Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Grundstücke

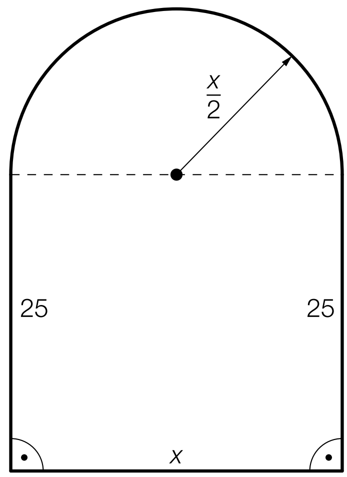
a) In einer bestimmten Region stieg der Quadratmeterpreis von Grundstücken innerhalb eines Jahres um 8 %.

A ... Quadratmeterpreis am Anfang des Jahres
N ... Quadratmeterpreis am Ende des Jahres

1) Stellen Sie mithilfe von N eine Formel zur Berechnung von A auf.

$A =$ ______________________________

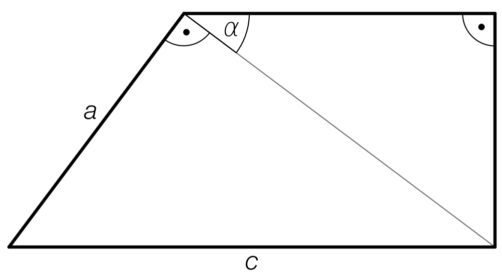
b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein bestimmtes Grundstück mit seinen Abmessungen (in m) dargestellt. Die Fläche dieses Grundstücks setzt sich aus einer Rechtecksfläche und einer Halbkreisfläche zusammen.



Der Flächeninhalt dieses Grundstücks beträgt 800 m².

1) Berechnen Sie x.

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein anderes Grundstück mit seinen Abmessungen dargestellt.



Die Länge b kann folgendermaßen berechnet werden:
$b = \cos(\alpha) \cdot \sqrt{c^2 - a^2}$

1) Kennzeichnen Sie b in der obigen Abbildung.

Lösung zur Aufgabe 1

Grundstücke

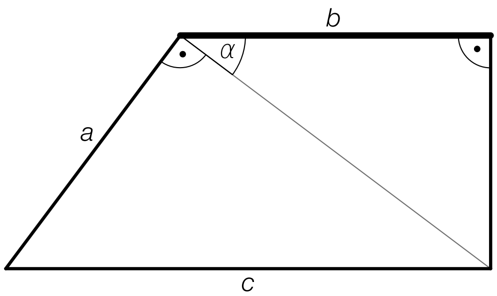
a1) $A = \frac{N}{1{,}08}$

b1) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \pi + 25 \cdot x = 800$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 23{,}399...$ $\quad (x_2 = -87{,}061...)$

c1)



Aufgabe 2

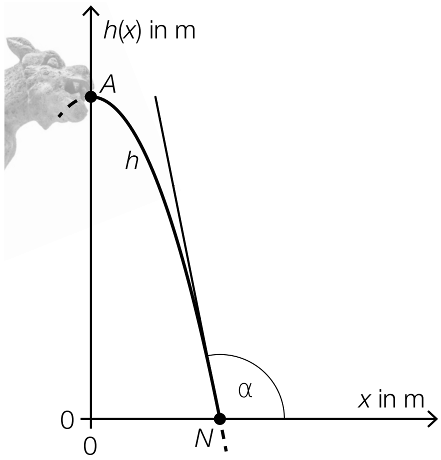
Brunnen

a) Die Anzahl der Brunnen in einem bestimmten Land stieg von knapp 4000 im Jahr 1968 auf etwa 32000 im Jahr 2012.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{32\,000 - 4\,000}{2012 - 1968} \approx 636$$

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wasserstrahl, der waagrecht aus einem Wasserspeier austritt, modellhaft dargestellt.



Bildquelle: Reinhold Möller – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Paris_Montmartre_Sacré-Cœur_Gargoyle--20140603-RM-160933.jpg [26.01.2021] (adaptiert).

Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch die quadratische Funktion h beschrieben werden.
A ist der Hochpunkt der Funktion h.
Im Punkt $N = (0{,}4\,|\,0)$ trifft der Wasserstrahl unter einem Winkel von $\alpha = 101{,}31°$ auf dem Boden auf.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h.

c) Fällt ein Stein senkrecht in einen leeren Brunnenschacht, so lässt sich sein zurückgelegter Weg näherungsweise durch die Funktion s beschreiben.

$s(t) = 5 \cdot t^2$

t ... Zeit in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt t in m

Nach 5 Sekunden trifft der Stein auf dem Boden des Brunnenschachts auf.

1) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der der Stein auf dem Boden auftrifft.

Lösung zur Aufgabe 2

Brunnen

a1) Die Anzahl der Brunnen ist im Zeitraum von 1968 bis 2012 durchschnittlich um 636 Brunnen pro Jahr gestiegen.

b1) $h(x) = a \cdot x^2 + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x$

I: $h(0{,}4) = 0$
II: $h'(0{,}4) = \tan(101{,}31°)$

oder:

I: $a \cdot 0{,}4^2 + c = 0$
II: $0{,}8 \cdot a = \tan(101{,}31°)$

c1) $v(t) = s'(t)$
$v(t) = 10 \cdot t$
$v(5) = 50$

Der Stein trifft mit einer Geschwindigkeit von 50 m/s auf dem Boden auf.

Aufgabe 3

Apps

Für eine bestimmte App soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch drei verschiedene Modelle beschrieben werden.

Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ($t = 0$) betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 0,35 Millionen (Mio.). 365 Tage später betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 1,81 Mio.

a) Im Modell *A* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der linearen Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$f(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

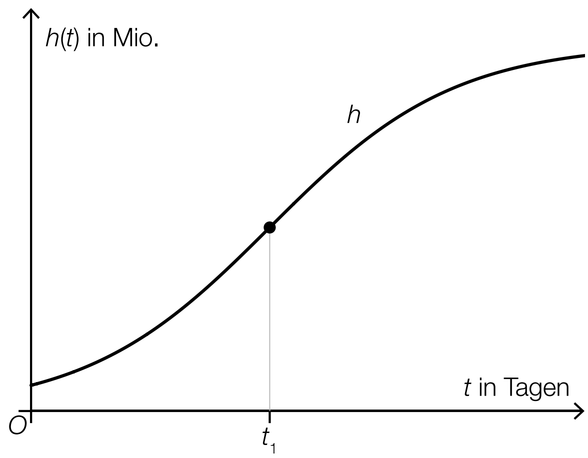
1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

b) Im Modell *B* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der Exponentialfunktion g mit $g(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$g(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Downloads gemäß dem Modell *B*.

c) Im Modell *C* soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch die Funktion h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen
$h(t)$ ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

Es gilt: $h''(t_1) = 0$

1) Interpretieren Sie den Wert von $h'(t_1)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 3

Apps

a1) $f(t) = k \cdot t + d$
$1{,}81 = k \cdot 365 + 0{,}35$
$k = 0{,}004$
$f(t) = 0{,}004 \cdot t + 0{,}35$

b1) $g(t) = 0{,}35 \cdot b^t$
$1{,}81 = 0{,}35 \cdot b^{365}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$b = 1{,}0045...$

Verdoppelungszeit:
$\frac{\ln(2)}{\ln(b)} = 153{,}9...$
Die Verdoppelungszeit beträgt rund 154 Tage.

c1) $h'(t_1)$ entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Anzahl der Downloads.

Aufgabe 4

Straßenlaternen

Eine Straße wird zu Testzwecken mit neuen Straßenlaternen ausgestattet.

a) Bei diesen Straßenlaternen können die Fehler F_1, F_2 und F_3 auftreten. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2 und p_3 auf.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E auf.

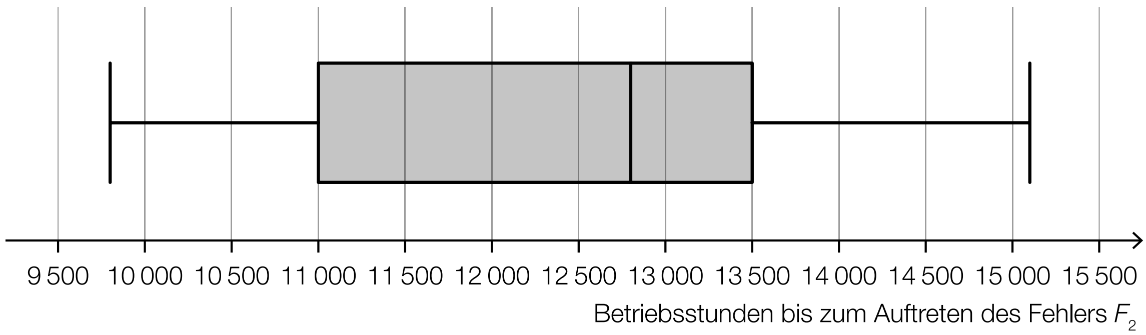
E ... „eine zufällig ausgewählte Straßenlaterne weist keinen einzigen dieser 3 Fehler auf"

$P(E) =$ ____

b) Der Fehler F_1 tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 % auf.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 2 von 100 Straßenlaternen der Fehler F_1 auftritt.

c) Im Testzeitraum wurde gemessen, nach wie vielen Betriebsstunden der Fehler F_2 auftritt (siehe nachstehende Abbildung).



Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. Quartil und 1. Quartil.

1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Interquartilsabstand ab.

Lösung zur Aufgabe 4

Straßenlaternen

a1) $P(E) = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3)$

b1) Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}01$
X ... Anzahl der Straßenlaternen, bei denen der Fehler F_1 auftritt

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \leq 2) = 0{,}920...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92 %.

c1) Interquartilsabstand: 13 500 – 11 000 = 2 500