

# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur  
standardisierten kompetenzorientierten  
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

## Mathematik

Kompensationsprüfung 4  
Angabe für **Prüfer/innen**

# Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

## Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

## Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

### Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

# Aufgabe 1

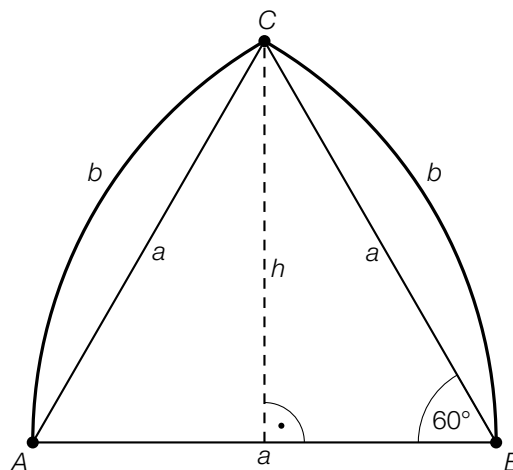
## Spitzbögen

Typische gotische Fenster haben die Form eines Spitzbogens (siehe nebenstehende Abbildung).



Bildquelle: <https://pixabay.com/de/photos/fenster-spitzbogen-kirchenfenster-408315/> [03.08.2020].

- a) In der unten stehenden Abbildung ist ein bestimmter Spitzbogen modellhaft dargestellt. Die Form dieses Spitzbogens erhält man, indem, ausgehend von den beiden Mittelpunkten  $A$  und  $B$ , jeweils ein Kreisbogen mit dem Radius  $a$  gezeichnet wird. Dadurch ergibt sich das gleichseitige Dreieck  $ABC$ .



- 1) Stellen Sie mithilfe von  $a$  eine Formel zur Berechnung der Bogenlänge  $b$  auf.

$$b = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 2) Berechnen Sie  $a$  für einen Spitzbogen mit der Höhe  $h = 5,2$  m.

- b) Helmut behauptet:

„Verlängert man alle Seiten eines gleichseitigen Dreiecks um 25 %, so vergrößert sich sein Flächeninhalt um mehr als die Hälfte.“

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob Helmut's Behauptung richtig ist.

# Lösung zur Aufgabe 1

## Spitzbögen

$$\text{a1) } b = \frac{a \cdot \pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} = \frac{a \cdot \pi}{3}$$

$$\text{a2) } h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}} = 6,00\dots$$

Der Radius  $a$  beträgt rund 6,0 m.

$$\text{b1) } A_{\text{alt}} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

$$A_{\text{neu}} = \frac{(1,25 \cdot a)^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 1,5625 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} > 1,5 \cdot A_{\text{alt}}$$

Helmuts Behauptung ist also richtig.

# Aufgabe 2

## Raumfahrt

- a) Die Umlaufzeit eines oberflächennahen Satelliten, der sich um einen Planeten mit der mittleren Dichte  $\rho$  bewegt, lässt sich mit der nachstehenden Formel berechnen.

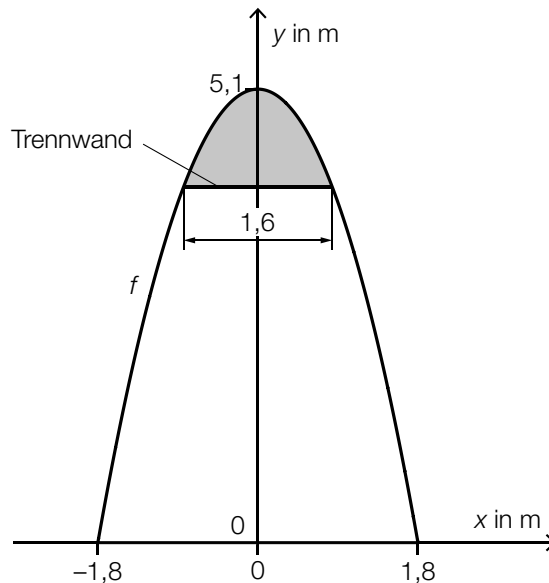
$$t = \frac{3,7578 \cdot 10^5}{\sqrt{\rho}}$$

$\rho$  ... mittlere Dichte des Planeten in  $\text{kg/m}^3$

$t$  ... Umlaufzeit des Satelliten in s

Die Erde hat eine mittlere Dichte von  $5515 \text{ kg/m}^3$ .

- 1) Berechnen Sie die Umlaufzeit, die ein solcher Satellit bei seiner Bewegung um die Erde hat, in Minuten.
  
- b) Um Güter oder Menschen ins All zu bringen, benötigt man Transportkapseln. In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist der Querschnitt einer solchen Transportkapsel in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der quadratischen Funktion  $f$  modelliert werden. Die untere Begrenzungslinie liegt auf der  $x$ -Achse.

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion  $f$  auf.

Eine waagrechte Trennwand grenzt den Ladebereich vom darüberliegenden Bereich ab (siehe obige Abbildung).

- 2) Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausdruck zur Berechnung des Inhalts  $A$  der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

$$A = \int_{\boxed{\phantom{0}}}^{\boxed{\phantom{1,8}}} (f(x) - \boxed{\phantom{1,6}}) dx$$

## Lösung zur Aufgabe 2

### Raumfahrt

$$\text{a1) } t = \frac{3,7578 \cdot 10^5}{\sqrt{5515}} = 5060,12\dots$$

$$5060,12\dots \text{ s} = 84,33\dots \text{ min}$$

Die Umlaufzeit beträgt rund 84,3 Minuten.

$$\text{b1) } f(x) = a \cdot x^2 + b$$

$x, f(x)$  ... Koordinaten in m

$$b = 5,1$$

$$f(1,8) = 0 \quad \text{oder} \quad 0 = a \cdot 1,8^2 + 5,1$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -1,5740\dots$$

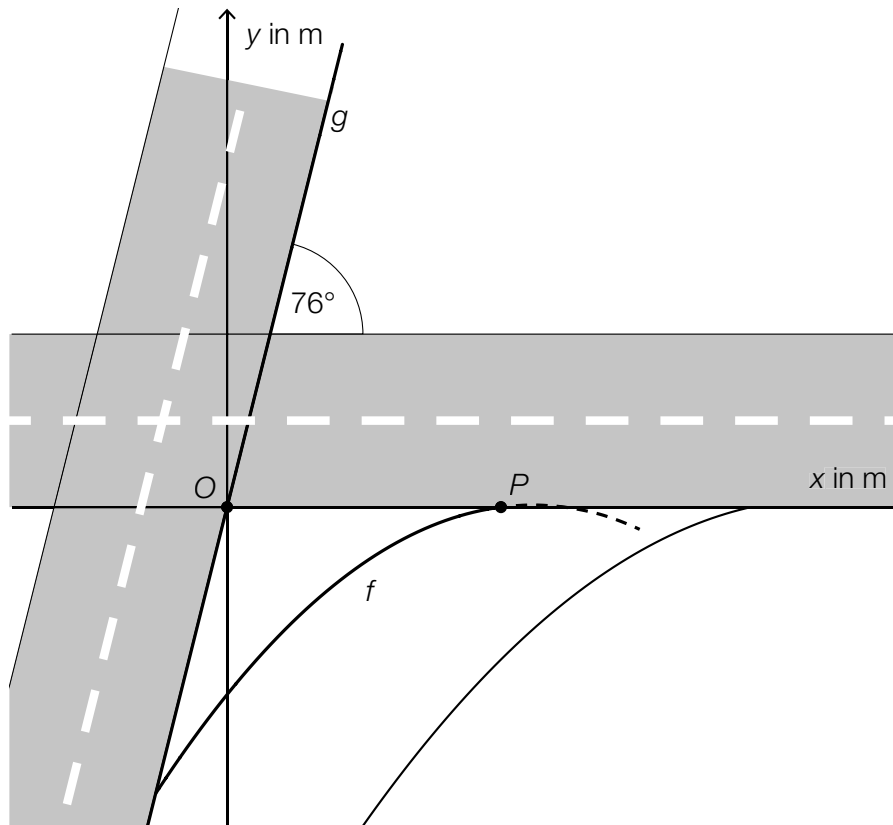
$$f(x) = -1,574 \cdot x^2 + 5,1 \quad (\text{Koeffizient gerundet})$$

$$\text{b2) } A = \int_{\boxed{-0,8}}^{\boxed{0,8}} (f(x) - f(0,8)) \, dx$$

## Aufgabe 3

### Straßenkreuzung

In der nachstehenden Abbildung ist eine Straßenkreuzung mit Abbiegespur in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



- a) Ein Teil einer Straßenbegrenzung wird durch den Graphen der linearen Funktion  $g$  beschrieben. Der Graph von  $g$  verläuft durch den Koordinatenursprung  $O$  und hat den Steigungswinkel  $76^\circ$ .

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion  $g$  auf.

Die linke Begrenzungslinie der Abbiegespur lässt sich näherungsweise mithilfe des Graphen der Funktion  $f$  beschreiben (siehe obige Abbildung).

$$f(x) = -0,039 \cdot x^2 + 1,24 \cdot x - 9,75$$

$x, f(x)$  ... Koordinaten in m

Der Graph der Funktion  $f$  schneidet die  $x$ -Achse im Punkt  $P$ .

- 2) Berechnen Sie die Steigung der Tangente von  $f$  im Punkt  $P$ .
- 3) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt  $A$  mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$A = \left| \int_0^{x_P} f(x) dx \right|$$



## Lösung zur Aufgabe 3

### Straßenkreuzung

a1)  $g(x) = k \cdot x + d$

$$k = \tan(76^\circ) = 4,01\dots$$

$$g(x) = 4,0 \cdot x \quad (\text{Koeffizient gerundet})$$

a2)  $f(x) = 0$  oder  $-0,039 \cdot x^2 + 1,24 \cdot x - 9,75 = 0$

Berechnung mittels Technologieinsatz:

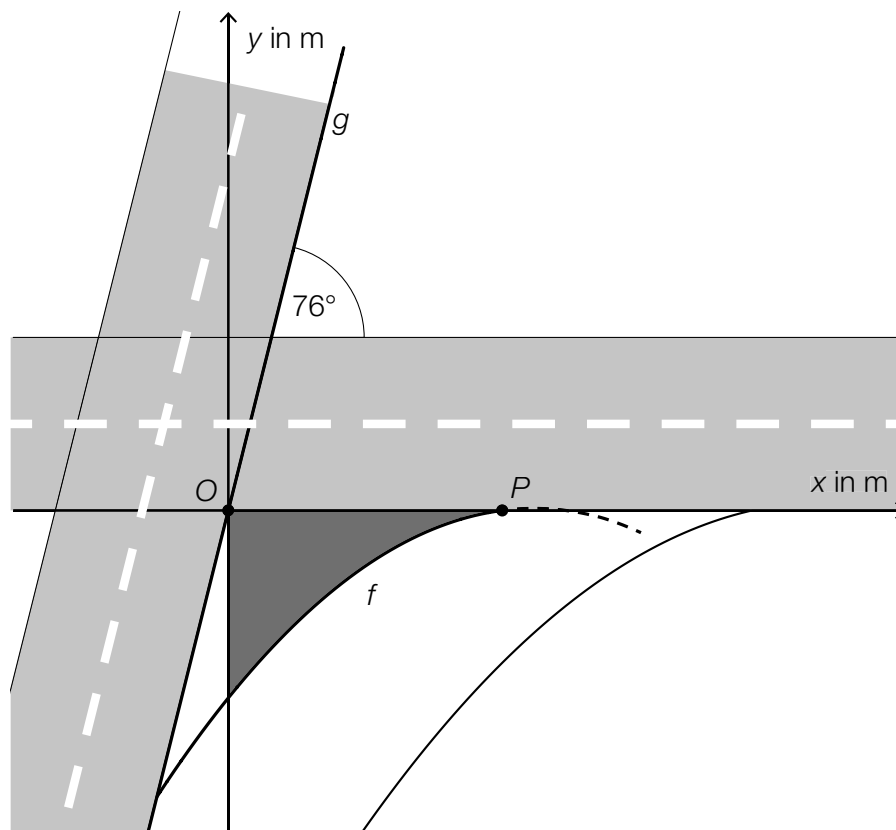
$$x_1 = 14,24\dots \quad (x_2 = 17,54\dots)$$

$$f'(x) = -0,078 \cdot x + 1,24$$

$$f'(14,24\dots) = 0,128\dots$$

Die Steigung der Tangente von  $f$  im Punkt  $P$  beträgt rund 0,13.

a3)

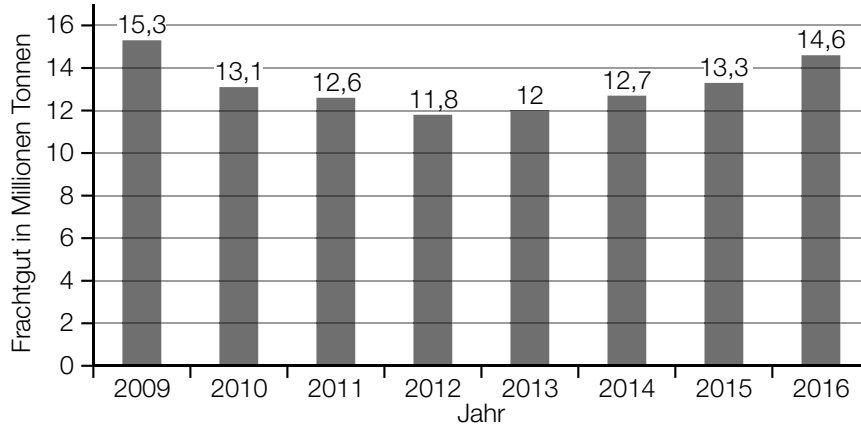


# Aufgabe 4

## Brenner

Der Brenner ist eine der wichtigsten Transitrouten der Alpen.

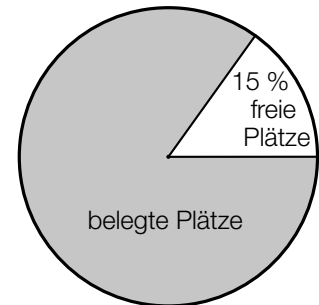
- a) Ein Teil des Frachtguts wird per Bahn über den Brenner transportiert. Im nachstehenden Säulendiagramm ist das Frachtgut (in Millionen Tonnen) für 8 aufeinanderfolgende Jahre dargestellt.



- 1) Ermitteln Sie den Median des Frachtguts für diese 8 Jahre.

- b) Ein Teil des Frachtguts wird auf der sogenannten *rollenden Landstraße* in LKWs transportiert, wobei diese LKWs dafür auf spezielle Züge verladen werden.

Das nebenstehende Diagramm zeigt die Auslastung der rollenden Landstraße über den Brenner für das Jahr 2017. Dabei entspricht die weiße Fläche den 28340 freien Plätzen auf der rollenden Landstraße.



- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{28340}{0,15} \approx 188933$$

- c) Ein großer Teil des Frachtguts wird per LKW über den Brenner transportiert. Am Brennersee gibt es einen Parkplatz für LKWs. Hans wird im nächsten halben Jahr 20-mal freitags zur gleichen Tageszeit mit seinem LKW zu diesem Parkplatz kommen. Er weiß aus Erfahrung, dass er dort mit einer Wahrscheinlichkeit  $p$  einen freien Parkplatz findet.

- 1) Stellen Sie mithilfe von  $p$  eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$E$  ... „Hans wird im nächsten halben Jahr höchstens 1-mal keinen freien Parkplatz finden“

$P(E) =$  \_\_\_\_\_

## Lösung zur Aufgabe 4

### Brenner

a1) geordnete Liste:

11,8; 12; 12,6; 12,7; 13,1; 13,3; 14,6; 15,3

$$\frac{12,7 + 13,1}{2} = 12,9$$

Der Median beträgt 12,9 Millionen Tonnen.

b1) Im Jahr 2017 wurden insgesamt rund 188933 Plätze auf der rollenden Landstraße über den Brenner angeboten.

c1)  $P(E) = p^{20} + 20 \cdot (1 - p) \cdot p^{19}$