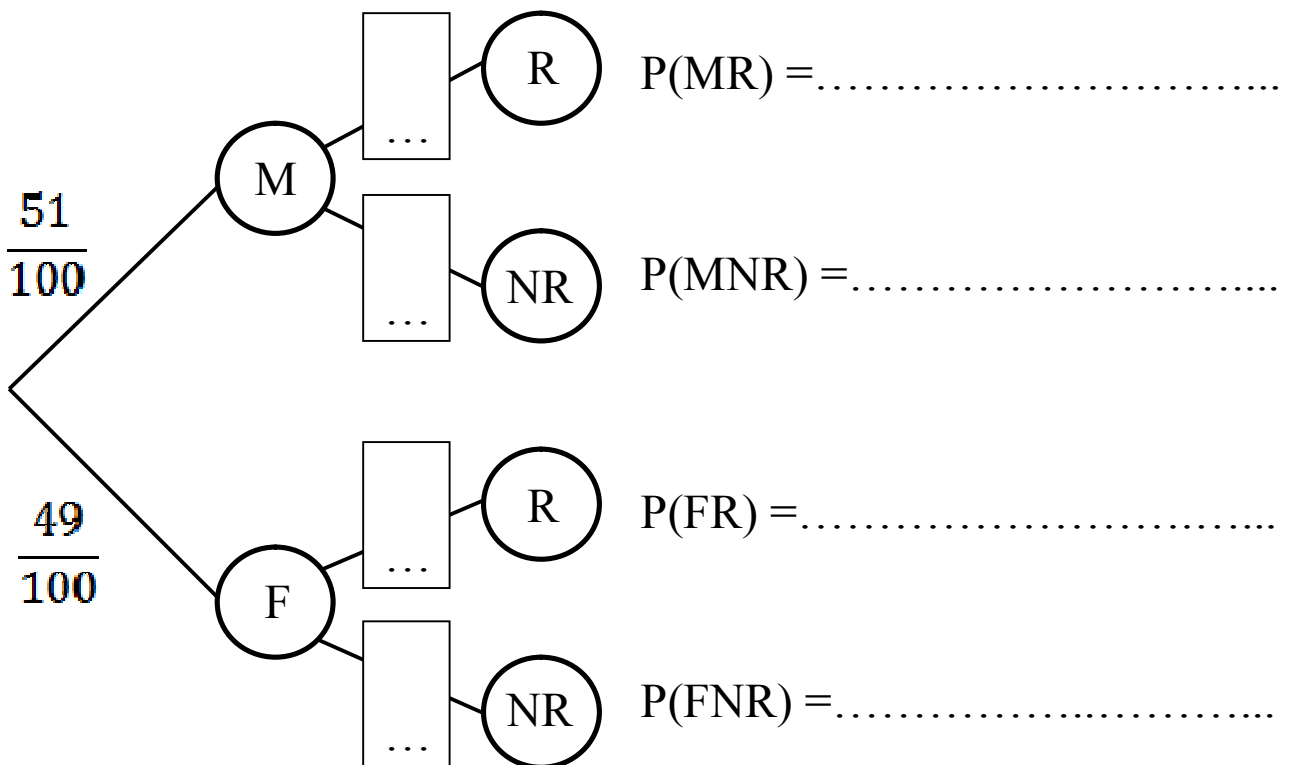
Zu Teilaufgabe 4.3



Zu Teilaufgabe 4.7

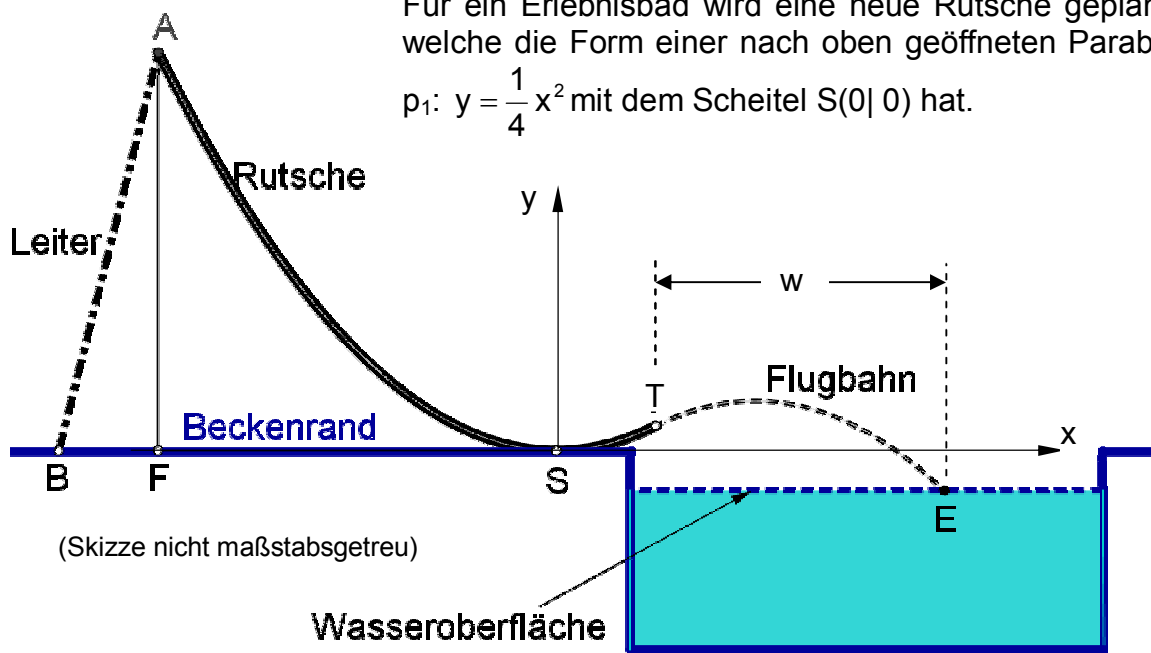
M: Männer, F: Frauen

R: Raucher, NR: Nichtraucher



5 Funktionen

Punkte



(Skizze nicht maßstabsgetreu)

An der Rutsche wird eine Leiter angebracht, die am oberen Einstieg $A(-4|4)$ und am unteren Anstellpunkt $B(-5|0)$ befestigt ist.

5.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden l durch die Punkte A und B . 3

Am Ende der Rutsche werden die Badegäste im Punkt T in einer Flugbahn nach oben geschleudert. Die Flugbahn wird durch die Parabel p_2 mit der Gleichung $y = -0,25x^2 + x - 0,5$ beschrieben.

5.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass sich die Parabeln p_1 und p_2 berühren und berechnen Sie den Berührungspunkt T .
(Teilergebnis: $T(1|0,25)$) 5

5.3 Begründen Sie, dass die Parabel p_2 nach unten geöffnet ist. Zeichnen Sie p_2 mit Hilfe einer Wertetabelle in das Koordinatensystem des Zusatzblattes (Seite 9) im Bereich $1 \leq x \leq 4$ ein. 4

Die Wasseroberfläche liegt 40 cm unterhalb des Beckenrandes und wird mit der Gleichung der Geraden $g: y = -0,4$ beschrieben.

5.4 Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem des Zusatzblattes (Seite 9) der Teilaufgabe 5.3. 1

5.5 Berechnen Sie die maximale Höhe, die der Badegast mit seiner Flugbahn über der Wasseroberfläche erreicht. 3

5.6 Ermitteln Sie rechnerisch die horizontale Weite w (siehe Skizze) des Fluges, wenn der Badegast im Punkt E in das Wasser eintaucht. 4

Summe 20

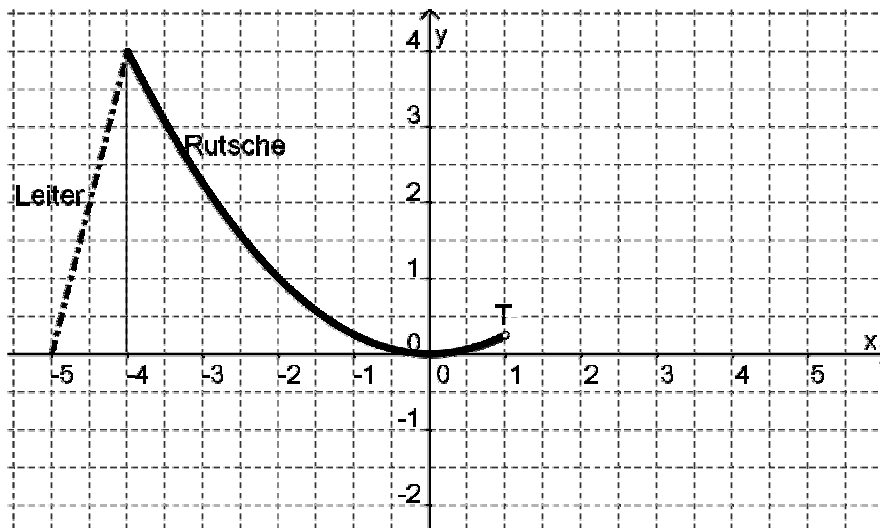
Zusatzblatt zu 5. Funktionen

Name:.....

Wertetabelle zu Teilaufgabe 5.3:

x	1	2	3	4
y				

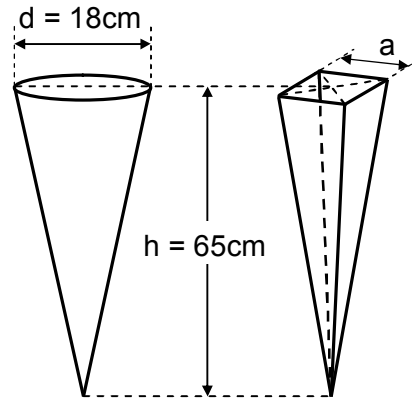
Koordinatensystem zu den Teilaufgaben 5.3 und 5.4:



6 Körperberechnungen



Zum neuen Schuljahr sollen Schultüten in zwei Ausführungen aus Karton gefertigt werden. Die erste Form wird als Kegel, die zweite in Form einer geraden, quadratischen Pyramide ausgeführt (siehe nebenstehende, nicht maßstabsgetreue Skizze).



Punkte

6.1 Berechnen Sie das Volumen V_1 der kegelförmigen Schultüte in Liter. (Teilergebnis: $V_1 = 5.513,50 \text{ cm}^3$)

2

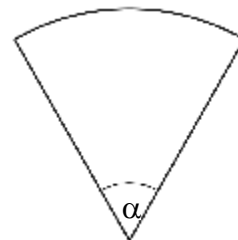
6.2 Berechnen Sie die Kantenlänge a der quadratischen Grundfläche der pyramidenförmigen Tüte, wenn diese die gleiche Höhe und das gleiche Volumen wie die kegelförmige Schultüte aufweist. (Ergebnis: $a = 15,95 \text{ cm}$)

2

6.3 Berechnen Sie die Mantelfläche M_1 der kegelförmigen Schultüte und die Mantelfläche M_2 der pyramidenförmigen Schultüte. (Teilergebnis: $M_1 = 1.855,36 \text{ cm}^2$)

6

6.4 Zur Herstellung der kegelförmigen Schultüte ist ein Kreissektor aus einem Karton auszuschneiden. Berechnen Sie den Mittelpunktswinkel α des Sektors (siehe nebenstehende Skizze).

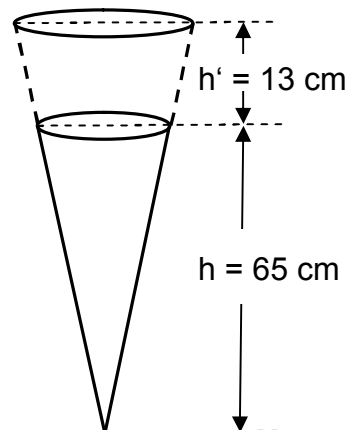


2

6.5 An die kegelförmige Schultüte soll ein rechteckiger, 15 cm hoher Streifen aus Krepppapier angeklebt werden, der anschließend zugebunden werden kann, um die Tüte zu verschließen. Berechnen Sie die Fläche des Papierstreifens.

2

6.6 Eine Jumboschultüte, welche dieselbe Form wie die kegelförmige Schultüte hat, ist um die Höhe $h' = 13 \text{ cm}$ verlängert worden. (siehe nebenstehende Skizze) Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen dieses Modells größer ist, als das der kleineren Schultüte.



6

Summe 20

7 Aufgabenstellung mit verschiedenen Themenbezügen

Punkte

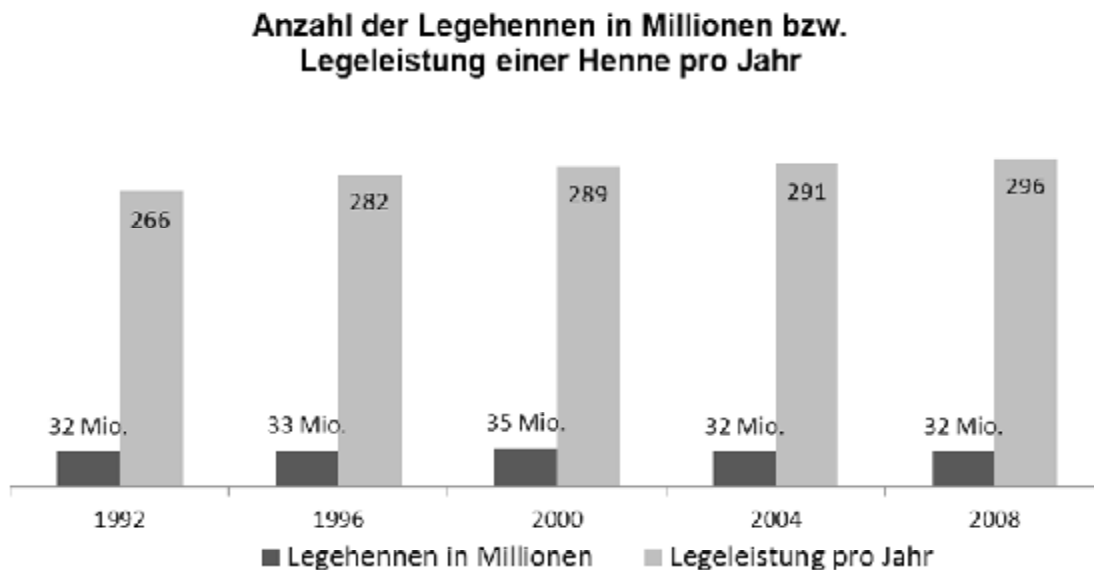
7.1 Eine Pizzeria bietet jede Pizza in drei Varianten an:

4

	Normale Pizza	Pizza Familie	Party
Form	Kreis	Quadrat	Rechteck
Abmessungen	Ø 28 cm	35 cm	30 cm, 40 cm
Preis in Euro	6,50	11,00	14,00

Vergleichen Sie die einzelnen Preise miteinander und ermitteln Sie die preisgünstigste Variante.

7.2 Das Diagramm zeigt die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Legehühner sowie die zeitliche Entwicklung der Anzahl der gelegten Eier einer Henne pro Jahr (durchschnittliche Legeleistung) in Deutschland. Dem Diagramm kann man beispielsweise entnehmen, dass im Jahr 1992 ein durchschnittliches Huhn 266 Eier pro Jahr legte und 32 Millionen Legehennen lebten.



7.2.1 Berechnen Sie mit Hilfe des Diagramms, wie viele Eier die Hennen insgesamt im Jahr 2008 legten. Geben Sie Ihr Ergebnis auf Milliarden genau an.

2

7.2.2 Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Legeleistung zwischen 1992 und 2008 stieg.

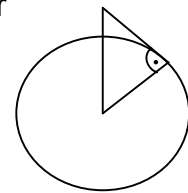
2

7.2.3 1950 betrug die durchschnittliche Legeleistung einer Henne 100 Eier pro Jahr. Geben Sie die absolute Zunahme der Legeleistung zwischen 1950 und 2000 an.

1

Fortsetzung siehe nächste Seite

7.3 Auf einem 68 m hohen Aussichtsturm haben sich einige Besucher versammelt, die bei besonders klarem Wetter die Fernsicht genießen wollen. Berechnen Sie, wie weit die Besucher theoretisch sehen können, wenn man annimmt, dass die Erde eine Kugel ist, die einen Radius von $r_{\text{Erde}} = 6.370 \text{ km}$ besitzt.



(Skizze nicht maßstabsgetreu)

4

7.4 Ein Patient wird gegen Abend mit einer schweren Infektion in eine Klinik eingeliefert. Um 18.00 Uhr ergibt eine Blutuntersuchung eine Keimzahl von 1.500 pro ml. Nach einer weiteren Messung um 22.00 Uhr, also vier Stunden später, ist die Anzahl der Keime bereits auf 4.500 pro ml gestiegen. Es ist bekannt, dass sich der zeitliche Verlauf der Keimzahl innerhalb des ersten Tages durch eine Funktion der Form $y = b \cdot a^x$ beschreiben lässt, wobei

- b die Keimzahl zu Beginn des Vorgangs
- y die Keimzahl zur Zeit x und
- x die Zeit (in Stunden) bedeuten.

7.4.1 Ermitteln Sie den Wert für a im vorliegenden Fall. (Ergebnis: $a = 1,32$)

2

7.4.2 Mit welcher Keimzahl ist am nächsten Morgen um 6.00 Uhr zu rechnen?

2

7.4.3 Zu welcher Uhrzeit (Angabe in vollen Stunden und Minuten) wird eine Keimzahl von 10.000 pro ml erreicht?

3

Summe 20