HMF 2015

1.1 $x^4(ax^2-1)=0, \quad x_1=0, \quad x_{2/3}=\pm\sqrt{\frac{1}{a}}, \quad a>0$

1.2 $f_a'(1)=0,\ a=\frac{2}{3}$ (Existenz wird behauptet.)

2.1 $x=k, \quad S(k\,|\,0)$ (Punkt)

2.2 falsch, falsch, richtig, falsch (Inhalt positiv), richtig, falsch

3.1 $W(2\,|\,0)$ liegt auf der Geraden.

2.2 $h(x)=f(x-1)+2$

4.1 nichtdefiniert, Zahl, Vektor, Zahl, nichtdefiniert, Vektor

4.2 $\vec{n}=\dfrac{\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}}{|\,\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\,|}$

5.1 $|\overrightarrow{AB}\,|=|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}|=6$

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+2\,\overrightarrow{AB}$ (beachte das 1. Ergebnis), $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}-2\,\overrightarrow{AB}$

$C(4\,|\,9\,|\,10), \quad D(-4\,|\,-7\,|\,-6)$

5.2 $P(-1\,|\,-2\,|\,1), \quad Q(3\,|\,6\,|\,9), \quad R(1\,|\,4\,|\,3)$

6.1 $s^2=16, \quad S_1(8\,|\,-8\,|\,4), \quad S_2(-8\,|\,8\,|\,-4)$

6.2 $M_K(0\,|\,0\,|\,0)\in E, \quad M_K=M_S, \quad r=\sqrt{144}=12$

7.1 $P(W\cap Z)=0{,}14$

$P(W\cap\overline{Z})=0{,}36$

$P(\overline{W}\cap Z)=0{,}06$

$P(\overline{W}\cap\overline{Z})=0{,}44$

7.2 $P_{\overline{Z}}(W)=0{,}45$

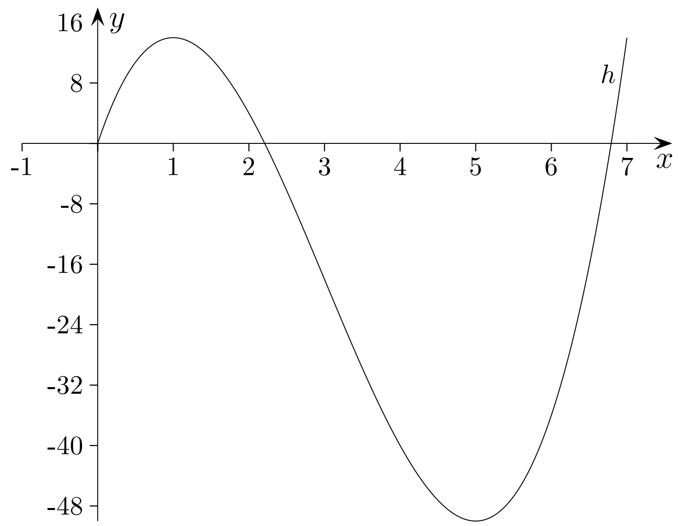
8.1 $E(X)=-2\cdot 0{,}25+1\cdot 0{,}25+2\cdot 0{,}5=0{,}75$

8.2 $P(\text{„negativ“})=P((X_1=-2)\cap(X_2=1))+$
$P((X_1=1)\cap(X_2=-2))+$
$P((X_1=-2)\cap(X_2=-2))=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{3}{16}$

Aufgabe 1: Analysis Ergebnisse

Für gerundete Ergebnisse, insbesondere die mit dem TR ermittelten, müsste genauer $\approx$ statt $=$ verwendet werden.

a)
- $h(0) = 0$, $h(x) = 0$, $x_1 = 2{,}21$, $x_2 = 6{,}79$
- $h'(x) = 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = 1$, HP$(1 \mid 14)$, TP$(5 \mid -50)$, $h(7) = 14$ (Randextrema beachten.) Der maximale Höhenunterschied beträgt 64 m.
- Wendestelle $x = 3$, $h'(3) = -24$, $h'(7) = 72$, $m_{\text{max}} = 7{,}2\,\%$ (Einheiten beachten)
-

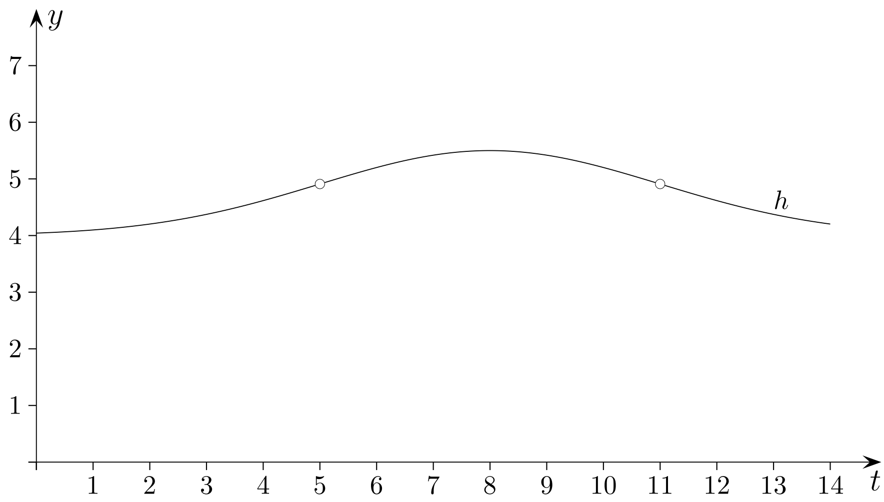


b)
- $f_0(x) = g_0(x)$, $x = 0{,}8$, $B = 1{,}6$
- $\alpha_1 = -48{,}24°$, $\alpha_2 = 84{,}42°$, $\alpha = 132{,}7°$
- $A = 3{,}10$ Beide Graphen werden um a verschoben.

c)
- $V = 607{,}38$
- Der innere Radius des Reifens ist a.

d) $d(x) = \sqrt{(0{,}4 - x)^2 + (2{,}368 - f_0(x))^2}$, $d(-0{,}18) = 2{,}42$ (nicht verlangt)

Aufgabe 2: Analysis

a)
- 0,11
- (Produkt- und Kettenregel)
- $h'(t) = 0$, $t = 8$, $\mathrm{HP}(8 \mid 5{,}5)$, $h(0) = 4{,}04$
  (Randextrema beachten.)
- $h''(t) = 0$, $(t-8)^2 = 9$, $t_1 = 5$, $t_2 = 11$
  Der Pegel steigt an der Stelle t_1 am stärksten und sinkt an der Stelle t_2 am stärksten.
- 

b) mittlere Pegelhöhe 4,78 m

c)
- Graph symmetrisch, Exponenten gerade, f' hat 3 Nullstellen, $k \geq 4$
- $f(x) = 4$, $x_{1/2} = \pm 6{,}50$, $B = 13$
- $A = 55{,}02$, Vergrößerung um 67,7 %

d) $f(x) = h(t)$ ist nach x aufzulösen.
Zwischenschritt $x^2 - 100 = -\sqrt{1000 - \dfrac{h(t)}{0{,}006}}$, beachte $0 \leq x \leq 10$, daher $-\sqrt{}$ statt $\pm\sqrt{}$, $b(t) = 2x$

Aufgabe 3: Analytische Geometrie

a)
- $S(0 \mid 0 \mid 16)$
- siehe Aufgabe
- $\varphi = 86{,}6°$

b)
- $a = |\overrightarrow{AB}|, \quad c = |\overrightarrow{EF}|, \quad h = |\overrightarrow{M_a M_b}|, \quad A = 247{,}39$
- $E'(1 \mid 1 \mid 13), \quad F'(-1 \mid 1 \mid 13), \quad G'(-1 \mid -1 \mid 13), \quad H'(1 \mid -1 \mid 13)$
  Grundfläche $A_G = 4$, Seitenfläche (gleichschenkliges Dreieck) $A_S = \sqrt{5}$
  Gesamtfläche $A = 4 + 4\sqrt{5} = 12{,}94$

c)
- siehe Aufgabe
- $\tan(85°) = \dfrac{|\overrightarrow{MK}|}{r}, \quad r = 0{,}68$

d)
- $M(0 \mid 0 \mid 3), \quad d(M, E_1) = 3{,}15 > 3$ (Seitenfläche E_1)
- $M(0 \mid 0 \mid t), \quad t = d(M, E_1)$ (M in HNF von E_1 einsetzen, Betrag)
  $t = \dfrac{16}{1 + \sqrt{17}} = 3{,}12$

Aufgabe 4: Stochastik

a)

	G	$\overline{G}$	$\sum$
S	0,12	0,18	0,3
$\overline{S}$	0,63	0,07	0,7
$\sum$	0,75	0,25	1

- $P(\overline{G} \cap \overline{S}) \cdot 500 = 35$
- $P_{\overline{S}}(\overline{G}) = \frac{1}{10}$
- $P(X = 3) + P(X = 4) = 35{,}4\,\%$
- Es sollte von einer hypergeometrischen Verteilung ausgegangen werden, da kein Befragter doppelt befragt wird.

b)

- hypergeometrisch $P(Y = 6) = \dfrac{\binom{6}{6} \cdot \binom{44}{4}}{\binom{50}{10}} = 0{,}0000132$
- $P(Y \leq 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) = \dfrac{\binom{6}{0} \cdot \binom{44}{10}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{6}{1} \cdot \binom{44}{9}}{\binom{50}{10}} + \dfrac{\binom{6}{2} \cdot \binom{44}{8}}{\binom{50}{10}} =$

  $24{,}15\,\% + 41{,}41\,\% + 25{,}88\,\% = 91{,}4\,\%$

c) H_0: $p \geq 0{,}14$ Ablehnungsbereich $\overline{A} = \{0, 1, \ldots, 25\}$

d) $n = 4 \cdot n \cdot p \cdot (1 - p) \implies p = \frac{1}{2}$ (pq-Formel)

$P(X = 2) = \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot (1 - p)^{n-2} = \binom{n}{2} \cdot 0{,}5^n = \dfrac{n \cdot (n - 1)}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \dfrac{n \cdot (n - 1)}{2^{n+1}}$