| | | Punkte |
|---|---|---|
| 1 | Finanzmathematik | |

Frau Werner hat vor einigen Jahren bei einer Versicherungsgesellschaft einen Vertrag für eine Lebensversicherung abgeschlossen. Am Ende der Laufzeit dieser Versicherung wird eine einmalige Summe ausgezahlt.

1.1 Berechnen Sie, wie hoch diese Summe ist, wenn Frau Werner jährlich am Ende eines jeden Jahres 25 Jahre lang 1.860 € eingezahlt hat und die durchschnittliche Verzinsung 2,75 % beträgt. — 2

In einem einmaligen Angebot bietet die Versicherung an, den auszuzahlenden Betrag von 65.631,68 € drei Jahre lang mit 4,25 % zu verzinsen, wobei jederzeit Abhebungen getätigt werden können.

1.2 Frau Werner nimmt dieses Angebot an. Nach einem Jahr lässt sie sich 10.000 € auszahlen. Berechnen Sie den Geldbetrag, den sich Frau Werner nach 3 Jahren auszahlen lassen wird. — 3

Nach drei Jahren hat Frau Werner ein Guthaben von 63.492,34 €.

1.3 Frau Werner möchte sich nun 12.000 € jährlich vorschüssig auszahlen lassen. Berechnen Sie, wie viele volle Auszahlungen sie von ihrem Guthaben bei einer Verzinsung von 3,5% vornehmen kann. — 6

1.4 Die Versicherung schlägt dagegen vor, 18 Jahre lang eine jährlich vorschüssige Rente von 5.160 € auszuzahlen. Begründen Sie durch Rechnung, ob dieser Vorschlag bei einem Guthaben von 63.492,34 € und einer jährlichen Verzinsung von 3,75% für Frau Werner von Vorteil ist. — 3

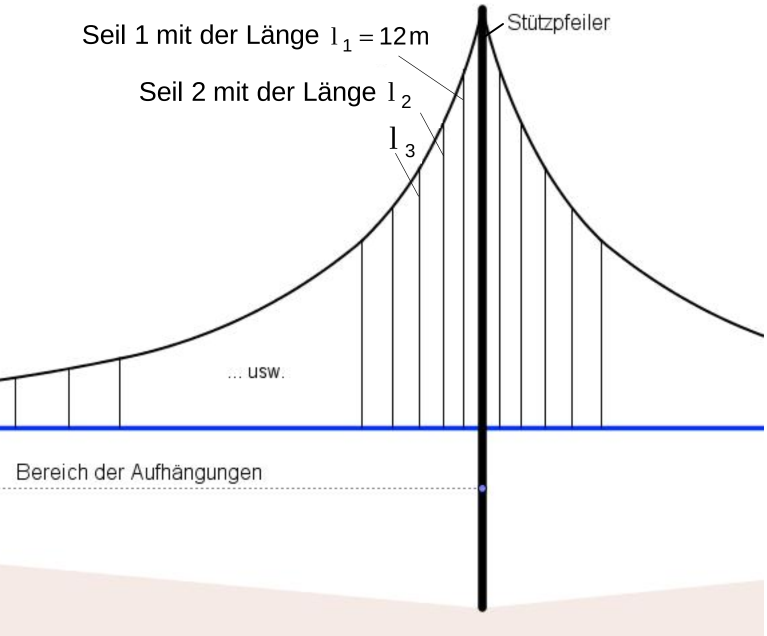
Frau Werners Sohn möchte sich einen Gebrauchtwagen kaufen und nimmt dafür einen Kredit über 5.400 € zu 3,96 % auf, der in drei Jahren vollständig getilgt werden soll.

1.5 Stellen Sie jeweils für Ratentilgung und Annuitätentilgung einen Tilgungsplan über diese drei Jahre auf.
Begründen Sie rechnerisch, welche Tilgungsart günstiger ist. — 6

Summe 20

## 2 Folgen und Reihen

Punkte




Skizze nicht maßstabsgetreu

Die beiden Abbildungen zeigen einen Teil einer Brücke, dessen Fahrbahn links und rechts am Fahrbahnrand an Stahlseilen aufgehängt ist. Die Stahlseile verlaufen parallel zum Stützpfeiler, der sich in der Mitte der Bücke befindet (siehe Skizze). Seil 1 besitzt eine Länge von $l_1 = 12{,}00\ \text{m}$. Die folgenden Seile nehmen in ihrer Länge jeweils um 15 % ab.

2.1 Berechnen Sie die Länge des achten Seils $l_8$. 3

2.2 Das letzte Seil hat noch eine Länge $l_n = 123{,}32\ \text{cm}$. Bestimmen Sie die Anzahl der insgesamt notwendigen Seile für die Brücke. 5

(Zwischenergebnis $n = 15$ Seile im Bereich einer Aufhängung)

2.3 Berechnen Sie die gesamte Seillänge für alle Aufhängungen, wenn für die Befestigung der Seile ein Zuschlag von 10 % erforderlich ist. 4

Die Aufhängungsseile beginnen 6,50 m nach dem Brückenauflager. Der Abstand zwischen dem letzten und dem vorletzten Seil beträgt 2,00 m (siehe Skizze). Die weiteren Abstände der Seile zur Brückenmitte verkürzen sich um jeweils 10 cm.

2.4 Berechnen Sie den Abstand zwischen Seil 1 und dem Stützpfeiler. 3

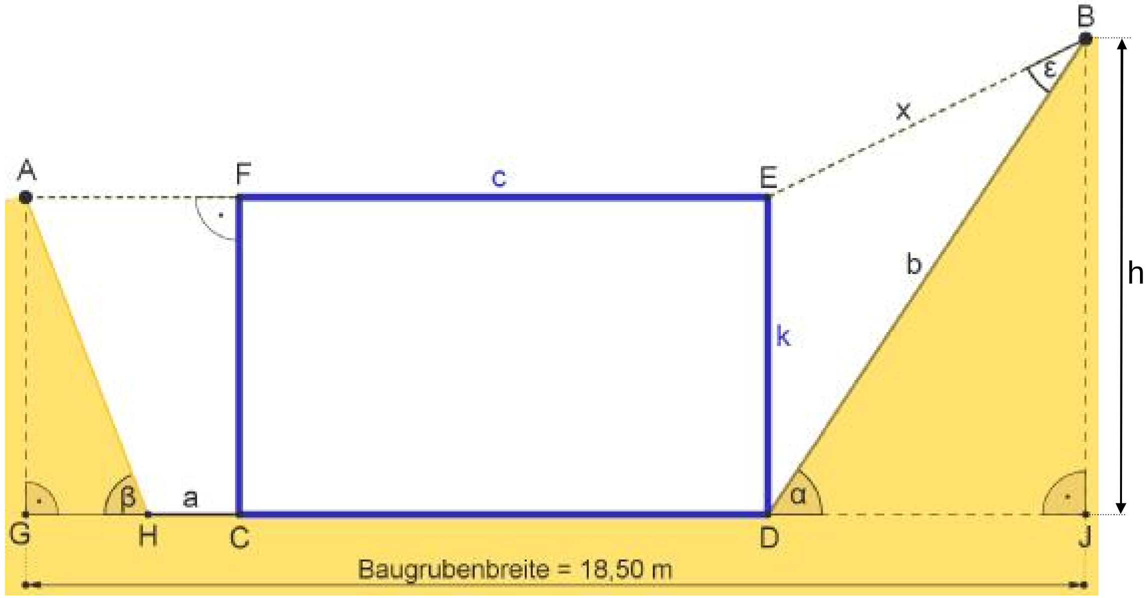
2.5 Bestimmen Sie die Spannweite der Brücke zwischen beiden Brückenauflagern, wenn der mittige Stützpfeiler eine Breite von 50 cm und jedes Seil einen Durchmesser von 5 cm haben. 5

Summe 20

## 3 Trigonometrie

Punkte

Die Skizze zeigt den Querschnitt einer am Hang ausgehobenen Baugrube und das bereits errichtete Kellergeschoss CDEF.




Skizze nicht maßstabsgetreu

Das fertige Kellergeschoss CDEF hat eine Höhe von k = 2,75 m und eine Breite von c = 12 m. Die Höhe $h = \overline{BJ}$ beträgt 3,5 m.

3.1 Berechnen Sie bei einem bergseitigen Böschungswinkel von α = 60° die Länge der Böschungslinie b. 3
(Ergebnis: b = 4,04 m)

3.2 Berechnen Sie die Länge x. 4
(Ergebnis: x = 2,15 m)

3.3 Berechnen Sie den Winkel ε. 4

3.4 Geben Sie das Gefälle zwischen den Punkten A und B in % an. 4

3.5 Bestimmen Sie die Größe des talseitigen Böschungswinkels β, wenn der Arbeitsbereich a = 1 m breit ist. 5

Summe 20

Punkte

## 4 Gleichungen

Bestimmen Sie jeweils die Definitions- und Lösungsmenge folgender Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen.

4.1 $\sqrt{x} + 4 = \sqrt{x + 48}$ 7

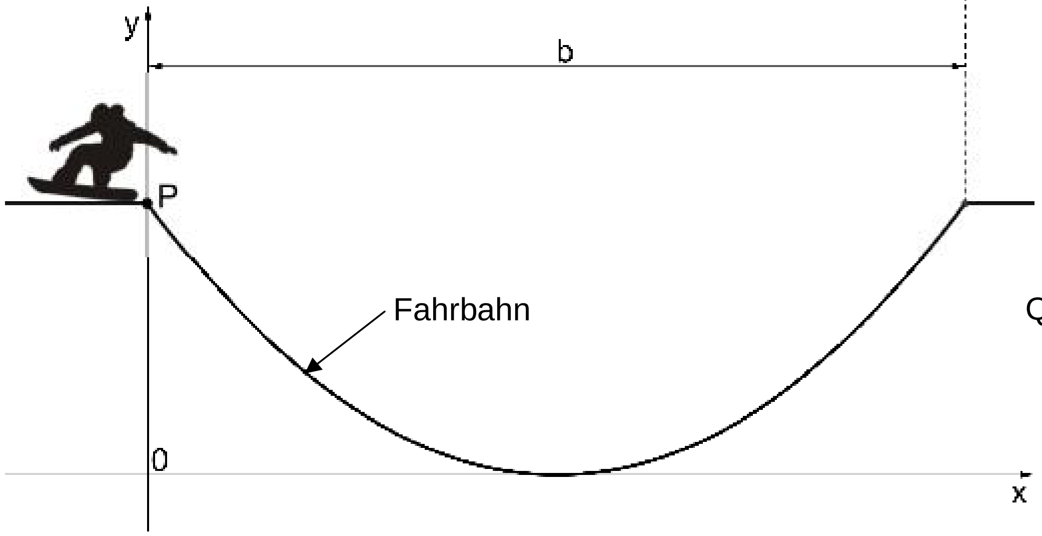
4.2 $\frac{3^{2x-1}}{9^{3x+3}} = \frac{3^{4x-18}}{27^{2x-1}}$ 6

4.3 $\frac{1}{2}\lg(x^2 + 31) - \lg 2 = \frac{1}{2}\lg(5x + 3)$ 7

Summe 20

| | | Punkte |
|---|---|---|
| 5 | Funktionen | |
| Gegeben ist die Parabel $p: y = 0{,}25(x-5)^2 - 4{,}25$. | | |
| 5.1 | Zeichnen Sie die Parabel p im Bereich $0 \le x \le 10$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Fertigen Sie dazu eine Wertetabelle mit der Schrittweite $\Delta x = 1$ an. Platzbedarf: $0 \le x \le 10$ und $-5 \le y \le 3$ | 3 |
| Die Gerade g schneidet die Parabel p in den Punkten $S_1\,(2\vert -2)$ und $S_2\,(10\vert 2)$. | | |
| 5.2 | Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g. (Ergebnis: g: $y = 0{,}5\,x - 3$) | 4 |
| 5.3 | Eine Tangente t an die Parabel p besitzt die gleiche Steigung wie die Gerade g. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente t. | 5 |

In einem Wintersportort wurde für Snowboarder eine Halfpipe errichtet, deren Fahrbahn durch die Parabel $p_H: y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4$ beschrieben wird. Die Einfahrt in die Halfpipe beginnt beim Punkt P $(0\vert\, y_p)$ (siehe Querschnittsskizze).




Querschnittsskizze nicht maßstabsgetreu

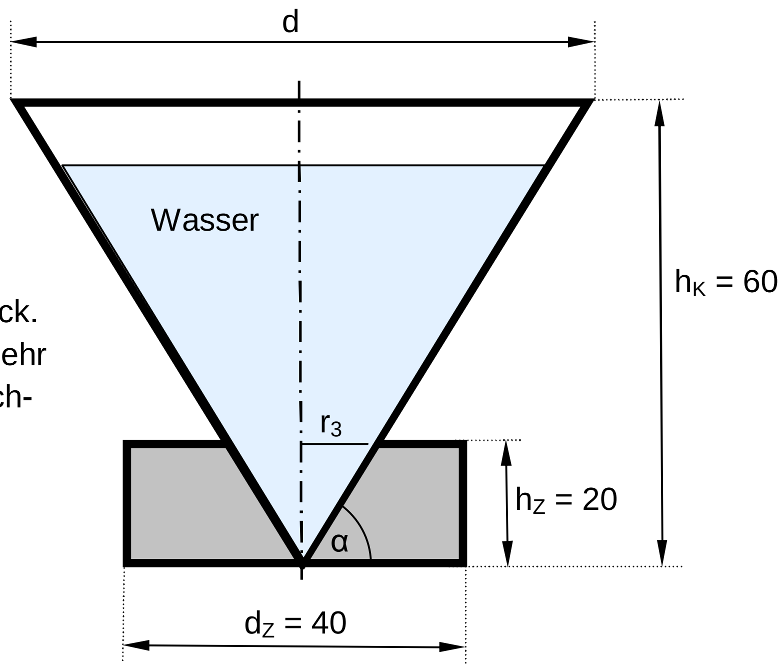
| | | |
|---|---|---|
| 5.4 | Ermitteln Sie die Höhe der Halfpipe, wenn Einfahrt und Ausfahrt auf einer Ebene liegen. (1 LE ≙ 1 Meter) | 2 |
| 5.5 | Berechnen Sie die Koordinaten des tiefsten Punktes und geben Sie die Parabelgleichung in Scheitelform an. (Ergebnis: $p_H: y = \frac{1}{9}(x-6)^2$) | 4 |
| 5.6 | Bestimmen Sie die Breite b der Halfpipe in Meter. | 2 |
| | Summe | 20 |

## 6 Körperberechnung

Punkte

Eine Designervase aus Glas hat die Form eines geraden Kreiskegels mit einem Zylinder als Sockel. Der Querschnitt des Kegels ergibt ein gleichseitiges Dreieck. Die Wandstärke des Kreiskegels ist sehr dünn und bleibt für nachfolgende Rechnungen unberücksichtigt.

Alle Maßangaben in cm sind der Querschnittsskizze zu entnehmen.




Querschnittsskizze nicht maßstabsgetreu

| | | |
|---|---|---|
| 6.1 | Berechnen Sie den Durchmesser d der Vase in cm.<br>(Ergebnis: d = 69,28 cm) | 3 |
| | Die Vase wird bis 10 cm unterhalb des oberen Randes mit Wasser gefüllt. | |
| 6.2 | Berechnen Sie das Volumen des eingefüllten Wassers in Liter. | 5 |
| 6.3 | Begründen Sie, dass gilt: $\alpha = 60°$. | 2 |
| 6.4 | Berechnen Sie das Volumen des massiven Glassockels der Vase.<br>(Zwischenergebnis: $r_3 = 11,55$ cm) | 5 |
| | Die Vase soll außen ohne Sockel farbig lackiert werden. | |
| 6.5 | Berechnen Sie die zu lackierende Fläche in cm². | 5 |
| | Summe | 20 |