Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

17. September 2021

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Aufgabe 1

Differenz zwischen zwei natürlichen Zahlen

Für zwei natürliche Zahlen n und m gilt: $n \neq m$.
Damit die Differenz $n - m$ eine natürliche Zahl ist, muss eine bestimmte mathematische Beziehung zwischen n und m gelten.

Aufgabenstellung:

Geben Sie diese mathematische Beziehung an.

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 - 6 \cdot x + c = 0$ mit $c \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie alle $c \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung keine reelle Lösung hat.

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Körpergröße

Die Komponenten des Vektors K_1 geben die Körpergrößen der Kinder einer bestimmten Schulklasse (in cm) zu Beginn eines Schuljahres an.
Die Komponenten des Vektors K_2 geben die Körpergröße dieser Kinder (in cm) n Monate später an ($n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$). (Die Körpergrößen sind sowohl in K_1 als auch in K_2 in alphabetischer Reihenfolge der Namen der Kinder geordnet.)

Aufgabenstellung:

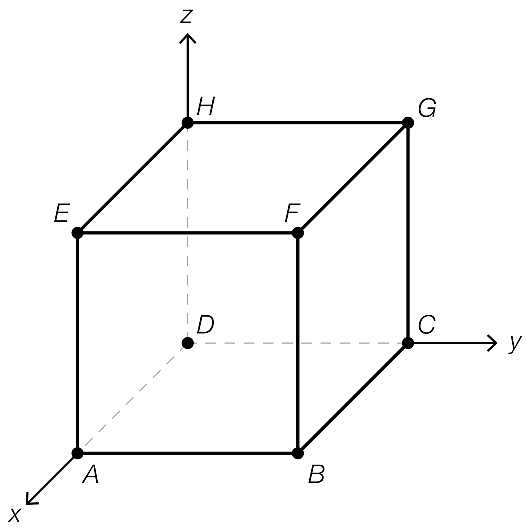
Interpretieren Sie den Vektor $\frac{1}{n} \cdot (K_2 - K_1)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Würfel und Vektor

Die nachstehende Abbildung zeigt einen Würfel, dessen Grundfläche *ABCD* in der *xy*-Ebene liegt.



Zwei Eckpunkte dieses Würfels legen einen bestimmten Vektor fest, der in Richtung des Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ verläuft.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diesen Vektor an. *[1 aus 6]*

$\overrightarrow{EC}$	☐
$\overrightarrow{FD}$	☐
$\overrightarrow{GA}$	☐
$\overrightarrow{GD}$	☐
$\overrightarrow{HA}$	☐
$\overrightarrow{HB}$	☐

[0/1 P.]

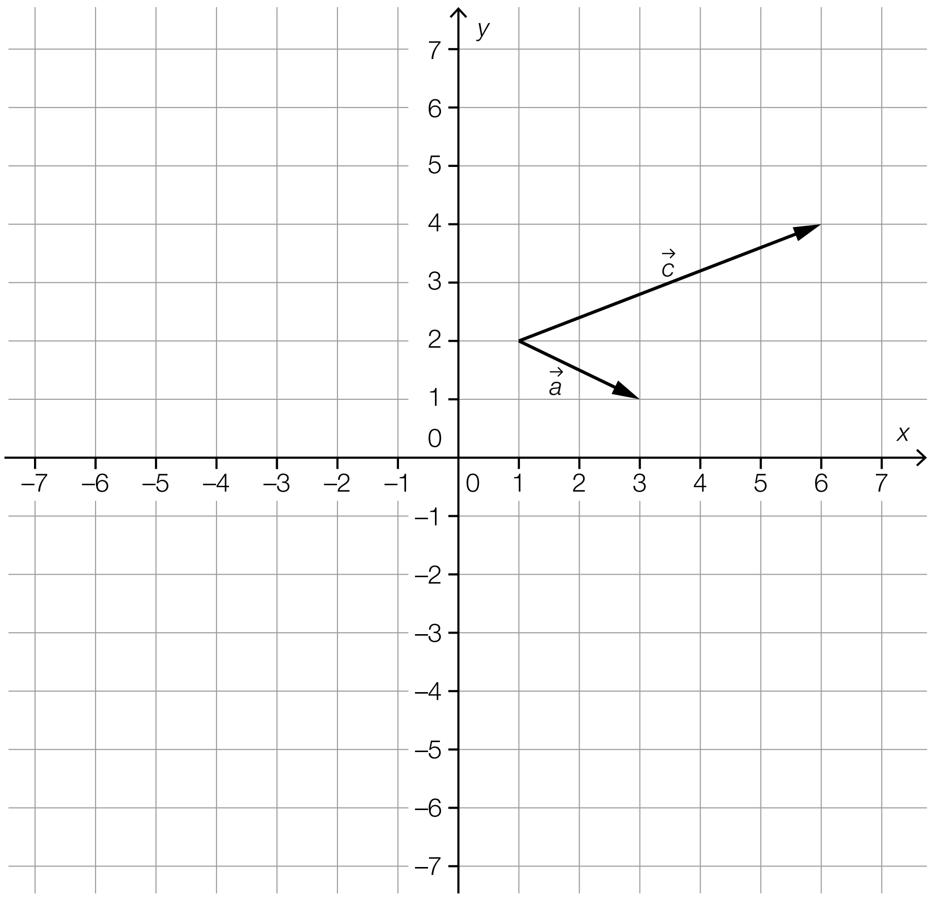
Aufgabe 5

Vektoren

Im unten stehenden Koordinatensystem sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ eingezeichnet.
Es gilt: $\vec{c} = 2 \cdot \vec{a} + \vec{b}$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Vektor $\vec{b}$ ein.



[0 / 1 P.]

Aufgabe 6

Winkel und Seiten von rechtwinkeligen Dreiecken

Für bestimmte rechtwinkelige Dreiecke gilt:
Die Winkel α, β und γ liegen den Seiten a, b und c in dieser Reihenfolge gegenüber.
Die Winkel werden in Grad und die Seitenlängen in Zentimetern gemessen.
Weiters gilt: $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ und $\cos(\gamma) = 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jedes dieser Dreiecke zutreffen. *[2 aus 5]*

$c = 5$ cm	☐
$\beta < 90°$	☐
$\sin(\beta) = \frac{3}{5}$	☐
$a < b < c$	☐
$\tan(\alpha) = 0{,}75$	☐

[0/1 P.]

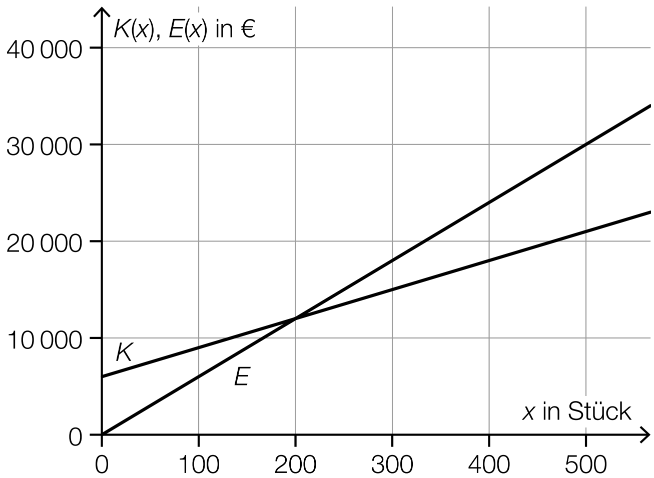
Aufgabe 7

Trikots

Ein Unternehmen produziert und verkauft Trikots.

Die lineare Funktion K beschreibt die Kosten $K(x)$ in Euro in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl x.
Die lineare Funktion E beschreibt den Erlös $E(x)$ in Euro in Abhängigkeit von der verkauften Stückzahl x.

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Funktion K und der Graph der Funktion E dargestellt.



Der Schnittpunkt von K und E hat die Koordinaten $(200 \mid 12\,000)$ und es gilt: $K(0) = 6\,000$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Der Verkaufspreis eines Trikots beträgt € 60.	☐
Die Produktion eines Trikots kostet € 25.	☐
Wenn das Unternehmen 400 Trikots produziert und verkauft, wird ein Gewinn von € 6.000 erzielt.	☐
Bei der Produktion fallen keine Fixkosten an.	☐
Wenn das Unternehmen weniger als 200 Trikots produziert und verkauft, wird ein Gewinn erzielt.	☐

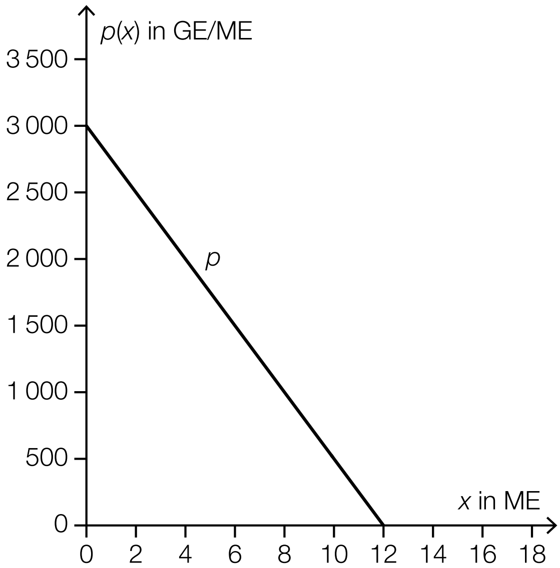
[0/1 P.]

Aufgabe 8

Erlösfunktion

Für ein bestimmtes Produkt kann der Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge x und dem Nachfragepreis $p(x)$ durch die nachstehend dargestellte lineare Funktion p modelliert werden.

x ... nachgefragte Menge in Mengeneinheiten (ME), $0 \leq x \leq 12$
$p(x)$ ... Nachfragepreis bei der Menge x in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME)



Für die Erlösfunktion E gilt: $E(x) = p(x) \cdot x$.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von E auf.

$E(x) =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 9

Längenausdehnung einer Brücke

Die Länge einer bestimmten Brücke ist abhängig von ihrer Temperatur.
Bei einer Temperatur der Brücke von –14 °C ist diese 300 m lang.
Bei einer Erwärmung um 25 °C dehnt sie sich um 0,1 m aus.

Die lineare Funktion l beschreibt modellhaft die Länge dieser Brücke in Abhängigkeit von ihrer Temperatur T. Dabei wird jeder Temperatur $T \in [-20\text{ °C}; 40\text{ °C}]$ die Länge der Brücke $l(T)$ zugeordnet (T in °C, $l(T)$ in m).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von l auf.

$l(T) =$ ____________________________________

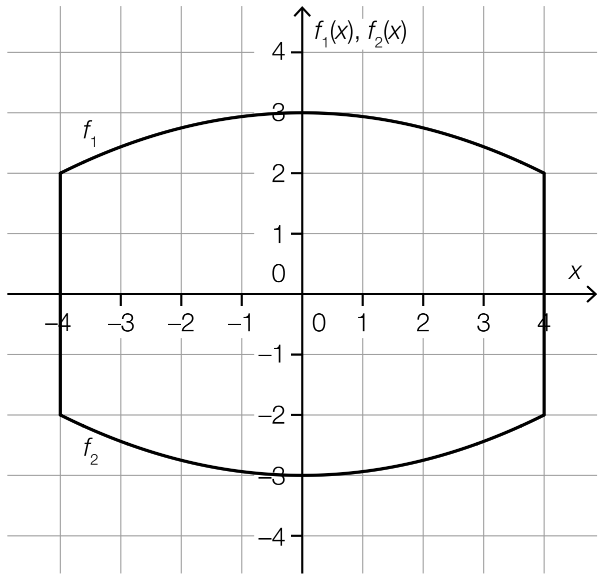
[0/1 P.]

Aufgabe 10

Zwei quadratische Funktionen

Eine bestimmte Querschnittsfläche wird von den Graphen der quadratischen Funktionen f_1 und f_2 sowie den Geraden $x = -4$ und $x = 4$ begrenzt.
Es gilt:
$f_1\colon [-4; 4] \to \mathbb{R}, x \mapsto a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$
$f_2\colon [-4; 4] \to \mathbb{R}, x \mapsto c \cdot x^2 + d$ mit $c, d \in \mathbb{R}$

Der Sachverhalt wird durch die nachstehende Abbildung veranschaulicht.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie „<“, „=“ oder „>“ in (1) und (2) jeweils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

(1) a ______ c

(2) b ______ d

[0/½/1 P.]

Aufgabe 11

Medikament

Der schmerzlindernde Wirkstoff eines Medikaments wird im Körper eines bestimmten Patienten annähernd exponentiell abgebaut. Dabei nimmt die Wirkstoffmenge pro Stunde um 8 % ab.
Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Wirkstoffmenge 700 Mikrogramm.

Aufgabenstellung:

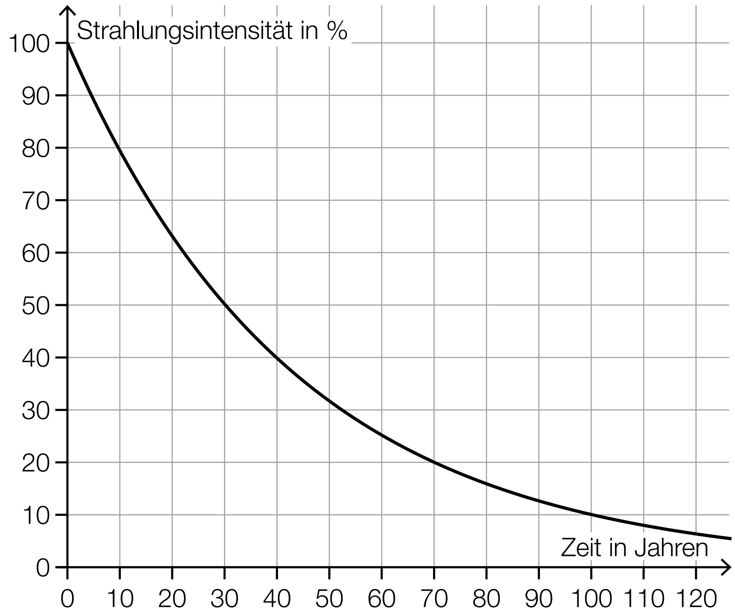
Ermitteln Sie, nach welcher Zeit (in h) die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten auf 100 Mikrogramm gesunken ist.

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Halbwertszeit

Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Entwicklung der Strahlungsintensität einer bestimmten radioaktiven Substanz in Abhängigkeit von der Zeit.



Aufgabenstellung:

Geben Sie die Halbwertszeit *T* der Strahlungsintensität dieser radioaktiven Substanz an.

T = ____________________ Jahre

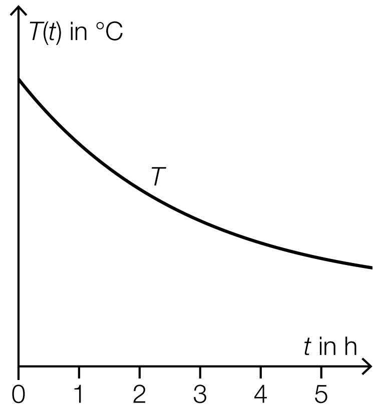
[0/1 P.]

Aufgabe 13

Abkühlung

Die differenzierbare Funktion T ordnet der Zeit $t \geq 0$ die Temperatur $T(t)$ eines Körpers zu (t in h, $T(t)$ in °C).

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen dieser Funktion T.



Es gilt: $T'(1) = -15$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die momentane Änderungsrate der Temperatur des Körpers kleiner als –15 °C/h.	☐
Die Temperatur des Körpers ist eine Stunde nach Beginn des Abkühlungsprozesses um 15 °C niedriger als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 1$ beträgt die momentane Änderungsrate der Temperatur des Körpers –15 °C/h.	☐
Es gilt: $\frac{T(3) - T(1)}{2} > -15$.	☐
Im Verlauf der ersten Stunde beträgt die durchschnittliche Abkühlungsgeschwindigkeit des Körpers 15 °C/h.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Differenzengleichung

Gegeben ist für $n \in \mathbb{N}$ die Differenzengleichung $x_{n+1} = 1{,}2 \cdot x_n - 2$ mit dem Startwert $x_0 \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie mithilfe von x_0 eine Formel zur Berechnung von x_2 auf.

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Die Polynomfunktion f hat die Ableitungsfunktion f' und die Stammfunktion F.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

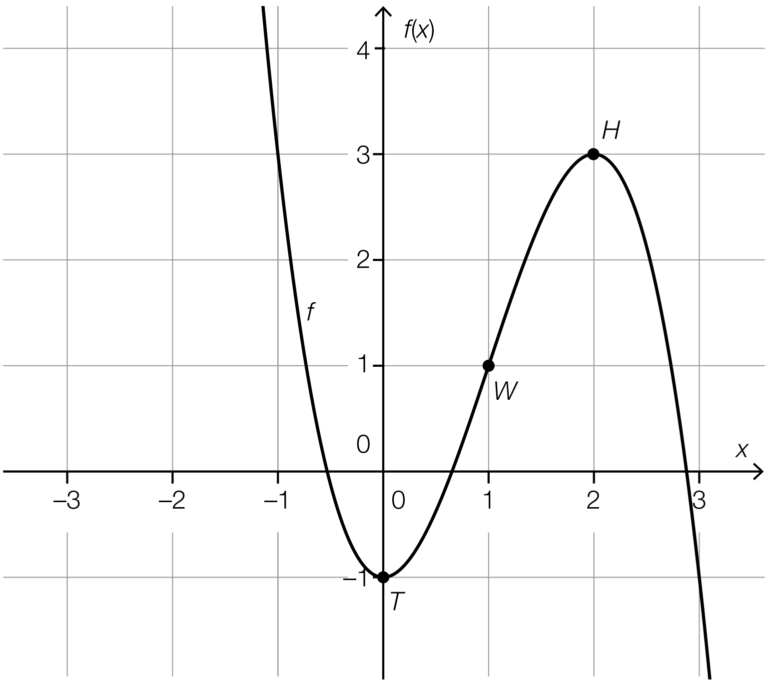
Der Ausdruck $F(a)$ gibt die Steigung von f an der Stelle a für alle $a \in \mathbb{R}$ an.	☐
Die Stammfunktion F ist eindeutig bestimmt. Es gibt somit keine weitere Stammfunktion von f.	☐
Die Ableitungsfunktion f' ist eindeutig bestimmt. Es gibt somit keine weitere Ableitungsfunktion von f.	☐
Der Ausdruck $F'(0)$ gibt die Steigung der Funktion f an der Stelle 0 an.	☐
Es gilt: $F'(a) = f(a)$ für alle $a \in \mathbb{R}$.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Ableitungen

Gegeben ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades *f*. Die Koordinaten der eingezeichneten Punkte (Tiefpunkt *T*, Wendepunkt *W* und Hochpunkt *H*) sind ganzzahlig.



Unten stehend sind verschiedene Aussagen zur 1. bzw. 2. Ableitung von *f* gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

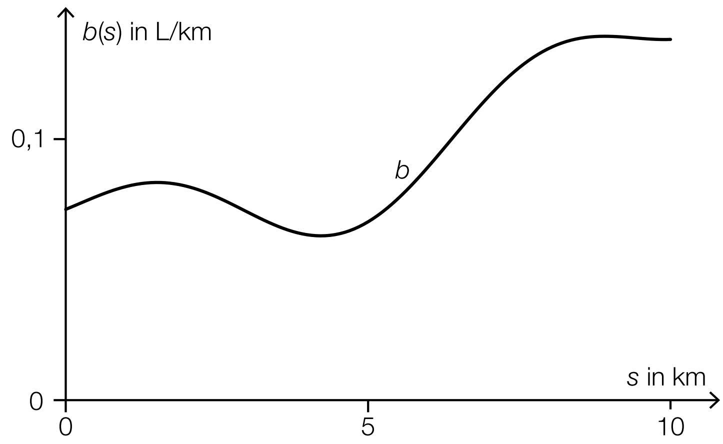
$f'(0) > 0$	☐
$f''(0) > 0$	☐
$f'(1) > 0$	☐
$f'(2) > 0$	☐
$f''(2) > 0$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Benzinverbrauch bei der Fahrt auf einer Landstraße

Maria fährt mit ihrem Auto auf einer Landstraße eine Strecke von 10 km.
Die Funktion b gibt den momentanen Benzinverbrauch $b(s)$ (in L/km) in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke s (in km) seit Beginn der Fahrt an (siehe nachstehende Abbildung).



Der Ausdruck V hat die Einheit L/km und wird mithilfe der nachstehenden Formel berechnet.

$$V = \frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} b(s)\,\mathrm{d}s$$

Aufgabenstellung:

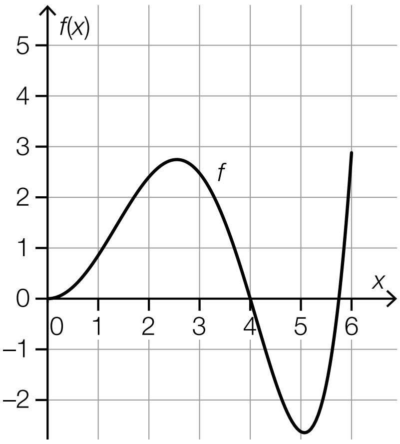
Interpretieren Sie V im gegebenen Sachzusammenhang.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 18

Aussagen über bestimmte Integrale

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion *f* im Intervall [0; 6] dargestellt.



Unten stehend sind einige Aussagen über bestimmte Integrale der Funktion *f* gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

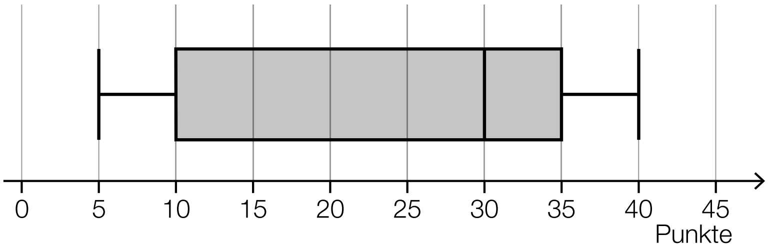
$\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x > \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_3^4 f(x)\,\mathrm{d}x > \int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x > \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 0$	☐
$\int_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x > 0$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 19

Ergebnisse einer Mathematikschularbeit

Bei einer bestimmten Mathematikschularbeit, bei der 30 Schüler/innen teilnahmen, konnten maximal 48 Punkte erreicht werden.
Die Ergebnisse dieser Mathematikschularbeit sind nachstehend in einem Boxplot und in einem Stängel-Blatt-Diagramm dargestellt.



Zehnerziffer	Einerziffer
0	a, 6, 6, 7, 7, 8, 8
1	0, 1, 5, 5, 9
2	1, 5, 8
3	b, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9
4	0, 0

Aufgabenstellung:

Geben Sie a und b an.

a = __________

b = __________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 20

Veränderung von Zahlen

Eine bestimmte Datenliste besteht aus 100 Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$. Das arithmetische Mittel der Datenliste beträgt 86, deren Minimum 29 und deren Maximum 103.

Eine zweite Datenliste besteht ebenfalls aus 100 Zahlen. Sie entsteht dadurch, dass jede Zahl der ursprünglichen Datenliste um 20 verkleinert wird.

Aufgabenstellung:

Geben Sie für die zweite Datenliste das arithmetische Mittel und die Spannweite an.

arithmetisches Mittel: ____

Spannweite: ____

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 21

Zweistufiges Zufallsexperiment

Bei einem Zufallsexperiment tritt entweder „Erfolg“ mit der Wahrscheinlichkeit p oder „Misserfolg“ mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$ ein.

Dieses Zufallsexperiment wird 2-mal unabhängig voneinander durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei mindestens 1-mal „Erfolg“ eintritt, beträgt 0,36.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p.

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Auswahlmöglichkeiten

Bei einem bestimmten Preisausschreiben kann man Jahrestickets für den Zoo gewinnen.
Bei diesem Preisausschreiben haben 1 000 Personen jeweils 1-mal teilgenommen.
Als Gewinner/innen werden 2 Personen nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, diese 2 Personen aus den 1 000 Teilnehmerinnen und Teilnehmern nach dem Zufallsprinzip auszuwählen.

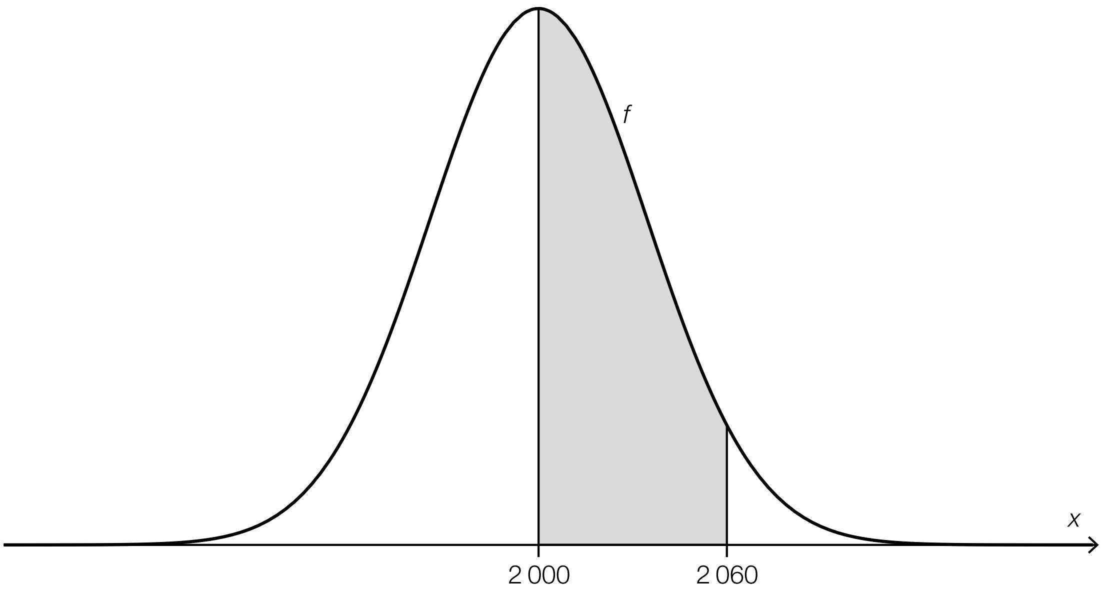
Die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten beträgt: ____

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Kurzsichtigkeit

Die annähernd normalverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der kurzsichtigen Personen in einer Stichprobe. Die Funktion f ist die Dichtefunktion der Zufallsvariablen X und hat an der Stelle $x = 2\,000$ ihr Maximum. Der Graph von f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Der Inhalt des grau markierten Flächenstücks beträgt 0,46.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass sich unter den Personen in dieser Stichprobe mindestens 2 060 kurzsichtige Personen befinden.

P(„mindestens 2 060 kurzsichtige Personen") = ____________________

[0/1 P.]

Aufgabe 24

Binomialverteilte Zufallsvariable

Ein bestimmter Zufallsversuch mit der unbekannten Erfolgswahrscheinlichkeit p wird 400-mal durchgeführt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt dabei die Anzahl der Erfolge. Für den Erwartungswert gilt: $\mu = 80$.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Erfolgswahrscheinlichkeit p sowie die Standardabweichung σ der Zufallsvariablen X.

p = ____

σ = ____

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Maturaball

Aufgabenstellung:

a) Für einen Maturaball werden Karten im Vorverkauf und an der Abendkassa angeboten. Im Vorverkauf kostet jede Karte € 20. An der Abendkassa kostet jede Karte um 10 % mehr.

Insgesamt wurden 640 Karten um einen Gesamtpreis von € 13.240 verkauft.

Es werden folgende Bezeichnungen gewählt:

x ... Anzahl der im Vorverkauf verkauften Karten
y ... Anzahl der an der Abendkassa verkauften Karten

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von x und y. *[0/½/1 P.]*

b) Zur Unterhaltung wird das Spiel *Glücksrad* angeboten. Die Wahrscheinlichkeit, zu gewinnen, beträgt bei jedem Spiel konstant und unabhängig voneinander 25 %.

Katja spielt dieses Spiel 3-mal.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Katja dabei genau 2-mal gewinnt. *[0/1 P.]*

c) Weiters wird das Spiel *Entenspiel* angeboten.
Von insgesamt 50 Badeenten sind 5 an ihrer Unterseite markiert.

Bei diesem Spiel wählt eine teilnehmende Person 2 der 50 Badeenten zufällig und ohne Zurücklegen aus. Jede markierte Badeente, die dabei ausgewählt wird, führt zu einem Gewinn.

Die Zufallsvariable X gibt dabei an, wie viele der beiden ausgewählten Badeenten markiert sind. Die Wahrscheinlichkeit für ein in diesem Sachzusammenhang mögliches Ereignis wird mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet.

$$P\left(X = \boxed{}\right) = \frac{5}{50} \cdot \frac{45}{49} + \frac{45}{50} \cdot \frac{5}{49}$$

1) Tragen Sie die fehlende Zahl im dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[0/1 P.]*

Martin behauptet: „Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt."

2) Begründen Sie, warum Martins Behauptung falsch ist. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Temperaturveränderungen

Der Vorgang des Abkühlens bzw. Erwärmens eines Getränks kann durch Funktionen modelliert werden. Dabei wird der Zeit t in Minuten die Temperatur des Getränks in °C zugeordnet.

Aufgabenstellung:

a) Das Abkühlen von Tee in einer Teekanne kann durch die Funktion g mit $g(t) = 70 \cdot e^{-0{,}045 \cdot t} + 18$ beschrieben werden.

Zum Zeitpunkt t^* ist die Temperatur des Tees auf 37 °C abgekühlt.

1) Berechnen Sie t^*.

t^* = ________________________________ min *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von g im Intervall [10 min; 12 min]. Interpretieren Sie das Ergebnis unter Angabe der zugehörigen Einheit im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/½/1 P.]*

b) Ein bestimmter gekühlter Wein in einem Weinglas hat eine Anfangstemperatur von $T_0 = 5$ °C. Die Umgebungstemperatur beträgt konstant $U = 25$ °C.
Die Temperatur des Weines wird in regelmäßigen Abständen gemessen. Zum Zeitpunkt t hat sie den Wert T_t.

Pro Minute nimmt die Temperatur des Weines um 8 % der Differenz zwischen der Umgebungstemperatur U und der zum Zeitpunkt t gemessenen Temperatur des Weines T_t zu. Die Temperatur des Weines steigt dabei auf den Wert T_{t+1}.

1) Ergänzen Sie die nachstehende Differenzengleichung für diesen Erwärmungsvorgang.

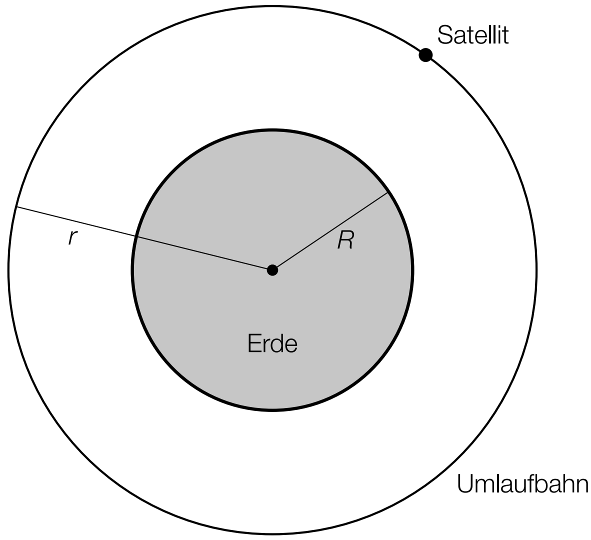
$T_{t+1} = T_t +$ ________________________________ mit $T_0 = 5$ *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Temperatur des Weines zum Zeitpunkt $t = 3$ min. *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Satelliten und ihre Umlaufbahnen

Ein Satellit bewegt sich auf einer annähernd kreisförmigen Umlaufbahn mit dem Radius r um die Erde. Die Erde wird als kugelförmig mit dem Radius R angenommen.
Dieses Modell ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

a) Ein bestimmter Satellit bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = 7\,500$ m/s auf seiner Umlaufbahn. Der Zusammenhang zwischen seiner Geschwindigkeit und dem Radius seiner Umlaufbahn wird durch die nachstehende Gleichung angegeben.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

v ... Geschwindigkeit des Satelliten in m/s
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ ... allgemeine Gravitationskonstante in $\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$
$M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ ... Masse der Erde in kg
r ... Radius der Umlaufbahn des Satelliten in m

1) Berechnen Sie den Radius r der Umlaufbahn dieses Satelliten.

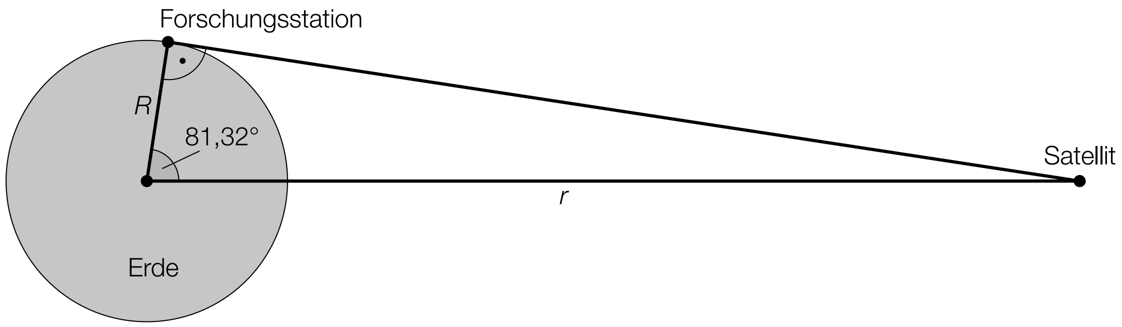
r = ________________________________ m *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Zeit (in s), die dieser Satellit für einen Umlauf um die Erde benötigt.

t = ________________________________ s *[0/1 P.]*

b) Die Satellitenschüssel einer Forschungsstation wird auf einen bestimmten Satelliten ausgerichtet.

In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist diese Situation dargestellt.



Der Erdradius R wird mit $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m angenommen.

1) Berechnen Sie den Radius r der Umlaufbahn dieses Satelliten.

r = ____ m *[0/1 P.]*

Die Geschwindigkeit von Funksignalen wird mit $3 \cdot 10^8$ m/s angenommen.

2) Berechnen Sie die Zeit (in s), die ein Funksignal für seinen Weg von der Forschungsstation zu diesem Satelliten benötigt. Geben Sie das Ergebnis mit 3 Nachkommastellen an.
[0/1 P.]

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Speichermedien

In den letzten Jahrzehnten wurden verschiedene Speichermedien, wie zum Beispiel Speicherkarten, USB-Sticks oder DVDs, für die Sicherung von Daten verwendet.

Aufgabenstellung:

a) Die Speicherkapazität eines Speichermediums kann unter anderem in Kilobyte, Megabyte bzw. Gigabyte angegeben werden. Die Vorsilben *Kilo-*, *Mega-*, *Giga-* werden dabei wie folgt verwendet:
1 Megabyte = 1 024 Kilobyte
1 Gigabyte = 1 024 Megabyte

Eine bestimmte Speicherkarte mit einer Speicherkapazität von 16 Gigabyte wird zum Speichern von Fotos verwendet. Modellhaft wird angenommen, dass alle gespeicherten Fotos den gleichen Bedarf an Speicherplatz haben.
Die Funktion $N: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ ordnet dem Bedarf an Speicherplatz F für ein Foto die größtmögliche Anzahl $N(F)$ der auf dieser Speicherkarte speicherbaren Fotos zu (F in Kilobyte).

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von N auf.

$N(F) =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

b) Michael hat 4 USB-Sticks mit den Bezeichnungen A, B, C und D.

- Auf USB-Stick A speichert er alle seine Fotos ab.
- Auf den 3 anderen USB-Sticks, B, C und D, speichert er zur Sicherung jeweils genau ein Drittel seiner Fotos so ab, dass jedes Foto zusätzlich auf genau 1 dieser 3 USB-Sticks gespeichert ist.

Für jeden der 4 USB-Sticks ist (jeweils unabhängig voneinander) die Wahrscheinlichkeit 75 %, dass er 5 Jahre lang funktionstüchtig bleibt.

Es wird vereinfacht angenommen, dass ein USB-Stick entweder vollständig funktionstüchtig ist oder gar nicht funktioniert.

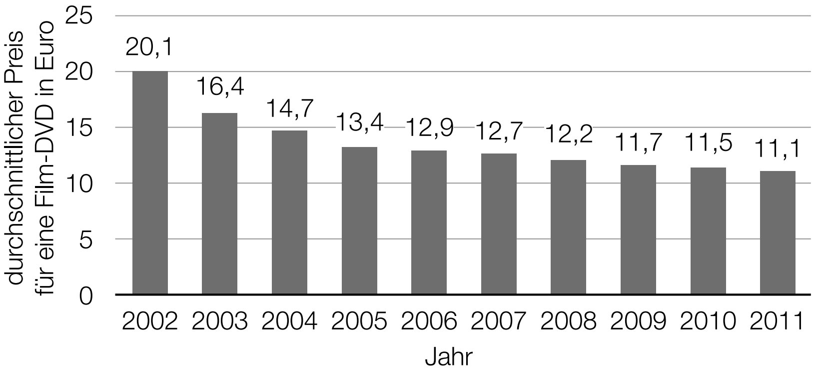
1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nach 5 Jahren noch jedes von Michaels Fotos auf mindestens 1 USB-Stick verfügbar ist. *[0/1 P.]*

Michael stellt nach 5 Jahren fest, dass USB-Stick A nicht mehr funktionstüchtig ist.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zumindest 2 der 3 USB-Sticks B, C und D funktionstüchtig sind. *[0/1 P.]*

c) Ein beliebtes Speichermedium für Filme ist die DVD.

Seit Anfang des 21. Jahrhunderts hat der durchschnittliche Preis für Film-DVDs abgenommen, wie das nachstehende Diagramm zeigt.



Datenquelle: https://www.mkdiscpress.de/ratgeber/chronik-der-speichermedien/ [20.11.2019].

Der durchschnittliche Preis für eine Film-DVD wird durch die Funktion P in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert.

$P(t) = a \cdot b^t + 11$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2002
$P(t)$ ... durchschnittlicher Preis für eine Film-DVD zur Zeit t in Euro

1) Ermitteln Sie a und b so, dass P für die Jahre 2002 und 2011 den durchschnittlichen Preis für eine Film-DVD im jeweiligen Jahr laut obigem Diagramm ergibt.

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________ *[0/½/1 P.]*