HMF 2016

1.1 2,35 (Trapezfläche)

1.2 $F'(2) = f(2) = 0{,}5$

1.3 $F(b) = F(b) - F(3)$, beachte $F(3) = 0$

2.1 $f'(x) = (2x - x^2)e^{2-k}$, $f'(3) = -\dfrac{3}{e}$

2.2 $t(x) = -\dfrac{3}{e}x + \dfrac{18}{e}$

3.1 Ursprung H, x-Achse HE, y-Achse HG, z-Achse DH, $A(2\,|\,0\,|\,-2)$

3.2 $|\overrightarrow{OP}| = 3$, $P(2\,|\,2\,|\,z)$, $z = -1$

4.1 Normalenvektor und Richtungsvektor sind linear abhängig (kollinear).

4.2 $F\colon\ 2x + y + 2z = 15$

5.1 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{AB}$, $C(2\,|\,3\,|\,0)$,

5.2 $\vec{x} = \vec{a} + r\vec{u}$, $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u} = 0$, $\vec{a} = \overrightarrow{OA} \pm 3\cdot\overrightarrow{AB}^{\circ}$, beachte $3\cdot\overrightarrow{AB}^{\circ} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{a} = (-4\,|\,0\,|\,6)^{\top}$

6.1

	B	$\overline{B}$	$\sum$
A	0,1	0,2	0,3
$\overline{A}$	0,5	0,2	0,7
$\sum$	0,6	0,4	1

$x = P(A \cap \overline{B}) = 0{,}2$

6.2 $P_{\overline{A}}(B) = \dfrac{5}{7}$

7.1 Die Ergebnisse sind nicht gleichwahrscheinlich.

7.2 $E(X) = 2{,}5$

8.1 $P(X \le 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = q^2 + pq + qp = 0{,}84$

8.2 $P(X \ne 0) = P(X = 1) + P(X = 2)$

$P(X \ne 1) = P(X = 0) + P(X = 2)$

$P(X \ne 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$

$P(X \ne 0) + P(X \ne 1) + P(X \ne 2) = 2\big(\underbrace{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)}_{1}\big) = 2$

Aufgabe 1: Analysis Ergebnisse

Für gerundete Ergebnisse, insbesondere die mit dem TR ermittelten, müsste genauer $\approx$ statt $=$ verwendet werden.

a)

- Ansatz $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

  Bedingungen:

  $$\begin{array}{rrcl} 1. & f(0) & = & 0{,}9 \\ 2. & f(2) & = & 0{,}872 \\ 3. & f(6) & = & 1{,}104 \\ 4. & f'(2) & = & 0{,}018 \end{array}$$

  $$\begin{array}{lrcl} 1. & d & = & 0{,}9 \\ 2. & 8a + 4b + 2c + 0{,}9 & = & 0{,}872 \\ 3. & 216a + 36b + 6c + 0{,}9 & = & 1{,}104 \\ 4. & 12a + 4b + c & = & 0{,}018 \end{array}$$

  $$f(x) = -\frac{1}{1000}x^3 + \frac{1}{50}x^2 - \frac{1}{20}x + \frac{9}{10}$$

- $x_1 = 1{,}396$, $f(x_1) = 0{,}866$ (mit Werten an den Grenzen vergleichen), 86,6 m
- 103,1 m

b)

- $x = \frac{20}{3} > 6$
- $(f'(0) = -\frac{1}{20})$, $f'(6) = 0{,}082$
- Wendestelle bedeutet Krümmungsänderung. Die kann nicht vorliegen.

c)

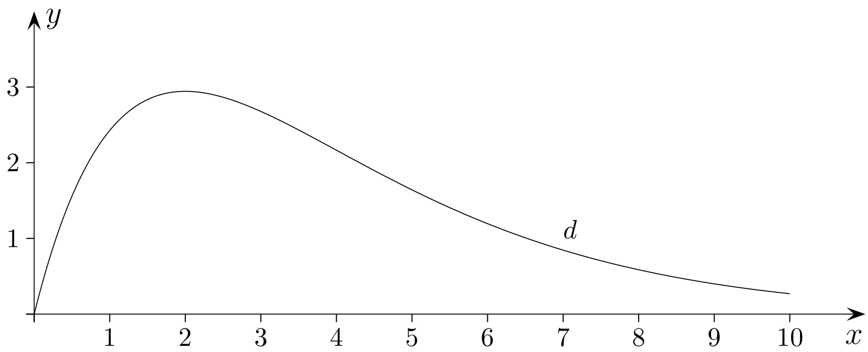
- a, b einsetzen, $g(0) = 0{,}9$ und $g(-3) = 0{,}2$ verifizieren, alternativ

  $$\begin{array}{rcl} a + b & = & 0{,}9 \\ ae^{-1{,}5} + be^{1{,}5} & = & 0{,}2 \end{array} \qquad \text{lösen.}$$

- $\alpha = 152{,}9°$

d) Schnittpunkt M der Normalen in P und Q ermitteln.
Es gibt einen Kreisbogen, falls $|PM| = |QM|$ gilt.

Aufgabe 2: Analysis Ergebnisse

a)
- $f''(t) = (t-4)e^{-0{,}5t}$, $f(2) = 39{,}5$
- $W(4 \mid 38{,}8)$ Körpertemperatur sinkt an der Stelle $x = 4$ am stärksten.
- 

  Differenz zur Normaltemperatur 36,6°.

b)
- $F(t) = (-8t-16)e^{-0{,}5t} + 36,6t$
- 38,6
- $f(t) = f(t+2)$, $t_1 = \dfrac{2}{e-1} = 1{,}164$, $t_2 = 3{,}164$, $f(t_1) = 39{,}2$

c)
- $h'_k(t) = (\frac{2}{k} - 2t)e^{-kt}$, VZW, siehe Aufgabe
- $\dfrac{2}{ek^2} + 36{,}6 = 41$, $k \le 0{,}409$

d) $P(u \mid f(u))$, $c(u) = 2u^2e^{-0{,}5u} + 36{,}6$

Aufgabe 3: Analytische Geometrie

a)
- $A(20\,|\,0\,|\,0)$, $F(20\,|\,15\,|\,10)$, $G(0\,|\,15\,|\,10)$, $T(0\,|\,12\,|\,16)$, siehe Aufgabe
- $R(8\,|\,13\,|\,14)$
- $L = |\overrightarrow{PQ}\,| = 135{,}76$, $\alpha = 13{,}6°$

b)
- LGS hat keine Lösung.
- $d = 3{,}33$

c)
- $M(10\,|\,21\,|\,13{,}5)$, $r = 2$
- $M_2(9{,}81\,|\,21\,|\,15{,}3)$, $d = |\overrightarrow{MM_2}\,| = 1{,}81$, $r_2 = 0{,}72$, $A = \pi r_2^2 = 1{,}63$
- $\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OM} + 2\vec{n}°$, $Y\big(10+\sqrt{2}\,|\,21\,|\,13{,}5+\sqrt{2}\big)$

d) Windschiefe Geraden in die x_1x_2-Ebene projizieren (z-Koordinaten null setzen) und mit der Schnittbedingung $s = 24$ und $t = 7$ ermitteln.
s, t in die jeweilige Geradengleichung einsetzen: $U(13\,|\,33\,|\,19)$, $V(13\,|\,33\,|\,24)$

Aufgabe 4: Stochastik

a) •

	M	$\overline{M}$	$\sum$
G	0,56	0,12	0,68
$\overline{G}$	0,08	0,24	0,32
$\sum$	0,64	0,36	1

- $P_G(\overline{M}) = 17{,}6\,\%$
- $P(X \geq 3) = 80{,}9\,\%$
- Von 10 Patienten wurden höchstens 7 geheilt.
  (Gegenereignis von: Es wurden 8, 9 oder 10 geheilt.)

b) • hypergeometrisch $P(Y = 6) = \dfrac{\binom{32}{5} \cdot \binom{8}{0}}{\binom{40}{5}} = 30{,}6\,\%$

- $P(25 \leq Z \leq 40) = 85{,}2\,\%$
- $0{,}8^n < 0{,}025, \quad n \geq 17$

c) • H_0: $p \geq 0{,}30$ Ablehnungsbereich $\overline{A} = \{0, 1, \ldots, 19\}$

- $\beta = 54{,}0\,\%$

d) $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0{,}4$

$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})} = 0{,}7$

	B	$\overline{B}$	$\sum$
A	$0{,}4x$		x
$\overline{A}$	$\square$	$0{,}7(1-x)$	$1-x$
$\sum$	0,32		1

$1 - x - 0{,}7(1 - x) + 0{,}4x = 0{,}32, \quad p = 0{,}2$