

1 Finanzmathematik	Punkte
<p>Karl hat die Wirtschaftsschule abgeschlossen und eine Ausbildung begonnen. Er beginnt 2008 mit seiner Altersvorsorge und spart jedes Jahr am Jahresende 650,00 €.</p>	
<p>1.1 Berechnen Sie, über welchen Betrag er zu Beginn des Jahres 2057 verfügen könnte, wenn ein Durchschnittszins von 3,25 % zugrunde gelegt wird.</p>	3
<p>1.2 Karl geht davon aus, dass sein Einkommen im Laufe der Zeit steigt und schätzt, dass er die Rate im Jahr 2023 auf 1.200,00 € erhöhen kann. Berechnen Sie, welchen Betrag er dann bei gleichem Zinssatz zu Beginn des Jahres 2057 zur Verfügung hat.</p>	4
<p>Karl nimmt an, dass er zu Beginn seiner Rente einen Betrag von 110.000,00 € zur Verfügung hat.</p>	
<p>1.3 Berechnen Sie, welchen Betrag er sich 25 Jahre lang jährlich vorschüssig auszahlen lassen könnte, wenn ein Zinssatz von 3,5 % zugrunde gelegt wird.</p>	3
<p>1.4 Berechnen Sie, wie oft er sich bei einem Zinssatz von 3,5 % einen Betrag von 6.000,00 € am Anfang eines jeden Jahres auszahlen lassen könnte.</p>	5
<p>Karls Eltern kaufen ein Haus und benötigen dazu ein Darlehen in Höhe von 175.000,00 €. Dieses soll in 24 Jahren bei gleich bleibender Annuität und einem Zinssatz von 4,2 % getilgt werden.</p>	
<p>1.5 Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten drei Jahre.</p>	5
Summe	20

2 Folgen und Reihen

Punkte

Ein Kunststoff verarbeitender Betrieb stellt unter anderem Schüsselsets für den häuslichen Gebrauch her. Jedes Schüsselset besteht aus mehreren formgleichen, ineinander geschachtelten Schüsseln, deren Fassungsvermögen jeweils um einen bestimmten Prozentsatz abnimmt.

Die erste (größte) Schüssel hat ein Fassungsvermögen von 3.000 ml, die fünfte Schüssel kann 720,3 ml aufnehmen.

- 2.1 Berechnen Sie die Volumenverringerung von einer zur nächst kleineren Schüssel in Prozent.  
(Zwischenergebnis:  $q = 0,7$ ) 4
- 2.2 Berechnen Sie, bei welcher Schüssel das Fassungsvermögen erstmals kleiner als ein Achtel der ersten Schüssel ist. 4
- 2.3 Berechnen Sie das Fassungsvermögen der ersten sechs Schüsseln in Litern, wenn jede dieser Schüsseln nur zu 90 % befüllt wird. 3

Der Betrieb produziert seit März 2008 auch Wäschekörbe, wovon im März 25.000 Stück hergestellt wurden. Wegen steigender Nachfrage wurde die Monatsproduktion ab April 2008 um jeweils 1.500 Stück erhöht.

- 2.4 Berechnen Sie, in welchem Kalendermonat der Betrieb insgesamt mehr als 170.000 Wäschekörbe produziert haben wird. 6
- 2.5 Berechnen Sie, um welche Stückzahl die Monatsproduktion erhöht werden müsste, wenn für den Monat März 2009 eine Produktionsmenge von 44.800 Stück geplant ist. 3

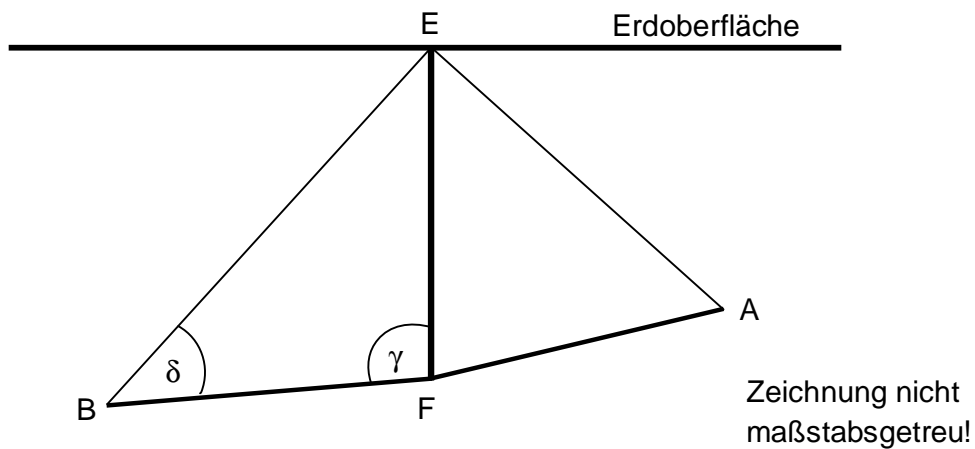
---

Summe 20

3 Trigonometrie/Geometrie

Punkte

Ein Ingenieurbüro plant die Bohrung eines neuen Hauptschachtes für ein Bergwerk. Der senkrecht nach unten führende Hauptschacht [EF] erreicht von der waagrechten Erdoberfläche aus gemessen eine Tiefe von 300 m. Vom Endpunkt F führt ein leicht ansteigender Erkundungsstollen zum Punkt A mit einer Länge von 180 m. Die Entfernung zwischen dem Ende des Erkundungsstollens A und dem Schachteingang E beträgt 332 m. Die Punkte A, B, E und F liegen wie in der Skizze dargestellt in einer Ebene.



- |     |   |   |
|-----|---|---|
| 3.1 | Berechnen Sie das Maß $\alpha$ des Winkels AFE zwischen Hauptschacht und Erkundungsstollen.<br>(Ergebnis: $\alpha = 83,53^\circ$ )  | 3 |
| 3.2 | Berechnen Sie die Steigung des Erkundungsstollens in Prozent.   | 2 |
| 3.3 | Berechnen Sie, wie viel Meter der Punkt A unterhalb der Erdoberfläche ist.  | 4 |
| 3.4 | Zusätzlich wird ein Querstollen geplant, der von der Mitte M des Hauptschachtes zum Ende des Erkundungsstollens A führt. Berechnen Sie die Länge dieses Querstollens.<br>(Ergebnis: $\overline{MA} = 220,94$ m) | 3 |
| 3.5 | Berechnen Sie den Senkungswinkel $\beta$ , unter dem die Bohrung von M nach A aus angebracht wird.  | 4 |
| 3.6 | Ein weiterer Querstollen führt von F nach B, wobei die Winkel $\gamma = 105^\circ$ und $\delta = 33^\circ$ bekannt sind. Berechnen Sie die Länge $\overline{BF}$ des Stollens.                                  | 4 |

Summe 20

4 Gleichungen

Punkte

Bestimmen Sie für die folgenden Gleichungen jeweils die Definitions- und Lösungsmenge in der Grundmenge der reellen Zahlen.

4.1  $\sqrt{2x-3} = \sqrt{5x-5} - \sqrt{x-2}$

7

4.2  $3^{2x} - 13 \cdot 3^x + 42 = 0$

6

4.3  $\lg(x+5) - \lg(12x+40) = \lg(10x-40) - \lg(25x-25)$

7

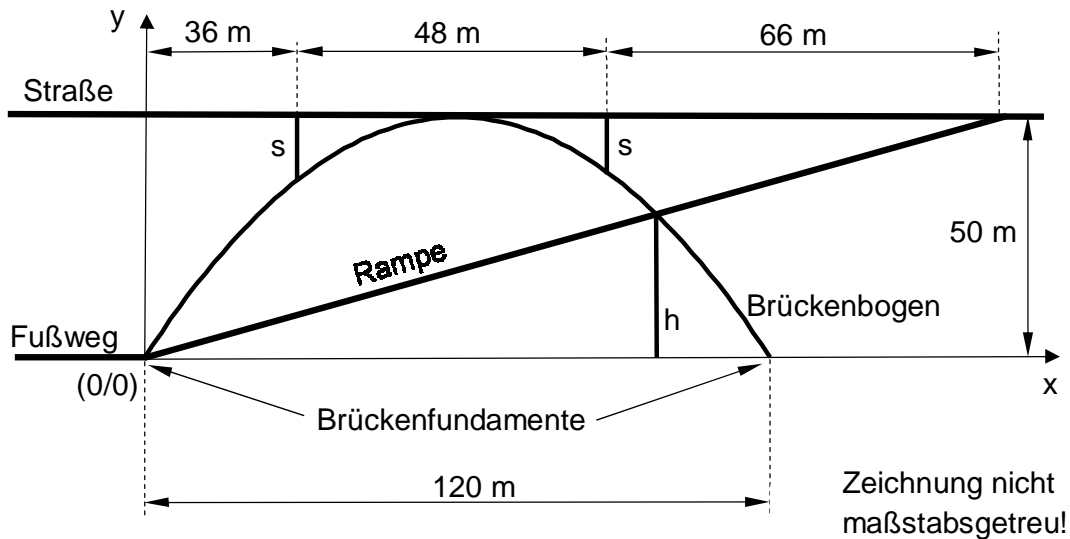
---

Summe 20

5 Funktionen

Punkte

Ein Brückenbogen hat die Form einer Parabel. Die Bogenhöhe beträgt 50 m und die Brückenfundamente haben einen Abstand von 120 m (siehe Skizze).



In das linke Brückenfundament wird der Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems gelegt. Die zur Lösung der folgenden Teilaufgaben notwendigen Maßzahlen sind aus der Skizze abzulesen.

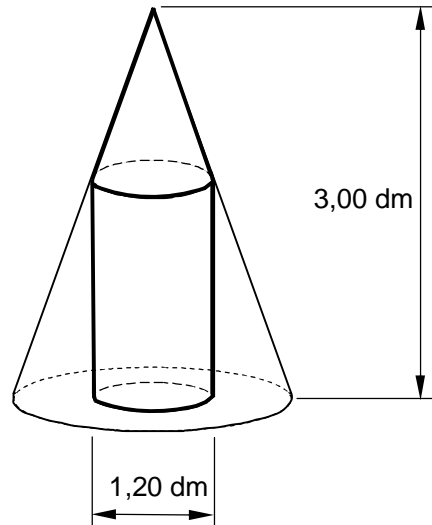
- 5.1 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Parabel p. 5  
(Ergebnis:  $p: y = -\frac{1}{72}x^2 + \frac{5}{3}x$ )
- 5.2 Die beiden Mittelstreben s haben einen Abstand von 48 m. Berechnen Sie die Höhe der beiden Streben. 3
- 5.3 Am linken Brückenfundament soll ein Fußweg über eine Rampe mit der höher liegenden Straße verbunden werden. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Rampe r. 3  
(Ergebnis:  $r: y = \frac{1}{3}x$ )
- 5.4 Berechnen Sie die Höhe des Stützpfilers h der Rampe. 5
- 5.5 Erstellen Sie für die Funktion p eine Wertetabelle für  $x \in [0;120]$  mit  $\Delta x = 20$  und zeichnen Sie die Parabel p und Gerade r in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein. 4  
(10 LE<sub>x</sub> = 1 cm; 10 LE<sub>y</sub> = 1 cm)

Summe 20

6 Körperberechnung

Punkte

Die Schüler einer Klasse wollen einen Turm herstellen, der aus einem Zylinder und einem kegelförmigen Dach besteht. Der Turm wird aus einem Holzkegel mit einer Höhe von 3,00 dm und einem Radius von 2,00 dm hergestellt. Dazu wird der untere Teil des Holzkegels so abgefräst, dass ein Zylinder mit einem Durchmesser von 1,20 dm entsteht.



Zeichnung nicht maßstabsgetreu!

- |     |  |   |
|-----|--|---|
| 6.1 | Berechnen Sie die Höhe des Zylinders. (Ergebnis: $h_z = 2,10$ dm)  | 4 |
| 6.2 | Berechnen Sie die Seitenlinie des Kegels, der als Dach dient. (Ergebnis: $s = 1,08$ dm)  | 2 |
| 6.3 | Das Dach soll mit rotem Papier beklebt werden. Dazu muss ein Kreissektor aufgezeichnet und ausgeschnitten werden. Berechnen Sie die Fläche dieses Sektors und den Mittelpunktswinkel.  | 4 |
| 6.4 | Der Zylinder wird mit sandsteinfarbenem Papier verkleidet. Berechnen Sie wie lang und breit der rechteckige Papierbogen mindestens sein muss.  | 3 |
| 6.5 | Berechnen Sie das Volumen des Holzabfalls.   | 5 |
| 6.6 | Der fertige Turm wird in der Mitte einer kreisförmigen, dünnen Holzscheibe mit dem Radius 2,00 dm befestigt. Um den Turm herum wird die verbleibende, obere Fläche der Holzscheibe mit einer Bastelgrasmatte ausgelegt. Berechnen Sie die Größe dieser Grasfläche. | 2 |

Summe 20