

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 1 Finanzmathematik		Pkt.															
1.1	$K_6 = 150.000 - 35.000 \cdot 1,03^4 \Rightarrow K_6 = 110.607,19 \text{ €}$ $110.607,19 = r \cdot 1,03 \cdot \frac{1,03^6 - 1}{1,03 - 1}$ $r = \frac{110.607,19 \cdot 0,03}{1,03 \cdot (1,03^6 - 1)} \Rightarrow r = 16.601,55 \text{ €}$ <p>Die jährlichen Zahlungen müssen 16.601,55 € betragen.</p>	5															
1.2	$150.000 = 17.000 \cdot \frac{1,03^n - 1}{1,03 - 1}$ $150.000 = 566.666,67 \cdot 1,03^n - 566.666,67$ $716.666,67 = 566.666,67 \cdot 1,03^n$ $1,26... = 1,03^n$ $n = \frac{\lg 1,26...}{\lg 1,03} \Rightarrow n = 7,94$ <p>Frau Seufert benötigte 8 Jahre zum Ansparen.</p>	5															
1.3	$A = \frac{200.000 \cdot 1,08^{16} \cdot 0,08}{1,08^{16} - 1} \Rightarrow A = 22.595,37 \text{ €}$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Schuld</th> <th>Zins</th> <th>Tilgung</th> <th>Annuität</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>200.000,00</td> <td>16.000,00</td> <td>6.595,37</td> <td>22.595,37</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>193.404,63</td> <td>15.472,37</td> <td>7.123,00</td> <td>22.595,37</td> </tr> </tbody> </table>	Jahr	Schuld	Zins	Tilgung	Annuität	1	200.000,00	16.000,00	6.595,37	22.595,37	2	193.404,63	15.472,37	7.123,00	22.595,37	4
Jahr	Schuld	Zins	Tilgung	Annuität													
1	200.000,00	16.000,00	6.595,37	22.595,37													
2	193.404,63	15.472,37	7.123,00	22.595,37													
1.4	<p>$q = 1,045$</p> <p>Barwert von Angebot A = 300.000 €</p> <p>Berechnung des Barwertes der Ratenzahlung von B:</p> $R_0 = 12.000 \text{ €} \cdot \frac{1,045^{29} - 1}{1,045^{29} \cdot 0,045} = 192.262,66 \text{ €}$ <p>Barwert von Angebot B = 100.000 € + 192.262,66 € = 292.262,66 €</p> <p>Barwert von Angebot C:</p> $345.000 \text{ €} = K_0 \cdot 1,045^3 \Rightarrow K_0 = 345.000 \text{ €} : 1,045^3 = 302.322,33 \text{ €}$ <p>Barwert von Angebot C = 302.322,33 €</p> <p>Für Herrn Seufert ist das Angebot C rechnerisch am günstigsten.</p>	6															
Summe		20															

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 2 Folgen und Reihen		Pkt.
2.1	$a_1 = 1.730 \quad a_8 = 2.500$ $d = \frac{2.500 - 1.730}{(8 - 1)} = 110$ (Ergebnis: $d = 110$)	3
2.2	$s_8 = \frac{8}{2}(1.730 + 2.500) = 16.920$ (Mai bis Dezember) $s_{\text{ges}} = 16.920 + 4 \cdot 1.730 = 23.840$	3
2.3	$40.000 = \frac{n}{2}(2 \cdot 1.730 + (n - 1) \cdot 110) \Rightarrow 110n^2 + 3.350n - 80.000 = 0$ $\Rightarrow n_1 = 15,74; (n_2 < 0)$ Bis August 2010 wurden mehr als 40.000 Module produziert.	5
2.4	$g_1 = 130; \quad g_8 = 100$ $q = \sqrt[7]{\frac{100}{130}} = 0,9632$ Die Kosten müssen jeden Monat um 3,68 % gesenkt werden.	4
2.5	$n = 13 \quad q = 0,9632$ $a_{13} = 1.730 + (13 - 1) \cdot 110 = 3.050$ (Produktionszahl im Mai 2010) $g_{13} = 130 \cdot 0,9632^{12} = 82,90$ (Kosten pro Modul im Mai 2010) $D = 3.050 \cdot (250 - 82,90) = 509.655 \text{ €}$	5
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 3 Trigonometrie/Geometrie		Pkt.
3.1	$\cos 48^\circ = \frac{\overline{CD}}{1,75} \Rightarrow \overline{CD} = 1,17 \text{ m}$ $h = \overline{AC} = 1,17 \text{ m} + 2,50 \text{ m} = 3,67 \text{ m}$	4
3.2	$\overline{DE}^2 = 0,875^2 + 1,17^2 - 2 \cdot 0,875 \cdot 1,17 \cdot \cos 132^\circ \Rightarrow \overline{DE} = 1,87 \text{ m}$	4
3.3	$\text{SCGD} = 42^\circ$ $\text{SHGF} = 180^\circ - 42^\circ - 23^\circ = 115^\circ$ $\frac{\sin 115^\circ}{\sin 23^\circ} = \frac{e}{3,50} \Rightarrow e = 8,12 \text{ m}$	5
3.4	$\frac{\sin \beta}{180} = \frac{\sin 36,7^\circ}{250} \Rightarrow \beta = 25,49^\circ$	3
3.5	$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 117,81^\circ$ $A_V = \frac{250 \cdot 180 \cdot \sin 117,81^\circ}{2} = 19.901,24 \text{ m}^2$ <p>davon 95% sind 18.906,18 m²</p> $n = \frac{18.906,18 \text{ m}^2}{35 \text{ m}^2} = 540,18 \Rightarrow \text{Es können 540 Module platziert werden.}$	4
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 4 Gleichungen		Pkt.
4.1	$D: 5x - 1 \geq 0$ $D = \{x \mid x \geq 0, 2\}$ $x - \sqrt{5x - 1} = 5;$ $5x - 1 = (5 - x)^2;$ $0 = x^2 - 15x + 26;$ $x_{1/2} = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 26}}{2 \cdot 1} = \frac{15 \pm 11}{2};$ $x_1 = 13; \quad x_2 = 2;$ Probe: $x_1: 13 - \sqrt{5 \cdot 13 - 1} = 5; \quad x_2: 2 - \sqrt{5 \cdot 2 - 1} = 5;$ $13 - 8 = 5(w) \quad 2 - 3 = 5(f) \quad L = \{13\}$	8
4.2	$D_1: x > 0 \quad D_1 = \{x \mid x > 0\}$ $D_2: 2 - x > 0 \quad D_2 = \{x \mid x < 2\}$ $D = D_1 \cap D_2 = \{x \mid 0 < x < 2\}$ $\lg 3 + \lg x - \lg(2 - x) = 2;$ $\lg \frac{3x}{2 - x} = 2;$ $\frac{3x}{2 - x} = 10^2;$ $3x = 100 \cdot (2 - x);$ $3x = 200 - 100x;$ $103x = 200;$ $x = \frac{200}{103}; \quad L = \left\{ \frac{200}{103} \right\}$	7
4.3	$D = \mathbb{R}$ $5^{2x} : 5^{x+2} = 125^{-3x+4};$ $5^{2x-(x+2)} = 5^{3(-3x+4)};$ $2x - x - 2 = -9x + 12;$ $10x = 14;$ $x = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} \quad L = \left\{ \frac{7}{5} \right\}$	5
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 5 Funktionen		Pkt.
5.1	$y = 0,75 x^2 - 3x + 3$ $y = 0,75 (x^2 - 4x + 4)$ $y = 0,75 (x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 4)$ Scheitelform $p_1: y = 0,75 (x - 2)^2 \Rightarrow S_1(2 0)$	4
5.2	$S_2(2 0,5)$ und $a = 0,75$ Scheitelform $p_2: y = 0,75 (x - 2)^2 + 0,5$; $p_2: y = 0,75 (x^2 - 4x + 4) + 0,5$ allgemeine Form $p_2: y = 0,75 x^2 - 3x + 3,5$	3
5.3	Höhe des Brunnens beträgt 1 m. $y = 1$ in $p_1: 1 = 0,75 (x - 2)^2 \Rightarrow x_1 = 3,15; x_2 = 0,85$ $y = 1$ in $p_2: 1 = 0,75 (x - 2)^2 + 0,5 \Rightarrow x_3 = 2,82; x_4 = 1,18$ $b = x_4 - x_2 = 1,18 - 0,85 = 0,33$ (m)	5
5.4	$x = 1,5$ x in $p_1: y = 0,75 (1,5 - 2)^2$ $y_t = 0,19 \Rightarrow T_1(1,5 0,19)$	2
5.5	$y = mx + t$ $0,19 = (-0,75) \cdot 1,5 + t$ $t = 1,32 \Rightarrow t_1: y = -0,75x + 1,32$	2
5.6	Nullstelle von $t_1: y = 0 \Rightarrow 0 = -0,75x + 1,32 \Rightarrow x = 1,76$ $N(1,76 0)$ $\overline{NS}_1 = x_S - x_N = 2 - 1,76 = 0,24$ $a = 2 \cdot \overline{NS}_1 = 2 \cdot 0,24 = 0,48$ (m)	4
Summe		20

Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2009 Lösungsvorschlag: 6 Körperberechnung		Pkt.
6.1	$x = \sqrt{(8,2\text{ cm})^2 - (8\text{ cm})^2} = 1,8\text{ cm} \Rightarrow r_{\text{KS}} = 8\text{ cm} + 1,8\text{ cm} = 9,8\text{ cm}$ $V_{\text{Hut}} = V_{\text{PY}} + V_{\text{KS}} - \frac{1}{2} \cdot V_{\text{KU}}$ $V_{\text{Hut}} = \left(\frac{1}{3} \cdot (50)^2 \cdot 40 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8 \cdot ((9,8)^2 + 9,8 \cdot 8 + (8)^2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (8)^3 \cdot \pi \right) \text{ cm}^3$ $V_{\text{Hut}} = 34.258,55 \text{ cm}^3$	5
6.2	$h_s = \sqrt{(40\text{ cm})^2 + (25\text{ cm})^2} = 47,17\text{ cm}$ $M_{\text{Py}} = 4 \cdot \frac{h_s \cdot a}{2} = 4 \cdot \frac{47,17\text{ cm} \cdot 50\text{ cm}}{2} = 4.717,00 \text{ cm}^2$	4
6.3	$\sin \alpha' = \frac{8\text{ cm}}{8,2\text{ cm}} \Rightarrow \alpha' = 77,32^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 77,32^\circ = 102,68^\circ$	2
6.4	$f = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{1}{2} \cdot 50\text{ cm} \cdot \sqrt{2} = 25\text{ cm} \cdot \sqrt{2} \approx 35,36\text{ cm}$ $s^2 = \left(\frac{f}{2} \right)^2 + h^2 \Rightarrow s = \sqrt{(25\text{ cm} \cdot \sqrt{2})^2 + (40\text{ cm})^2} = 53,39\text{ cm}$ $\Rightarrow \text{gesamte Länge} : 4 \cdot 53,39\text{ cm} = 213,56\text{ cm}$	5
6.5	$\frac{6\text{ cm}}{25\text{ cm}} = \frac{40\text{ cm} - h_{\text{PS}}}{40\text{ cm}} \Rightarrow h_{\text{PS}} = 30,4\text{ cm}$ $V_{\text{PS}} = \frac{30,4\text{ cm}}{3} \cdot ((50\text{ cm})^2 + \sqrt{(50\text{ cm})^2 \cdot (12\text{ cm})^2 + (12\text{ cm})^2}) = 32.872,53 \text{ cm}^3$	4
	Summe	20