

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

20. September 2022

Mathematik

Korrekturheft

# Beurteilung der Klausurarbeit

## Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

**Best-of-Wertung:** Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

**Jahresnoteneinrechnung:** Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin/der Kandidat mindestens 11 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://www.matura.gv.at/srdp/ablauf> gesondert bekanntgegeben.

# Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf <https://korrektur.srdp.at> veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch:  $[0/1/2/1 P.]$ ) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
  - a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
  - b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
  - c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
  - d. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
  - e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
  - f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
  - g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

# Aufgabe 1

## Zahlenmengen

Die Menge der rationalen Zahlen enthält alle ganzen Zahlen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Alle irrationalen Zahlen sind in der Menge der reellen Zahlen enthalten.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 2

### Museumsbesuche

$$G = E \cdot x + S \cdot x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

## Aufgabe 3

### Schulwechsel

$k + m = 3 \cdot m$	<input checked="" type="checkbox"/>
$m = k - 47$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 4

### Punkte und Vektoren

$C = B + t \cdot \vec{w}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$C = A + t \cdot \vec{v}$ für ein $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 5

### Vektoren im Rechteck

$\vec{AD} = \frac{1}{2} \cdot \vec{AC} + \frac{1}{2} \cdot \vec{BD}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{1}{2} \cdot \vec{AD} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{CB}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 6

### Normale Geraden

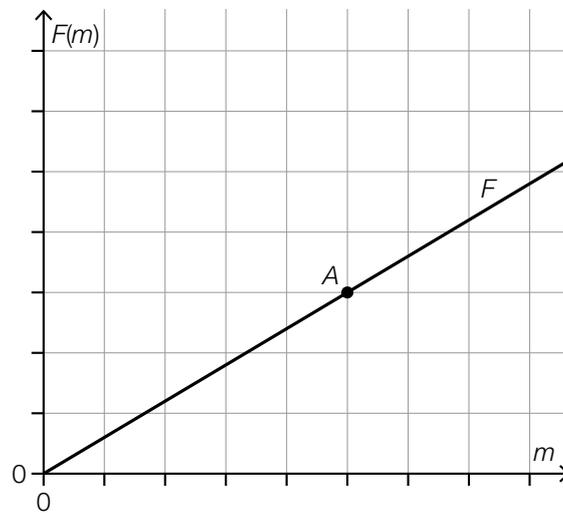
$$\text{z.B. } n: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung, wobei die Gerade  $n$  den Punkt  $P$  enthalten muss und ihr Richtungsvektor normal auf den Vektor  $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$  stehen muss.

Der Punkt ist auch dann zu geben, wenn „mit  $t \in \mathbb{R}$ “ nicht angegeben ist.

# Aufgabe 7

## Zentripetalkraft



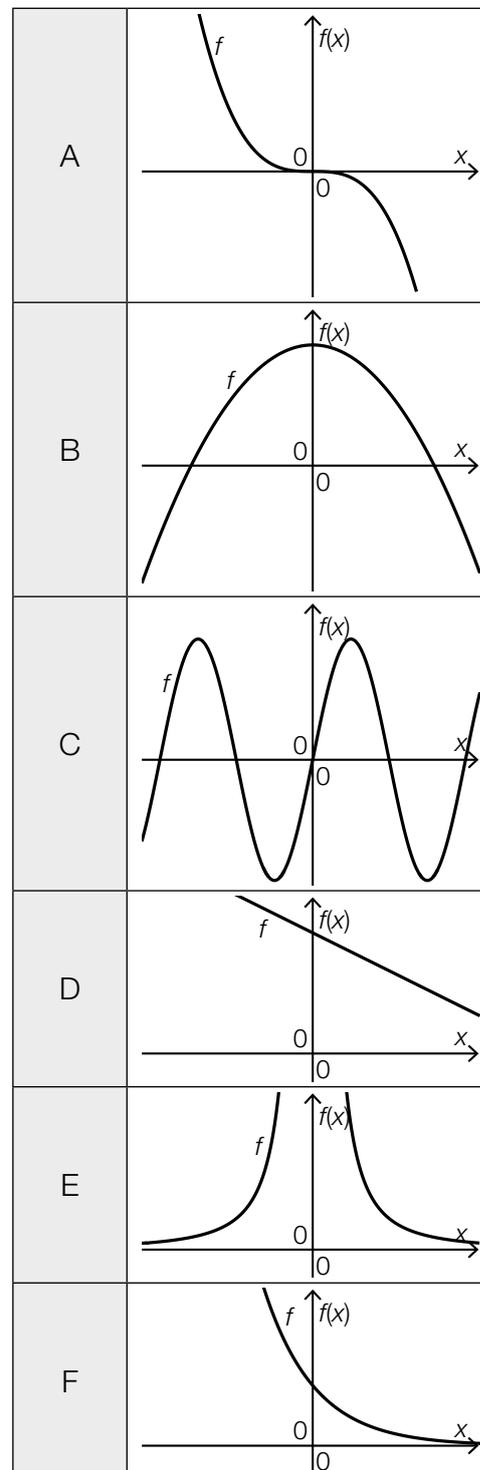
Ein Punkt für das richtige Skizzieren des Graphen.

Der Punkt ist auch dann zu geben, wenn nur eine Strecke vom Ursprung bis zum Punkt  $A$  eingezeichnet ist.

# Aufgabe 8

## Funktionsgraphen

Exponentialfunktion	F
lineare Funktion	D
Polynomfunktion vom Grad 2	B
Sinusfunktion	C



Ein Punkt für vier richtige Zuordnungen, ein halber Punkt für zwei oder drei richtige Zuordnungen.

## Aufgabe 9

### Erlös und Gewinn

Verkaufspreis: 2 €/kg

Fixkosten: 1.800 €

Ein Punkt für das Angeben der beiden richtigen Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.

Toleranzintervall für den Verkaufspreis in €/kg: [1,95; 2,05]

Toleranzintervall für die Fixkosten in €: [1 750; 1 850]

# Aufgabe 10

## Abfüllmaschinen

$$f(n) = \frac{96}{n}$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von  $f$ .

# Aufgabe 11

## Grippeerkrankungen

$$\sqrt[1]{2} = 1,0650\dots$$

Prozentsatz: rund 6,5 %

Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.

Grundkompetenz: FA 5.1

## Aufgabe 12

### Eigenschaften einer Sinusfunktion

Wenn $a$ größer wird, dann wird die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Funktionswert größer.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wenn $b$ größer wird, dann wird der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen kleiner.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 13

### Relative Änderung einer Polynomfunktion

$$\frac{-3}{3} = -1$$

Ein Punkt für das richtige Berechnen der relativen Änderung.  
Toleranzintervall:  $[-1, 1; -0,9]$

Grundkompetenz: AN 1.1

## Aufgabe 14

### Rückgang einer Population

Die Anzahl der Individuen ist im Beobachtungszeitraum pro Woche um durchschnittlich 35 gesunken.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 15

### Erste Ableitung

$$g'(0) = 2 \cdot a \cdot k$$

oder:

$$g'(0) = f'(0) \cdot a \cdot k$$

Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

## Aufgabe 16

### Ableitungs- und Stammfunktion

①	
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ streng monoton fallend	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
haben an der Stelle $x = 6$ eine Wende- stelle mit waagrechter Tangente	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile, ein halber Punkt, wenn nur ein richtiger Satzteil angekreuzt ist.

## Aufgabe 17

### Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion dritten Grades

$f'$ hat an der Stelle $x_1$ den gleichen Wert wie an der Stelle $x_2$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'$ hat an der Stelle $x = 4$ einen positiven Wert.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 18

### Pilzsporen

Der Ausdruck beschreibt den Inhalt der Fläche, die von den Sporen dieses Pilzes 3 h nach Beginn der Beobachtung bedeckt wird (in  $\mu\text{m}^2$ ).

Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Grundkompetenz: AN 4.3

# Aufgabe 19

## Geschwindigkeitskontrolle

$$50 + 80 + 60 = 190$$

Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Anzahl der Fahrzeuge.

Grundkompetenz: WS 1.1

## Aufgabe 20

### Schularbeitspunkte

$$\bar{x} = \frac{38,5 \cdot 16 + 41 + 47}{18} = 39,11\dots$$

Ein Punkt für das richtige Berechnen des arithmetischen Mittels  $\bar{x}$ .

Grundkompetenz: WS 1.3

## Aufgabe 21

### Median und arithmetisches Mittel

Mindestens 1 Person dieser Gruppe hat ein Bruttoeinkommen von genau € 3.200.	<input checked="" type="checkbox"/>
Mindestens 6 Personen dieser Gruppe haben ein Bruttoeinkommen von höchstens € 3.200.	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

## Aufgabe 22

### Weihnachtsgeschenke

$$0,87 \cdot 0,03 = 0,0261$$

$$p = 2,61 \%$$

Ein Punkt für das richtige Berechnen des Anteils  $p$ .

## Aufgabe 23

### Binomialkoeffizienten

$$a = 9 - b$$

Ein Punkt für das richtige Angeben von  $a$  in Abhängigkeit von  $b$ .

## Aufgabe 24

### Erwartungswerte und Standardabweichungen

①	
$E(X) < E(Y)$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile, ein halber Punkt, wenn nur ein richtiger Satzteil angekreuzt ist.

## Aufgabe 25 (Teil 2)

### Firmenlogos

$$\begin{aligned} \text{a1) } f'(x) &= \frac{x}{4} \\ f'(4) &= 1 \\ g'(x) &= a \cdot (3 \cdot x^2 - 16) \\ g'(4) &= 32 \cdot a \\ 32 \cdot a &= 1 \\ a &= \frac{1}{32} \end{aligned}$$

a2) Die Funktion  $g$  ist eine Polynomfunktion 3. Grades.

*oder:*

Die Funktion  $g''$  ist linear und hat nur 1 Nullstelle.

(Die Funktion  $g$  kann also nur 1 Wendepunkt haben.)

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $a$ .

a2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

$$\text{b1) } u = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin(36^\circ) = 17,63\dots$$

$$u = 17,6 \text{ cm}$$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Umfangs  $u$ .

$$\text{c1) } g(x) = -a \cdot x^2 + 2 \cdot b$$

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $g$ .

## Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Pelletsheizung

$$\text{a1) } \frac{4,84 - 4,4}{13} = 0,033\dots$$

Die mittlere Änderungsrate der Jahresdurchschnittspreise für Pellets beträgt rund 0,03 Cent/kWh pro Jahr.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der mittleren Änderungsrate.

$$\text{b1) } K_{\text{Öl}}(t) = 15000 \cdot 0,0795 \cdot t = 1192,5 \cdot t$$

$$K_{\text{Pellets}}(t) = 15000 \cdot 0,0484 \cdot t + 10000 = 726 \cdot t + 10000$$

$$\text{b2) } 1192,5 \cdot t_1 = 726 \cdot t_1 + 10000$$

$$t_1 = 21,4\dots$$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der beiden Funktionsgleichungen  $K_{\text{Öl}}$  und  $K_{\text{Pellets}}$ , ein halber Punkt für nur eine richtige Funktionsgleichung.

b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von  $t_1$ .

$$\text{c1) } A''(t) = 0$$

$$t = 12,2\dots$$

Im Jahr 2009 war die momentane Änderungsrate der Anzahl der Pelletsheizungen in Österreich am größten.

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Jahreszahl.

## Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Beschleunigungstest

a1)  $v_1(t) = 25 \cdot t$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von  $v_1$ .

b1)  $v_2(t_2) = 130$

$$t_2 = 6,21... \text{ s}$$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von  $t_2$ .

c1)  $a(80) = 6,7$

$$a(160) = 1,4$$

$$b = -0,13825 \text{ und } c = 15,84$$

c2)  $a(v_3) = 3,7$

$$v_3 = 118,054...$$

Aus der Abbildung folgt:  $t_3 \approx 5,5 \text{ s}$ .

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der beiden Werte.

c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von  $t_3$ .

Toleranzintervall für  $t_3$ :  $[4; 6]$

## Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

### Würfelspiel

$$\text{a1) } 1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296} = 0,0007\dots$$

oder:

$$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{1296} = 0,0007\dots$$

$$\text{a2) } p_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0,0277\dots$$

$$p_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} = 0,1388\dots$$

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit für ein *Grande*.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der zwei Wahrscheinlichkeiten  $p_1$  und  $p_2$ , ein halber Punkt für nur eine richtige Wahrscheinlichkeit.

b1)  $E$  ... „beim Wurf der fünf Würfel tritt eine (beliebige) Augenzahl genau viermal auf“

b1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\text{c1) } P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = 0,0309 + 0,0386 = 0,0695$$

$$P(\text{„Anna bekommt } x \text{ Euro“}) = 1 - P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = 0,9305$$

$$40 \cdot P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = x \cdot P(\text{„Anna bekommt } x \text{ Euro“})$$

$$x = 2,987\dots \text{ Euro}$$

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von  $x$ .