

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 1 Finanzmathematik	Pkt.															
1.1	$A: B_A = \left(51000 + 7200 \cdot \frac{1,0375^{10} - 1}{1,0375^{10} \cdot 0,0375} \right) \text{€} = 110.132,07 \text{ €}$ $B: B_B = \left(23000 + \frac{45000}{1,0375^4} + \frac{60000}{1,0375^6} \right) \text{€} = 109.946,88 \text{ €}$ $C: B_C = \left(\left(6196 \cdot 1,0375 \cdot \frac{1,0375^6 - 1}{1,0375^9 \cdot 0,0375} \right) + \frac{115000}{1,0375^{10}} \right) \text{€} = 110.004,24 \text{ €}$ <p style="text-align: center;"><u>Angebot A ist am günstigsten</u></p>	7															
1.2	$500.000 = 51.000 \cdot 1,0375^n + 45.000 \cdot \frac{1,0375^n - 1}{0,0375} \quad \text{mit } x = \frac{1,0375^n}{1000} \text{ folgt:}$ $500 = 51x + 1.200x - 1.200 \Leftrightarrow$ $1.700 = 1.251x \Rightarrow x = 1,0375^n = \frac{1700}{1251} \Rightarrow n = \frac{\lg \frac{1700}{1251}}{\lg 1,0375} = 8,33.. \text{ Jahre}$ <p style="text-align: center;"><u>Nach 9 Jahren beträgt das Vereinsvermögen erstmals über 500.000 €</u></p>	5															
1.3	$A = 200.000 \cdot 1,05^{15} \cdot \frac{0,05}{1,05^{15} - 1} = 19.268,46\text{€}$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>Restschuld in €</th> <th>Zinsen in €</th> <th>Tilgungsrate in €</th> <th>Annuität in €</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>200.000,00</td> <td>10.000,00</td> <td>9.268,46</td> <td>19.268,46</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>190.731,54</td> <td>9.536,58</td> <td>9.731,88</td> <td>19.268,46</td> </tr> </tbody> </table>	Jahr	Restschuld in €	Zinsen in €	Tilgungsrate in €	Annuität in €	1	200.000,00	10.000,00	9.268,46	19.268,46	2	190.731,54	9.536,58	9.731,88	19.268,46	3
Jahr	Restschuld in €	Zinsen in €	Tilgungsrate in €	Annuität in €													
1	200.000,00	10.000,00	9.268,46	19.268,46													
2	190.731,54	9.536,58	9.731,88	19.268,46													
1.4	$60.000 = 200.000 \cdot 1,05^n - 24.000 \cdot \frac{1,05^n - 1}{0,05} \quad \text{mit } x = \frac{1,05^n}{1000} \text{ folgt:}$ $60 = 200x - 480x + 480 \Rightarrow x = 1,05^n = 1,5 \Rightarrow n = \frac{\lg 1,5}{\lg 1,05} = 8,31.$ <p style="text-align: center;"><u>Nach 9 Jahren liegt das Restdarlehen unter 60.000 €</u></p>	5															
		20															

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 2 Folgen und Reihen	Pkt.
2.1	$l = 4 \cdot s_{11} + 1,8 \text{ m} = 4 \cdot \frac{11}{2} \cdot [2,1 \text{ m} \cdot 2 + (11-1) \cdot (-0,16 \text{ m})] + 1,8 \text{ m} = 59,0 \text{ m}$	4
2.2	$s_{12} = 4.800 \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{1,02 - 1} = 64.378,03$ <p>Unter den genannten Bedingungen ist eine Produktion von 64.530 Wäschespinnen nicht möglich.</p>	3
2.3	$g_7 = 4.800 \cdot 1,02^6 = 5.405,58$ <p>Die Produktion beträgt im Juli 5.405 Stück.</p>	2
2.4	$64.530 = \frac{12}{2} (2 \cdot 4.800 + 11d) \Rightarrow d = 105$	3
2.5	$a_1 = g_1 = 8$ <p>I. $8 + d = 8q \Rightarrow d = 8q - 8$</p> <p>II. $\frac{8 + 2d}{8q^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 24q^2 - 8(8q - 8) - 32 = 0 \Rightarrow 3q^2 - 8q + 4 = 0 \Rightarrow$</p> $q_1 = 2; q_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow d_1 = 8; d_2 = -\frac{8}{3}$ <p>gF₁: 8; 16; 32 gF₂: 8; $\frac{16}{3}$; $\frac{32}{9}$</p> <p>aF₁: 8; 16; 24 aF₂: 8; $\frac{16}{3}$; $\frac{8}{3}$</p>	8
		20

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 3 Trigonometrie/Geometrie	Pkt.
3.1	$\tan \gamma = \frac{3,3 \text{ cm}}{2,2 \text{ cm}} \Rightarrow \gamma = 56,31^\circ$	2
3.2	$(\overline{AB})^2 = (5,1 \text{ cm})^2 - (2,6 \text{ cm})^2 \Rightarrow \overline{AB} = 4,39 \text{ cm}$	2
3.3	$\cos \alpha = \frac{\overline{AE}^2 - \overline{EF}^2 - \overline{AF}^2}{-2 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{AF}} = \frac{(5,9 \text{ cm})^2 - (2,9 \text{ cm})^2 - (4,2 \text{ cm})^2}{-2 \cdot 2,9 \text{ cm} \cdot 4,2 \text{ cm}} \Rightarrow \alpha = 111,08^\circ$	4
3.4	$A_{\text{ges}} = (0,5 \cdot 2,9 \cdot 4,2 \cdot \sin 111,08^\circ + 0,5 \cdot 3,3 \cdot 2,2 + 0,5(5,9 + 3,3) \cdot 4,39) \text{ cm}^2 = 29,51 \text{ cm}^2$	5
3.5	<p>Höhe für das Dreieck AEF : $h_{\text{AE}} = \frac{2A}{g} = \frac{2 \cdot 5,68 \text{ cm}^2}{5,9 \text{ cm}} = 1,93 \text{ cm}$</p> <p>Länge : $l = h_{\text{AE}} + \overline{AB} + \overline{CD} = 1,93 \text{ cm} + 4,39 \text{ cm} + 2,2 \text{ cm} = 8,52 \text{ cm}$</p> <p>Breite : $b = \overline{AE} = 5,9 \text{ cm}$</p>	4
3.6	<p>$A_{\text{Platte}} = 5,9 \text{ cm} \cdot 8,52 \text{ cm} = 50,27 \text{ cm}^2$</p> <p>$\text{Abfall}_{\%} = \frac{50,27 \text{ cm}^2 - 29,51 \text{ cm}^2}{50,27 \text{ cm}^2} \cdot 100 \% = 41,3 \%$</p>	3
		20

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 4 Gleichungen	Pkt.
4.1	$D_1 = \{x \mid x > -4\}$ $D_2 = \{x \mid x > 4\}$ $D_3 = \{x \mid x > 0\} \Rightarrow D = \{x \mid x > 4\}$ $\log_6(x+4) + \log_6(x-4) = 1 + \log_6 x$ $(x+4)(x-4) = 6x \Rightarrow x^2 - 6x - 16 = 0$ $\Rightarrow x_1 = 8 \text{ und } x_2 = -2 \notin D \Rightarrow L = \{8\}$	8
4.2	$D = \mathbb{R}$ Substitution: $u = 2^x$ $8u^2 + 31u - 4 = 0 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{8} \text{ und } u_2 = -4 \Rightarrow$ $\Rightarrow 2^{x_1} = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 = -3 \text{ und } 2^{x_2} = -4 \text{ nicht lösbar} \Rightarrow L = \{-3\}$	6
4.3	Definitionsmenge $D_1 = \{x \mid x \geq -37\}$ $D_2 = \{x \mid x \leq 69\} \Rightarrow D = \{x \mid -37 \leq x \leq 69\}$ $\sqrt{x+37} - \sqrt{69-x} = 14 \Rightarrow \sqrt{x+37} = 14 + \sqrt{69-x}$ $x+37 = 14^2 + 2 \cdot 14 \cdot \sqrt{69-x} + 69-x$ $x - 114 = 14\sqrt{69-x} \Rightarrow x^2 - 32x - 528 = 0$ $x_1 = 44 \quad x_2 = -12$ Probe: $x_1 = 44 \quad \sqrt{81} - \sqrt{25} = 4 \neq 14$ $x_2 = -12 \quad \sqrt{25} - \sqrt{81} = -4 \neq 14 \Rightarrow L = \{ \}$	6
		20

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 5 Funktionen	Pkt.
5.1	<p>p: $y = a(x - x_s)^2 + y_s \quad 0 = a(0 - 2)^2 + 3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4} = -0,75$</p> <p>p: $y = -0,75(x - 2)^2 + 3 \quad y = -0,75x^2 + 3x$</p>	4
5.2	<p>g: $y = mx + b; m = \frac{6-3}{8+2} = \frac{3}{10}; 3 = \frac{3}{10}(-2) + b \Rightarrow b = 3,6$</p> <p>g: $y = 0,3x + 3,6$</p>	3
5.3	<p>t: $y = 0,3x + c$</p> <p>$p \cap t: -0,75x^2 + 3x = 0,3x + c \Rightarrow -0,75x^2 + 2,7x - c = 0$</p> <p>$D = (2,7)^2 - 4(-0,75)(-c) = 0 \Rightarrow c = \frac{7,29}{3} = 2,43$</p> <p>t: $y = 0,3x + 2,43$</p>	4
5.4	<p>$x_{1/2} = \frac{-2,7}{2(-0,75)} = 1,8; y = 0,3(1,8) + 2,43; T(1,8 2,97)$</p>	3
5.5	<p>$b = \overline{AB} = 2(x_s - x_A) = 4 \text{ m}$</p>	2
5.6		4
		20

Aufg.	Abschlussprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen 2007 Lösungsvorschlag: 6 Körperberechnung	Pkt.
6.1	$a_1 = a_2 + 16 \text{ cm}$ $4160 = \frac{15}{3} \cdot [(a_2 + 16)^2 + a_2 \cdot (a_2 + 16) + a_2^2] \Rightarrow$ $3a_2^2 + 48a_2 - 576 = 0$ $\Rightarrow \underline{a_{2/1} = 8} \text{ und } a_{2/2} = -24 \text{ nicht brauchbar also } \underline{a_1 = 24 \text{ cm}}$	5
6.2	$M_{PS} = 4 A_{TR} =$ $= 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2 + h_{PS}^2} \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} = 4 \cdot 17 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 1088 \text{ cm}^2$	5
6.3	<p>Strahlensatz : $\frac{h'}{h' + 15 \text{ cm}} = \frac{8 \text{ cm}}{24 \text{ cm}} \Rightarrow h' = 7,5 \text{ cm}$</p> <p>Ergänzungspyramide: $h' = 7,5 \text{ cm}$</p>	3
6.4	$s^2 = (h_{PS} + h')^2 + \left(\frac{a_1 \sqrt{2}}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{s = 28,18 \text{ cm}}}$ $\sin \alpha = \frac{h_{PS} + h'}{s} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 52,97^\circ}}$	4
6.5	<p>Strahlensatz:</p> $\frac{V'}{V_P} = \left(\frac{h'}{h_{PS} + h'}\right)^3 = \left(\frac{7,5 \text{ cm}}{22,5 \text{ cm}}\right)^3 = \frac{1}{27}$ <p>oder über die direkten Volumenberechnungen.</p>	3
		20