

Name:

Klasse/Jahrgang:

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche
Reife- und Diplomprüfung / Berufsreifeprüfung

BHS/BRP

17. September 2021

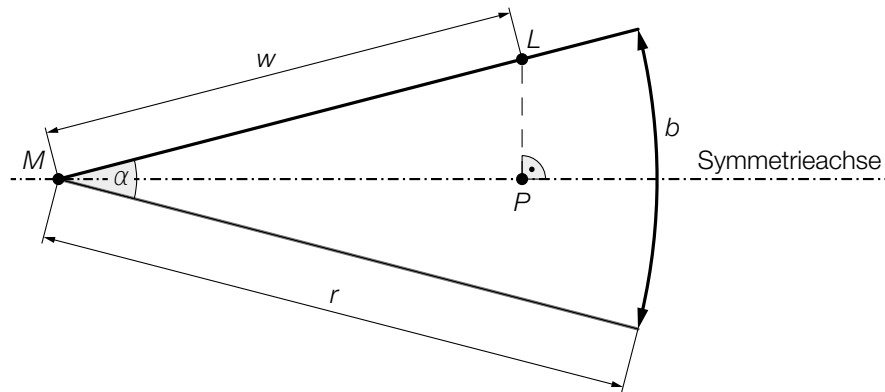
Angewandte Mathematik
Berufsreifeprüfung
Mathematik

BAfEP, BASOP, BRP

Aufgabe 1

Speerwurf

- a) Der Wurfbereich beim Speerwurf hat die Form eines Kreissektors (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von oben).



z ist die Differenz aus der tatsächlichen Wurfweite $w = \overline{ML}$ und der Streckenlänge \overline{MP} .

- 1) Stellen Sie unter Verwendung von w und α eine Formel zur Berechnung von z auf.

$z =$ _____ [0/1 P.]

Für die Bogenlänge b des Kreissektors und den Öffnungswinkel α des Kreissektors gilt:

$$b = 48,08 \text{ m}$$

$$\alpha = 29^\circ$$

- 2) Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors.

[0/1 P.]

- b) Ein Teil des Graphen der Funktion f beschreibt die Flugbahn der Speerspitze bei einem bestimmten Wurf.

$$f(x) = -0,01 \cdot x^2 + 0,7 \cdot x + 1,8 \quad \text{mit } x \geq 0$$

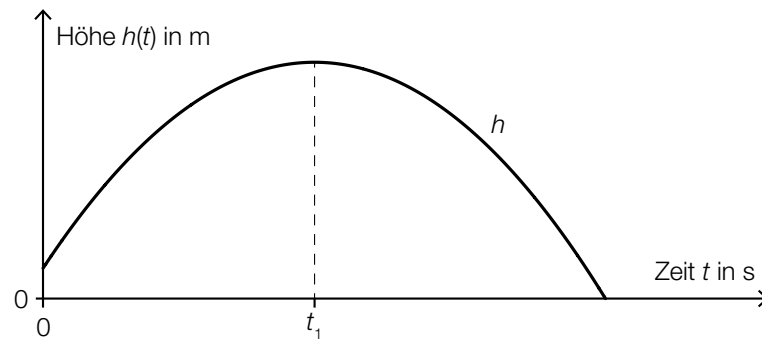
x ... horizontale Entfernung vom Abwurfpunkt in m

$f(x)$... Höhe über dem Boden bei der horizontalen Entfernung x in m

- 1) Berechnen Sie die horizontale Entfernung vom Abwurfpunkt, in der die Speerspitze bei diesem Wurf auf dem Boden auftrifft.

[0/1 P.]

- c) Die quadratische Funktion h beschreibt die Höhe der Speerspitze während eines bestimmten Wurfes in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D so zu, dass zutreffende Aussagen entstehen. [0/1 P.]

Die momentane Änderungsrate von h zur Zeit t ist negativ für	
Die momentane Änderungsrate von h zur Zeit t ist null für	

A	$t = 0$
B	$t = t_1$
C	$t < t_1$
D	$t > t_1$

Aufgabe 2

Kartenspiel

a) Ein Kartenstapel besteht aus 20 *Diener*-Karten und 10 *Zauber*-Karten. Sabine zieht zufällig ohne Zurücklegen 3 Karten aus diesem Kartenstapel.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sabine dabei genau 1 *Zauber*-Karte zieht.

[0/1 P.]

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = 1 - \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} \cdot \frac{18}{28} = 0,719\dots$$

[0/1 P.]

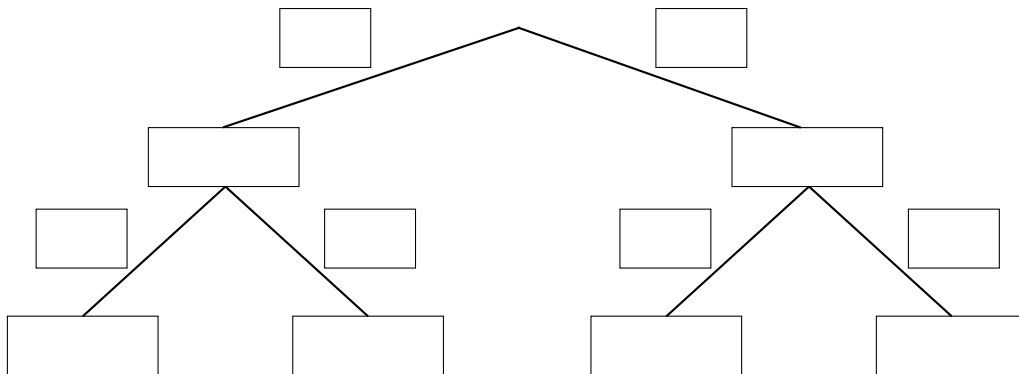
b) Lukas wählt für 40 % seiner Spiele eine aggressive Strategie, für die restlichen Spiele wählt er eine defensive Strategie.

Spiele, für die er eine aggressive Strategie wählt, gewinnt er mit der Wahrscheinlichkeit p .

Spiele, für die er eine defensive Strategie wählt, gewinnt er mit einer Wahrscheinlichkeit von 54 %.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.

[0/1 P.]



Die Wahrscheinlichkeit, dass Lukas ein zufällig ausgewähltes Spiel gewinnt, beträgt 53,2 %.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p .

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Leuchtdioden

Leuchtdioden (LEDs) werden häufig als Beleuchtungsmittel verwendet.

- a) LEDs haben einen begrenzten Öffnungswinkel. Für eine sogenannte *Rundum-Beleuchtung* werden daher mehrere LEDs benötigt. Die Anzahl der LEDs gleicher Bauart, die für eine Rundum-Beleuchtung benötigt werden, kann gemäß der nachstehenden Vorschrift berechnet werden.

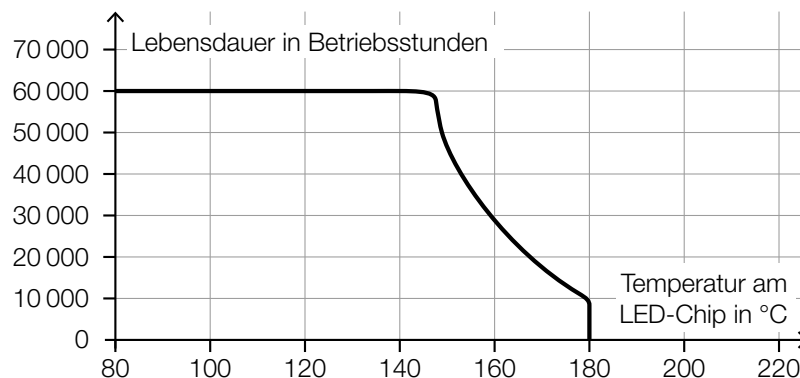
Dividiere 1 durch den Sinus von einem Viertel des Öffnungswinkels.

Quadriere die erhaltene Zahl.

Ist das nun erhaltene Ergebnis nicht ganzzahlig, dann runde es auf die nächstgrößere ganze Zahl auf.

- 1) Berechnen Sie die Anzahl der LEDs mit einem Öffnungswinkel von 40° , die man gemäß der obigen Vorschrift für eine Rundum-Beleuchtung benötigt. [0/1 P.]

- b) Die Lebensdauer von LEDs ist abhängig von der Temperatur am LED-Chip. Auf einer Website ist dieser Zusammenhang grafisch dargestellt (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: <https://www.led-studien.de/wp-content/uploads/2015/10/Lebensdauer-nach-LED-Temperatur.png> [16.08.2019] (adaptiert).

- 1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Lebensdauer bei Erhöhung der Temperatur von 140°C auf 160°C . [0/1 P.]
- 2) Begründen Sie, warum es sich bei der in der obigen Abbildung dargestellten Kurve nicht um den Graphen einer Funktion handeln kann. [0/1 P.]

- c) Ein Maß für die Helligkeit einer Lichtquelle ist der sogenannte *Lichtstrom*. Dieser wird in der Einheit Lumen angegeben.
Man geht davon aus, dass der maximale Lichtstrom von LEDs durch technische Weiterentwicklung exponentiell ansteigen wird.
Dabei gilt: Alle 10 Jahre steigt der maximale Lichtstrom von LEDs auf das 20-Fache.

Diese Entwicklung kann durch eine Exponentialfunktion L modelliert werden.

$$L(t) = L_0 \cdot a^t$$

t ... Zeit in Jahren

$L(t)$... maximaler Lichtstrom zur Zeit t in Lumen

L_0 ... maximaler Lichtstrom zur Zeit $t = 0$ in Lumen

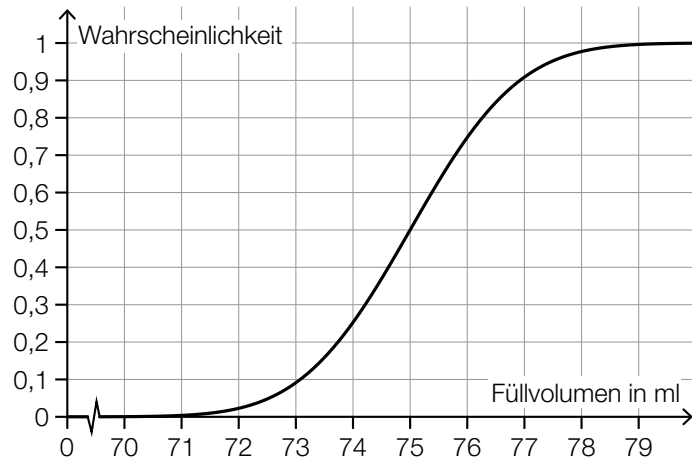
a ... positiver Parameter

- 1) Berechnen Sie den Parameter a . [0/1 P.]
- 2) Interpretieren Sie den Wert des Parameters a im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

Aufgabe 4

Kosmetikartikel

- a) Ein Parfum wird in bestimmte Fläschchen abgefüllt. Das Füllvolumen wird dabei als annähernd normalverteilt mit der Standardabweichung $\sigma = 1,5$ ml angenommen. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ des Füllvolumens ab.

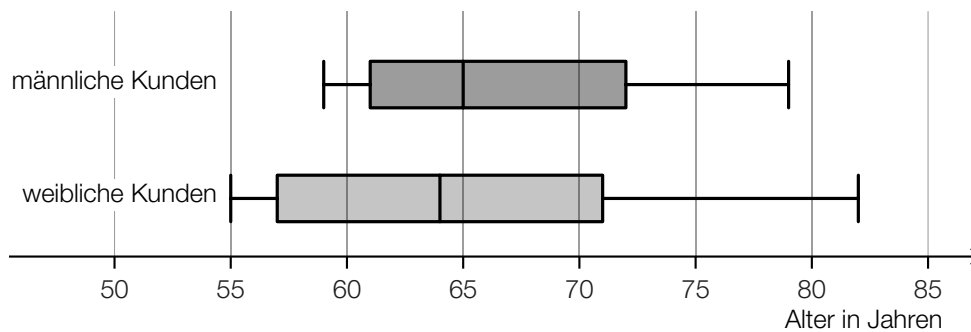
$$\mu = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ml}$$

[0/1 P.]

- 2) Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem das Füllvolumen eines zufällig ausgewählten Fläschchens mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % liegt. [0/1 P.]
- 3) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllvolumen eines zufällig ausgewählten Fläschchens höchstens 76 ml beträgt. [0/1 P.]

- b) Ein bestimmter Kosmetikartikel wurde sowohl von männlichen als auch von weiblichen Kunden gekauft.

Eine Erhebung zum Alter aller Kunden, die diesen Kosmetikartikel gekauft haben, ist in der nachstehenden Abbildung in Form zweier Boxplots zusammengefasst.



- 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

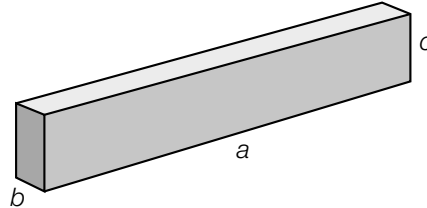
[0/1 P.]

Die Spannweite des Alters der weiblichen Kunden ist kleiner als diejenige der männlichen Kunden.	<input type="checkbox"/>
Die jüngste Person, die den Kosmetikartikel gekauft hat, ist männlich.	<input type="checkbox"/>
Der Median des Alters der männlichen Kunden ist größer als derjenige der weiblichen Kunden.	<input type="checkbox"/>
Mehr als die Hälfte der weiblichen Kunden ist älter als 65 Jahre.	<input type="checkbox"/>
Das 3. Quartil des Alters der weiblichen Kunden ist größer als dasjenige der männlichen Kunden.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 5

Holzfeuchte und Holz Trocknung

- a) Beim Trocknen verkürzen sich die Seitenlängen eines feuchten quaderförmigen Holzstücks.



a, b, c ... Seitenlängen des quaderförmigen Holzstücks in feuchtem Zustand

In trockenem Zustand ist die Seitenlänge a um 0,5 %, die Seitenlänge b um 10 % und die Seitenlänge c um 5 % kürzer als in feuchtem Zustand.

- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens V des quaderförmigen Holzstücks in trockenem Zustand auf. Verwenden Sie dabei die Seitenlängen a, b und c .

$V =$ _____ [0/1 P.]

- 2) Ermitteln Sie, um wie viel Prozent das Volumen des quaderförmigen Holzstücks in trockenem Zustand kleiner als in feuchtem Zustand ist. [0/1 P.]

- b) Holzbretter der gleichen Holzsorte mit verschiedenen Dicken trocknen unterschiedlich schnell. Dieser Zusammenhang kann näherungsweise durch die nachstehende Formel beschrieben werden.

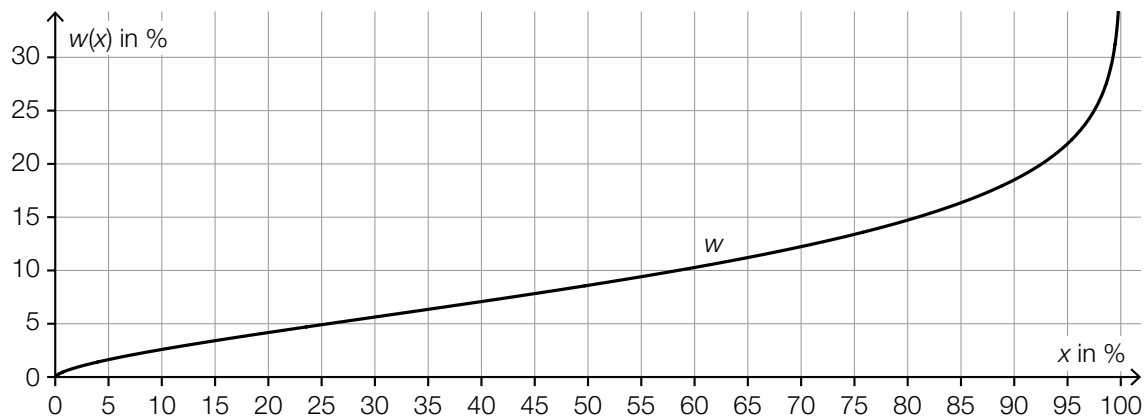
$$\frac{T}{t} = \left(\frac{D}{d}\right)^{1,5}$$

	Dicke	Trockenzeit
Holzbrett 1	d	t
Holzbrett 2	D	T

- 1) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der nicht dem obigen Zusammenhang entspricht. [1 aus 5] [0/1 P.]

$\frac{T}{t} = \left(\frac{D}{d}\right)^{\frac{3}{2}}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{T}{t} = \left(\frac{d}{D}\right)^{-1,5}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{T}{t} = \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^3}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{t}{T} = \left(\frac{d}{D}\right)^{-\frac{3}{2}}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{t}{T} = \left(\frac{d}{D}\right)^{1,5}$	<input type="checkbox"/>

- c) Im nachstehenden Diagramm ist der Zusammenhang zwischen der relativen Luftfeuchtigkeit x (in Prozent) und dem Wassergehalt $w(x)$ (in Prozent) einer bestimmten Holzsorte bei der Lagerung dargestellt.



- 1) Kennzeichnen Sie im obigen Diagramm denjenigen Punkt $P = (x_0 | w(x_0))$, für den gilt:

$$w'(x_0) = 1$$

[0/1 P.]

Der im obigen Diagramm dargestellte Zusammenhang soll im Intervall $[45; 55]$ mithilfe der Punkte $A = (45 | 7,8)$ und $B = (55 | 9,4)$ durch eine lineare Funktion modelliert werden.

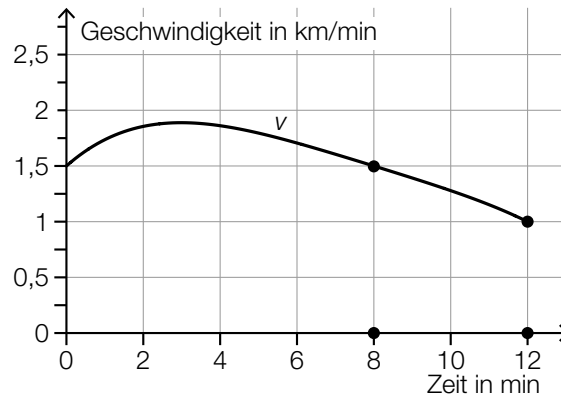
- 2) Stellen Sie eine Gleichung dieser linearen Funktion auf.

[0/1 P.]

Aufgabe 6

Bordcomputer

Ein Bordcomputer hat 12 min lang die Geschwindigkeit eines PKW aufgezeichnet. Der Graph der so ermittelten Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v ist im nachstehenden Diagramm modellhaft dargestellt.



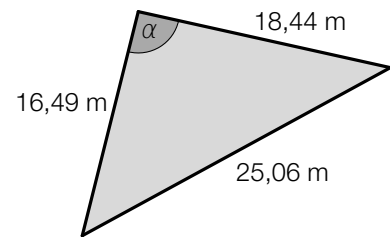
- a) Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von v und der Zeitachse im Intervall $[8 \text{ min}; 12 \text{ min}]$ kann durch den Flächeninhalt eines Vierecks angenähert werden. Die gekennzeichneten Gitterpunkte sind die Eckpunkte dieses Vierecks.
- 1) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks. [0/1 P.]
 - 2) Interpretieren Sie diesen Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei auch die zugehörige Einheit an. [0/1 P.]
- b) Ein Motorrad ist in diesen 12 min mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1,75 km/min gefahren.
- 1) Zeichnen Sie im obigen Diagramm den Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion dieses Motorrads ein. [0/1 P.]
- c) 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5] [0/1 P.]

Der vom PKW zurückgelegte Weg nimmt im Intervall $[4 \text{ min}; 8 \text{ min}]$ ab.	<input type="checkbox"/>
Die Geschwindigkeit des PKW nimmt im Intervall $[4 \text{ min}; 8 \text{ min}]$ zu.	<input type="checkbox"/>
Die Beschleunigung des PKW ist im Intervall $[4 \text{ min}; 8 \text{ min}]$ negativ.	<input type="checkbox"/>
Die mittlere Geschwindigkeit des PKW ist im Intervall $[4 \text{ min}; 8 \text{ min}]$ geringer als 1,5 km/min.	<input type="checkbox"/>
Es gibt einen Zeitpunkt im Intervall $[4 \text{ min}; 8 \text{ min}]$, zu dem der PKW mit 75 km/h fährt.	<input type="checkbox"/>

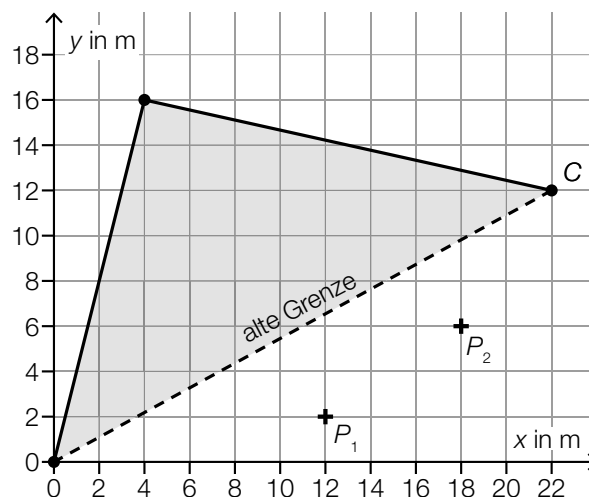
Aufgabe 7 (Teil B)

Grundstücke

- a) In der nebenstehenden Abbildung ist ein dreieckiges Grundstück dargestellt.



- 1) Begründen Sie mithilfe der gegebenen Seitenlängen, warum der Winkel α der größte Winkel des Dreiecks ist. [0/1 P.]
 - 2) Zeigen Sie mithilfe des Satzes von Pythagoras, dass α kein rechter Winkel ist. [0/1 P.]
 - 3) Berechnen Sie den Winkel α . [0/1 P.]
 - 4) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Grundstücks. [0/1 P.]
- b) Ein anderes dreieckiges Grundstück wird erweitert.
Die neue Grenze soll nun nicht mehr direkt vom Koordinatenursprung zum Punkt C verlaufen, sondern über die beiden markierten Punkte P_1 und P_2 (siehe nachstehende Abbildung).



Der Verlauf dieser neuen Grenze soll durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f . [0/1 P.]
- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten von f . [0/1 P.]
- 3) Berechnen Sie, um wie viele Quadratmeter der Flächeninhalt des Grundstücks durch die Erweiterung zunimmt. [0/1 P.]

Aufgabe 8 (Teil B)

Kino

a) Personen, die ein Kino besuchen, können Geld für 3 verschiedene Bereiche ausgeben:

K ... Menge der Personen, die für das Kinoticket Geld ausgeben

P ... Menge der Personen, die für das Parkticket Geld ausgeben

V ... Menge der Personen, die für die Verpflegung Geld ausgeben

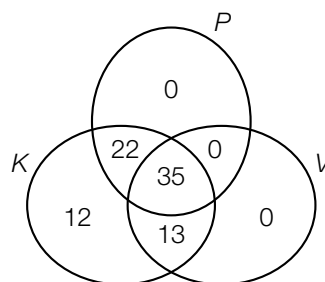
1) Ordnen Sie den beiden Mengen jeweils die zutreffende Beschreibung aus A bis D zu.

[0/1 P.]

$K \setminus (P \cup V)$	
$K \cap P$	

A	Menge der Personen, die nur für das Kinoticket Geld ausgeben
B	Menge der Personen, die für das Kinoticket Geld ausgeben
C	Menge der Personen, die sowohl für das Kinoticket als auch für das Parkticket Geld ausgeben
D	Menge der Personen, die entweder für das Kinoticket oder für das Parkticket oder für beides Geld ausgeben

Die Ergebnisse einer Befragung sind im nachstehenden Venn-Diagramm dargestellt.



2) Beschreiben Sie die Bedeutung der Zahl 12 im obigen Venn-Diagramm im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

3) Berechnen Sie, wie viel Prozent der befragten Personen in der Menge $K \cap P \cap V$ enthalten sind. [0/1 P.]

- b) Die nachstehende Tabelle gibt die jährlichen Nettoeinnahmen aller Kinos in Österreich für einige Jahre an.

Jahr	2005	2006	2011	2012	2015
jährliche Nettoeinnahmen in Millionen Euro	94,8	104,3	115,7	118,5	127,2

Datenquelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/kultur/kinos_und_filme/045075.html [04.08.2021].

Die jährlichen Nettoeinnahmen in Millionen Euro sollen in Abhängigkeit von der Zeit t durch die lineare Funktion f beschrieben werden.

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion f auf.
Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2005. [0/1 P.]
- 2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von f im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]
- 3) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von f ein. [0/1 P.]



- c) Ein Kino zeigt einen bestimmten Film gleichzeitig in 3 Kinosälen.

Im Kinosaal X wird der Film in der Standardversion gezeigt. Hier kostet ein Ticket € 14,80.

Im Kinosaal Y wird der Film in 3D gezeigt. Hier kostet ein Ticket € 17.

Im Kinosaal Z wird der Film im „Director’s Cut“ gezeigt. Hier kostet ein Ticket € 19,30.

Insgesamt wurden 120 Tickets verkauft und € 2.067 eingenommen.

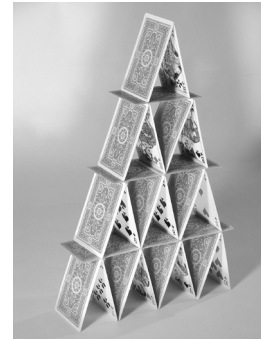
Für Kinosaal Z wurden 25 % mehr Tickets als für Kinosaal X verkauft.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Anzahl der jeweils verkauften Tickets für die Kinosäle X, Y und Z. [0/1 P.]
- 2) Berechnen Sie die Anzahl der jeweils verkauften Tickets für die Kinosäle X, Y und Z. [0/1 P.]

Aufgabe 9 (Teil B)

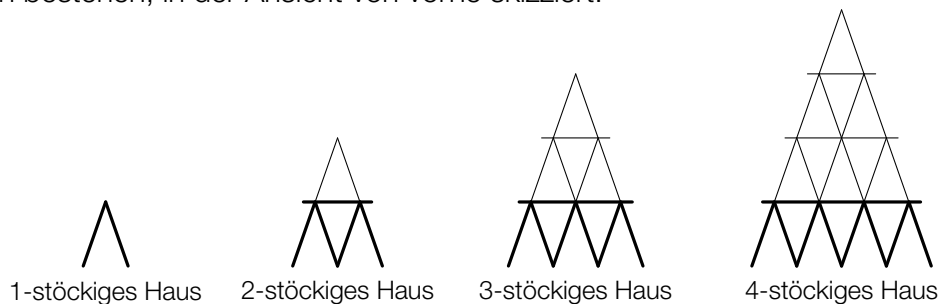
Kartenhaus

Aus Spielkarten kann man ein Kartenhaus bauen (siehe nebenstehendes Foto).



Bildquelle: <https://pixabay.com/de/kartenhaus-zerbrechlich-geduld-763246/> [02.10.2019].

In der nachstehenden Abbildung sind Kartenhäuser, die aus einer unterschiedlichen Anzahl von Stockwerken bestehen, in der Ansicht von vorne skizziert.



- a) Die nachstehende Tabelle gibt an, wie viele Karten für ein n -stöckiges Kartenhaus insgesamt benötigt werden und wie viele davon für das unterste Stockwerk benötigt werden.

Anzahl der Stockwerke n	insgesamt benötigte Karten	Karten für das unterste Stockwerk
1	2	2
2	7	5
3	15	8
4	26	11
5		

- 1) Tragen Sie in der obigen Tabelle die beiden fehlenden Zahlen in die grau markierten Zellen ein. [0/1 P.]

Die Anzahl der Karten für das unterste Stockwerk kann durch die arithmetische Folge z_n beschrieben werden.

- 2) Erstellen Sie ein explizites Bildungsgesetz für die arithmetische Folge z_n . [0/1 P.]

Maria hat ein 24-stöckiges Kartenhaus errichtet und möchte es nun zu einem 25-stöckigen Kartenhaus erweitern.

- 3) Ermitteln Sie die Anzahl der zusätzlichen Karten, die Maria dafür benötigt. [0/1 P.]

- b) Die Gesamtanzahl s_n der Karten für ein n -stöckiges Kartenhaus kann mit der nachstehenden Formel ermittelt werden.

$$s_n = 3 \cdot \frac{n \cdot (n + 1)}{2} - n$$

- 1) Berechnen Sie die Gesamtanzahl der Karten, die für ein 50-stöckiges Kartenhaus benötigt werden. [0/1 P.]

Alexander hat 3 vollständige Kartensets zu je 32 Karten zur Verfügung und möchte ein Kartenhaus mit möglichst vielen Stockwerken bauen.

- 2) Berechnen Sie die Anzahl der Stockwerke, die Alexanders Kartenhaus höchstens haben kann. [0/1 P.]

- c) Bei einem Glücksspiel wird ein Kartenspiel mit 32 Karten verwendet, das genau 4 Asses enthält. Bryan zieht zufällig und ohne hinzusehen 1 Karte. Ist die gezogene Karte ein Ass, so gewinnt er € 20. Ist die gezogene Karte kein Ass, so verliert er € 5.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn bei diesem Spiel in € an.

- 1) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X . [0/1 P.]
- 2) Berechnen Sie den Erwartungswert von X . [0/1 P.]