1. Die Punkte $A(2 \mid 1 \mid -1)$, $B(4 \mid -3 \mid 3)$, und $C_t(6 \mid 0 \mid t+3)$ bilden für jedes t ein Dreieck. Ermitteln Sie den Wert für t, für den das Dreieck in B rechtwinklig ist.

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = x \cdot e^{-x+k}$, $k > 0$.
   a) Bestimmen Sie ohne GTR den Wert für k so, dass ein Graph von f_k durch den Punkt $P(2 \mid 2)$ verläuft.
   b) Untersuchen Sie ohne GTR, ob jede Funktion der Schar einen Hochpunkt hat. Argumentation bitte <u>ohne</u> die 2. Ableitung.

3. Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $f(x) = x^3 - ax$ zwei Extrema hat, die jeweils den Abstand 2 von der x-Achse haben.

4. Ermitteln Sie die Wendetangente zu $f(x) = x^3 + ax + b$.

5. Es sei $f(x) = 2e^x$. Für welche Punkte auf der Kurve geht die Tangente durch den Ursprung?

6. Für eine ganzrationale Funktion f gilt
   $f(0) = 4,\ f'(0) = 0,\ f''(0) < 0$
   $f(2) = 1,\ f'(2) \neq 0,\ f''(2) > 0.$
   Skizzieren und begründen Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f.

7. Gegeben seien die Punkte $A(3 \mid 5 \mid 1)$ und $B(-5 \mid 3 \mid 1)$.
   Die Gerade durch A und B heiße g. Bestimmen Sie
   a) den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AB}$,
   b) die Punkte auf g, die von A dreimal so weit entfernt sind wie von B.

8. In einem Behälter befinden sich 2 rote und 4 blaue Kugeln.
   Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.
   b) Wie viele rote Kugeln hätten sich in dem Behälter befinden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote Kugel zu ziehen, 0,84 betragen hätte?

9. Zur Vertrauensintervalllänge von 0,02 wird der notwendige Stichprobenumfang $n = 4200$ ermittelt. Welche Sicherheitswahrscheinlichkeit lag bei der Berechnung zugrunde?

10. Bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen Ursprung und der Geraden zu $y = -2x - 2$.

© Roolfs

1. Die Punkte $A(2\,|\,1\,|\,-1)$, $B(4\,|\,-3\,|\,3)$, und $C_t(6\,|\,0\,|\,t+3)$ bilden für jedes t ein Dreieck. Ermitteln Sie den Wert für t, für den das Dreieck in B rechtwinklig ist.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ t \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \quad t = 2$$

2. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = x \cdot e^{-x+k}$, $k > 0$.
   a) Bestimmen Sie ohne GTR den Wert für k so, dass ein Graph von f_k durch den Punkt $P(2\,|\,2)$ verläuft. $1 = e^{-2+k}$, $k = 2$
   b) Untersuchen Sie ohne GTR, ob jede Funktion der Schar einen Hochpunkt hat. Argumentation bitte <u>ohne</u> die 2. Ableitung.
   $f_k'(x) = (1-x)e^{-x+k}$, $x_H = 1$, VZW$+/-$, Gerade $y = 1 - x$ fällt, HP vorhanden

3. Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $f(x) = x^3 - ax$ zwei Extrema hat, die jeweils den Abstand 2 von der x-Achse haben. $f(\sqrt{\frac{a}{3}}) = -2$, $a = 3$

4. Ermitteln Sie die Wendetangente zu $f(x) = x^3 + ax + b$. $y = ax + b$

5. Es sei $f(x) = 2e^x$. Für welche Punkte auf der Kurve geht die Tangente durch den Ursprung?
   $y = 2e^a(x-a) + 2e^a$, $2e^a(1-a) = 0$, $P(1|2e)$

6. Für eine ganzrationale Funktion f gilt
   $f(0) = 4$, $f'(0) = 0$, $f''(0) < 0$
   $f(2) = 1$, $f'(2) \neq 0$, $f''(2) > 0$.
   Skizzieren und begründen Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f.
   $Max(0\,|\,4)$, in $P(2\,|\,1)$ linksgekrümmt

7. Gegeben seien die Punkte $A(3\,|\,5\,|\,1)$ und $B(-5\,|\,3\,|\,1)$. Die Gerade durch A und B heiße g. Bestimmen Sie
   a) den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AB}$, $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, $M(-1\,|\,4\,|\,1)$
   b) die Punkte auf g, die von A dreimal so weit entfernt sind wie von B.
   $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $C(-3\,|\,3{,}5\,|\,1)$, $D(-9\,|\,2\,|\,1)$

8. In einem Behälter befinden sich 2 rote und 4 blaue Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.
   $1 - 4/6 \cdot 4/6 = 5/9 = 55{,}6\,\%$
   b) Wie viele rote Kugeln hätten sich in dem Behälter befinden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote Kugel zu ziehen, 0,84 betragen hätte?
   $1 - 4/(n+4) \cdot 4/(n+4) = 0{,}84$, $(n+4)^2 = 100$, $n = 6$ $(n = -14)$

9. Zur Vertrauensintervalllänge von 0,02 wird der notwendige Stichprobenumfang $n = 4200$ ermittelt. Welche Sicherheitswahrscheinlichkeit lag bei der Berechnung zugrunde?

   $\frac{2z\sigma}{n} = d$, $z = 1{,}296$, $z = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)$, $\alpha = 80{,}5\,\%$

10. Bestimmen Sie den minimalen Abstand zwischen Ursprung und der Geraden zu $y = -2x - 2$.
    $Q(-4/5\,|\,-2/5)$, $d = 0{,}894$

© Roolfs

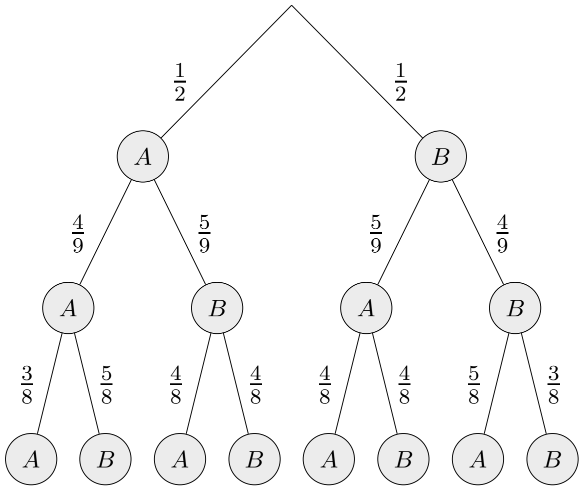
1. a) Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild?

b) Bei einer Blutspendenaktion werden die Blutgruppen der Spender bestimmt.
Ein Ereignis ist „In einer Gruppe von fünf Freunden hat niemand die Blutgruppe Null.“
Beschreiben Sie das Gegenereignis in Worten.

c) Die Zufallsvariable X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

k	-3	-1	0	5
$P(X = k)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt 0,2.
Berechnen Sie u und w.



2. a) Beschreiben Sie ein mögliches Zufallsexperiment, das zum nebenstehenden Baumdiagramm passt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses: „Mindestens einmal tritt A ein.“

b) Eine ideale Münze wird 100 mal geworfen.
Begründen Sie, ob die nachfolgende Aussage wahr oder falsch ist:
Die Wahrscheinlichkeit für genau einmal Kopf ist kleiner, als die für genau 98 Mal Kopf.

1. a) Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild?

$3 \cdot 0{,}5^3 = \frac{3}{8}$

b) Bei einer Blutspendenaktion werden die Blutgruppen der Spender bestimmt.
Ein Ereignis ist „In einer Gruppe von fünf Freunden hat niemand die Blutgruppe Null.“
Beschreiben Sie das Gegenereignis in Worten.

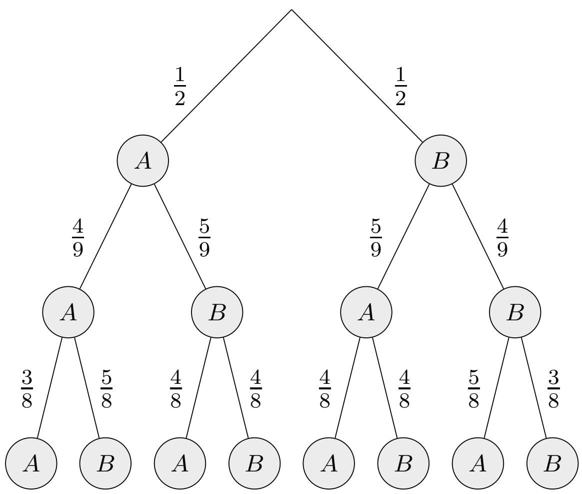
„In einer Gruppe von fünf Freunden hat mindestens einer die Blutgruppe Null.“

c) Die Zufallsvariable X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

k	-3	-1	0	5
$P(X = k)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt 0,2.
Berechnen Sie u und w.

$E(X) = 0{,}2,\ \sum P(X = k) = 1,\ u = 0{,}2,\ w = 0{,}4$



2. a) Beschreiben Sie ein mögliches Zufallsexperiment, das zum nebenstehenden Baumdiagramm passt.

In einer Urne sind 5 blaue und 5rote Kugeln,
es wird dreimal ohne Zurücklegen gezogen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses: „Mindestens einmal tritt A ein.“

Gegenereignis $\overline{E}$: „B tritt dreimal ein.“

$P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{11}{12}$

b) Eine ideale Münze wird 100 mal geworfen.
Begründen Sie, ob die nachfolgende Aussage wahr oder falsch ist:
Die Wahrscheinlichkeit für genau einmal Kopf ist kleiner, als die für genau 98 Mal Kopf.

Die Aussage ist wahr.

$P(\text{„Es fällt genau einmal Kopf.“}) = \binom{100}{1} 0{,}5^{100} = 100 \cdot 0{,}5^{100}$

$P(\text{„Es fällt genau 98 mal Kopf.“}) = \binom{100}{98} 0{,}5^{100} = \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot 0{,}5^{100}$